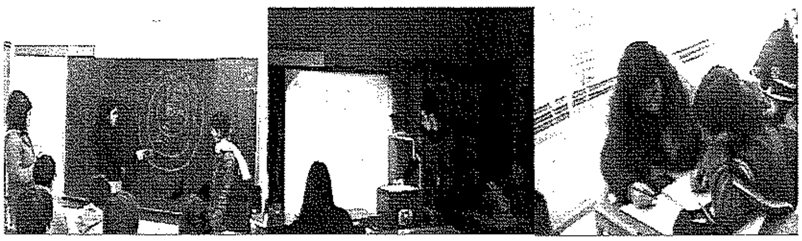
Universidade de Aveiro Departamento de Matemática
2005

Sónia Cristina Valentim Assoreira

Quando os alunos assumem o papel de professores de Matemática



Universidade de Aveiro 2005 Departamento de Matemática

Sónia Cristina Valentim Assoreira

Quando os alunos assumem o papel de professores de Matemática

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Matemática, realizada sob a orientação científica da Doutora Isabel Cabrita, Professora Auxiliar do Departamento de Didáctica e Tecnologia Educativa da Universidade de Aveiro

o júri

presidente	Doutora Nilza Maria Vilhena Nunes da Costa
vogais	Doutor António Manuel Águas Borralho Doutora Isabel Maria Cabrita dos Reis Pires Pereira Doutora Maria Isabel Piteira do Vale

agradecimentos

Queria começar por agradecer à minha orientadora, Doutora Isabel Cabrita, pela forma interessada e disponível com que sempre acompanhou este trabalho, pela oportunidade e perspicácia das suas críticas, comentários e sugestões, sempre repletas de estímulo e de reforço, principalmente nos momentos de "crise" e que me ajudaram a atravessar esta etapa.
Aos meus queridos alunos, que participaram nesta investigação e que durante toda a investigação me ajudaram a concretizá-la.
À professora que participou, a Teresa, pela colaboração e disponibilidade demonstradas.
Aos meus colegas de mestrado, com quem mantive contacto, pela amizade.
Agradeço à minha família, pela paciência e apoio incondicional: aos meus pais por estarem sempre presente em todas as etapas da minha vida, incentivando e acreditando no meu sucesso. Ao meu maridinho, pelo amor, companheirismo e apoio incondicional em todas as minhas decisões. Finalmente aos meus amigos por me apoiarem em todas as alturas deste processo.

palavras-chave

Matemática, Ensino e aprendizagem da matemática, alunos agindo como professores, Estudo Acompanhado.

resumo

O insucesso educativo a matemática é (ainda) uma realidade que muito tem preocupado toda a sociedade. Apesar dos diversos esforços que têm sido desenvolvidos no sentido de ultrapassar este fenómeno, muita pouca oportunidade tem sido dada aos alunos de mostrarem o que fariam se pudessem exercer o papel de professor. Aliás, desconhece-se o eventual impacte ou mesmo impacto de tal actuação, principalmente para si e para os colegas, no que diz respeito à construção de uma (nova) cultura matemática.
Neste contexto, a presente dissertação de Mestrado resulta de um estudo realizado no 9º ano de escolaridade, no ano lectivo de 2003/2004, que perseguiu como principais finalidades estudar que tipo de actuação didáctica é que 'alunos-professores' privilegiam na abordagem de tópicos de matemática, planificados em sessões de 'Estudo Acompanhado' e avaliar qual o impacto(e) de tal actuação na construção de uma nova visão, mais positiva e correcta, da área de 'Estudo Acompanhado', da matemática e do seu processo de ensino e de aprendizagem e no desenvolvimento de apetências e competências matemáticas, transversais e específicas para os próprios ('alunos-professores) e para os colegas (alunos). Para tentar dar resposta às questões de investigação subjacentes, optou-se por um 'estudo de caso' com ênfase interpretativa e pelo tratamento essencialmente qualitativo dos dados recolhidos.
A experiência envolveu duas turmas, uma com 16 alunos e outra com 19 alunos do 9º ano de escolaridade, das quais a investigadora tinha sido professora no ano lectivo anterior.
As sessões de planificação e abordagem de tópicos de matemática, em grupo, foram organizadas em dois momentos distintos – duas sessões de planificação de cerca de 90 minutos realizadas na aula da área 'Estudo Acompanhado' e na aula de matemática e quatro sessões, com aproximadamente 90 minutos cada de abordagem de tópicos de matemática realizada na aula de matemática.
Para a recolha de dados usaram-se as técnicas da inquirição, da observação directa e da análise documental, as quais foram suportadas por vários instrumentos, como: um Questionário Inicial preenchido, pelos alunos; uma grelha de registo dos aspectos essenciais captados em vídeo durante a realização da planificação e a abordagem dos temas; um teste de avaliação das aprendizagens nas versões pós e pré-teste e um teste final de avaliação; um diário de bordo; relatórios; documentos produzidos pelos alunos e outros artefactos considerados significativos.
Da análise dos resultados, concluiu-se que os alunos, ao assumirem o papel de professores, tiveram a tendência a reproduzir o modelo de aula de matemática a que estavam habituados ao longo do seu percurso escolar. No entanto este estudo contribuiu para uma aprendizagem eficaz e efectiva dos alunos, quer como 'alunos-professores' quer como 'alunos', permitindo o desenvolvimento de diversas apetências e competências matemáticas.

keywords **‘mathematics ‘, ‘mathematics teaching and learning’, ‘students acting as teachers’, ‘studying classes’**

abstract

Poor school performance in Mathematics is (still) a reality which has been worrying everybody.
In spite of the several efforts which have been made to overcome this phenomenon, students have been given little opportunity to show what they would do if they could perform the teacher’s role.
So, the possible impact or even the impact of such a performance is unknown, especially on himself or on his schoolfellows in what concerns the construction of a (new) mathematics culture.
In this context, the investigation we have accomplished aimed principally at studying which type of didactic performance the “teaching students” would prefer to approach mathematics items planned during the Studying classes and at evaluating the impact of such a performance on the construction of a new perspective, more positive and more accurate, of this area which is called Studying, of Mathematics, of its teaching and learning process and of the development of the mathematical trends and abilities, cross curricular and specific for themselves (the “teaching students”) and for their schoolfellows (the students).
In order to try to answer to the questions underlying the investigation, we’ve chosen a case study which involved groups of 9^{th} grade students and the qualitative process of the data collected.
The planning sessions took place in Studying classes and the approach to the mathematics items happened in Maths classes.
For the data collection we’ve chosen the enquiry and direct observation and the analysis of documents techniques which were supported by several instruments such as: questionnaires, grids of register of the essential aspects recorded in video, final evaluation tests, in their pre and past evaluating forms, log files, reports, documents produced by the students and other instruments we’ve considered relevant.
From the analysis of the results we’ve concluded that when the students take the teacher’s place, they were led to reproduce the model of the Maths lessons which they have had along their school life. However, it has helped to the construction of a more positive and more accurate new view of the Studying classes, of Mathematics and its teaching and learning process and of the development of mathematical trends and abilities, cross curricular and specific for themselves (the “teaching students”) and for their schoolfellows (the students).

Índice

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Lista de Gráficos

Introdução

Introdução

Cabrita (2002) e Cabrita e Correia (1999 e 2001) salientam que, numa sociedade da comunicação e do conhecimento e altamente tecnológica, que evolui a um ritmo alucinante, é incontestável a importância de uma sólida Educação em Matemática que contribua, em última análise, para melhorar a qualidade de vida de todos os cidadãos, a qual depende, fortemente, duma resolução atempada e eficaz da multiplicidade de problemas e situações problemáticas que se lhes colocam diariamente e/ou, talvez ainda mais importante, que são capazes, eles próprios, de criar e inventar.

Segundo as mesmas autoras, a escola não se pode alhear deste (novo) desafio que se lhe coloca – contribuir para a construção duma (nova) cultura matemática, que não se quer instrumental, académica e descontextualizada, que concorra para a formação de cidadãos não só atentos às realidades que os rodeiam e dotados de capacidade de adaptação, mas, muito mais do que isso, possuidores dum espírito aberto, autónomos, confiantes, decididos, capazes de integrar informação provinda das mais variadas origens.

No entanto, o insucesso educativo a matemática é (ainda) uma realidade que muito tem preocupado toda a sociedade. Vejam-se, por exemplo, os inúmeros programas televisivos que admitem esta problemática como temática central; os imensos artigos veiculados pela imprensa; as conversas de pais, professores, alunos; a quantidade de investigações desenvolvidas; os congressos realizados onde este tema, inevitavelmente, ocupa grande parte das intervenções apresentadas.

Embora haja, cada vez mais, uma maior consciência da complexidade da problemática em causa, as mais diversas 'instituições' imputam, no geral, responsabilidades umas às outras. As instâncias ministeriais culpabilizam, essencialmente, as Escolas por não estarem a implementar as orientações e/ou normativos estipulados; estas defendem-se, acusando, principalmente, a falta das mais diversas condições; os pais e/ou Encarregados de Educação referem, amiúde, um certo 'fatalismo hereditário' assumindo, assim, a sua quota-parte de culpa; os professores invocam, veementemente, a falta de interesse dos alunos e a falta de 'bases' remetendo, de certa forma, a origem do problema para os anos anteriores; os alunos insistem, muitas vezes, não tanto na competência científica dos docentes mas noutros vectores da dimensão didáctica.

Dentre eles, destaca-se a dimensão afectiva professor/aluno e os métodos e estratégias que os professores privilegiam, directamente relacionados com as representações que têm da natureza e epistemologia da própria matemática e do seu processo de ensino e de aprendizagem.

Tais representações, por sua vez, são reflexo da cultura matemática dominante sustentada, dialecticamente, por representações e práticas que teimam em encarar a matemática como uma área do saber, nomeadamente, pura, abstracta, imutável, só acessível a génios, sinónimo de cálculo, desligada do real e, relativamente à qual, não se pode ser muito criativo (Cabrita e Correia, 1999).

Problemática, objectivos e questões de investigação

Não obstante os diversos esforços que têm sido desenvolvidos no sentido de ultrapassar o fenómeno do insucesso educativo a matemática, com todos os inconvenientes que daí advêm, muito pouca oportunidade tem sido dada aos alunos de mostrarem o que fariam se pudessem exercer o papel de professor.

Desconhece-se, portanto, o impacte ou mesmo impacto de tal actuação, principalmente para si próprios e para os colegas, no que diz respeito à construção de uma nova visão, mais positiva e correcta, da matemática e do seu processo de ensino e de aprendizagem e ao desenvolvimento de apetências e competências matemáticas, transversais e específicas, dimensões que se influenciam mutuamente.

Tal oportunidade encontra uma forte justificação nas próprias perspectivas sócio-construtivista e do construtivismo comunal defendidas, nomeadamente, por Vygotsky e Bryn Holmes, segundo as quais a interacção com 'pares peritos' pode potenciar o desenvolvimento dos indivíduos intervenientes nas suas mais variadas facetas.

A nova área curricular não disciplinar 'Estudo Acompanhado', relativamente à qual os alunos parecem estar, também, a construir uma imagem não muito abonatória e correcta, pela sua própria natureza e objectivos que persegue, pode ser o espaço ideal para a preparação das aulas que os 'alunos-professores' irão leccionar. Como refere Benavente (1999, citado em Freitas, Candeias e Araújo, 2002), "este tempo curricular pode (…) ser aproveitado para simultaneamente individualizar o processo de ensino e aprendizagem e gerar momentos muito ricos de aprendizagem cooperativa; para desenvolver a capacidade de organização na obtenção das informações necessárias para a aprendizagem" (251). De facto, esta pode ser entendida como uma área curricular que visa apoiar os alunos na aquisição e/ou desenvolvimento de competências e métodos de estudo que estimulem cada vez uma maior autonomia no âmbito das suas aprendizagens.

Nesta perspectiva, delineou-se uma investigação que persegue, como principais finalidades:

- Estudar que tipo de actuação didáctica é que 'alunos-professores' privilegiam na abordagem de tópicos de matemática, planificados em sessões de 'Estudo Acompanhado';
- Avaliar qual o impacto(e) de tal actuação na construção de uma nova visão, mais positiva e correcta, da área de 'Estudo Acompanhado', da matemática e do seu processo de ensino e de aprendizagem e no desenvolvimento de apetências e competências matemáticas, transversais e específicas para os próprios ('alunos-professores') e para os colegas (alunos).

Assim, procuram-se respostas a inúmeras questões decorrentes de tais finalidades:

- Como dizem os alunos que planificariam aulas em que pudessem assumir o papel de professores e como o fazem realmente?
- Como dizem os alunos que leccionariam aulas em que pudessem assumir o papel de professores e como o fazem realmente?
- Que representações da matemática e do seu processo de ensino e de aprendizagem manifestam antes e depois de se assumirem como professores?
- Que representações do 'Estudo Acompanhado' manifestam antes e depois da vivência em tal experiência?
- Que apetências e competências matemáticas, transversais e específicas, lhes permitiu desenvolver a experiência?

Resultados Esperados

Com a experiência desenvolvida espera-se produzir um conhecimento mais aprofundado acerca da cultura matemática dos alunos, quer ao nível das representações quer ao nível das práticas e eventuais inter-relações. Adopta-se, aqui, uma visão não exclusivamente *idealista* de cultura, na linha de pensamento de Feinman-Nemser e Floden (1986) mas sim integradora de representações e actos tal como defendida por Trice & Beyer (1993) (in Lima, 2002). Tal conhecimento poderá contribuir para o combate ao insucesso educativo em matemática, pela adopção e implementação de medidas adequadas, consonantes com tais manifestações. De acordo com Rosa (1999: 13) "para se poder proporcionar melhor ensino – aprendizagem da Matemática penso que é importante um conhecimento aprofundado da maneira como os alunos entendem, se relacionam e posicionam face à Matemática e à sua aprendizagem". Assim, o estudo terá, certamente, implicações ao nível da Formação de Professores, que, atenta aos resultados da investigação, deverá conceber e praticar um currículo favorável à detecção e resolução de problemas, sempre novos, que se levantam na profissão docente.

Dado que tal cultura não se constrói num vazio social, antes é influenciada e influencia a comunidade onde se está inserido, pelas vivências pessoais, pelas interacções que se estabelecem com os outros e com o meio (César e Piscareta, 2001), espera-se, também, contribuir, de alguma forma, para a construção de uma nova cultura matemática extensiva a toda a comunidade.

Estrutura da dissertação

Em relação à organização, o presente estudo divide-se em duas partes. A primeira parte é relativa ao contexto teórico e integra os capítulos um, dois, três e quatro. No capítulo um "Representações dos alunos acerca da matemática e do seu ensino e aprendizagem" começa-se por fazer referência a algumas definições e questões de terminologia sobre representações. De seguida, apresenta-se alguns dos estudos efectuados acerca deste tema. No segundo capítulo, "A matemática e o seu processo de ensino e aprendizagem" reflecte-se, essencialmente, sobre como deve ser o ensino e aprendizagem da matemática de acordo com autores vários e em que medida os Programas em vigor em Portugal traduzem essas orientações.

No terceiro capítulo "Construção do conhecimento na interacção com os "pares" referem-se alguns estudos realizados em que os aprendentes assumiram o papel de "formadores" dos seus próprios pares e que evidenciam o sucesso de tal actuação, nomeadamente, na construção do conhecimento pela interacção com os *outros.* Quanto ao quarto capítulo "Estudo Acompanhado", neste descrevem-se e enumeram-se os objectivos que se pretendem atingir nesta área curricular não–disciplinar, assim como, os métodos de estudo e aprendizagem que os alunos deverão praticar.

A segunda parte refere-se ao contexto experimental e está dividida em três capítulos. No quinto capítulo “Estudo Prévio” é descrito um estudo efectuado no ano lectivo anterior à situação experimental, com a intenção principal de testagem dos instrumentos de recolha de dados, assim como de análise das situações a replicar na parte experimental.

O sexto capítulo diz respeito às opções metodológicas adoptadas nesta investigação e à descrição da situação experimental. Descrevem-se também, os participantes no estudo, os instrumentos de recolha de dados e a metodologia utilizada pelos ‘alunos-professores’ relativamente à planificação da unidade didáctica “Números Reais. Inequações” e sua posterior abordagem. No capítulo sete, são descritos e interpretados os dados recolhidos durante o estudo.

Finalmente, no oitavo e último capítulo são apresentadas e discutidas as principais limitações e conclusões que emergiram da investigação desenvolvida e algumas implicações e propostas para futuras investigações.

Primeira Parte – Enquadramento Teórico

1. Representações dos alunos acerca da matemática e do seu processo de ensino e aprendizagem.

2. A matemática e o seu processo de ensino e de aprendizagem.

3. Construção do conhecimento na interacção com os "pares".

4. Estudo Acompanhado.

1. Representações dos alunos acerca da matemática e do seu processo de ensino e aprendizagem

Como uma das questões do estudo incide sobre as representações dos alunos acerca da matemática e do seu ensino e aprendizagem, torna-se necessário efectuar uma revisão de literatura sobre tal temática. Assim, o capítulo inicia-se com uma tentativa de explicitar alguns termos associados, nomeadamente o de concepção, crença, sistema de crenças, conhecimento, representação, atitude, por referência a alguns autores que se debruçaram sobre tais questões. A seguir explicitam-se as principais representações que os alunos parecem possuir relativamente à matemática, ao ensino desta disciplina e à sua aprendizagem, tentando reflectir sobre eventuais inter-relações entre elas, com base em trabalhos que as admitiram como objecto de estudo.

Finalmente, sintetizam-se as principais conclusões a que a revisão de literatura, nacional e estrangeira, permitiu chegar.

1.1- Explicitação de terminologia

Thompson (1992), referido em Rosa (1999), faz referência ao facto, de que o interesse pelo estudo, por parte da psicologia social, da natureza das concepções bem como a sua influência nas actividades desenvolvidas pelas pessoas inicia-se nos anos 20. Nas décadas que se seguiram, em virtude do incremento das teorias associativistas e behavioristas, assistiu-se a um desinteresse, generalizado, por esta temática, tendo os estudos na área da psicologia sobre as concepções quase desaparecido.

Tais estudos expandiram-se, outra vez, nos anos oitenta, nomeadamente, os relativos às concepções dos professores, destacando-se os trabalhos de Alba Thompson (1982, 1992), cuja tese influenciou e incentivou, diversos investigadores, ao estudo das concepções.

Tal incremento surge no seguimento do avanço da psicologia cognitiva, com o desenvolvimento das teorias da construção activa do conhecimento, em detrimento de uma perspectiva behaviorista, verificando-se assim, uma mudança de paradigma que, desde então, ocorreu na investigação educacional.

Também em Portugal, nos finais da década de oitenta e princípios da década de noventa, as concepções dos professores acerca da Matemática e do seu ensino e, por outro lado, as concepções dos alunos acerca desta disciplina, nomeadamente sobre determinadas temáticas, bem como a sua aprendizagem foram alvo dos mais variados estudos (Rosa, 1999).

No entanto, como refere Thompson (1992), após anos de investigação, efectuada com base na análise de cerca de cinquenta trabalhos, não existe uma definição do termo concepção que seja clara, precisa e partilhada pelos diferentes investigadores – "apesar da crescente popularidade das concepções como tópico de estudo, o conceito não tem sido tratado de forma substancial na literatura de investigação educacional" (Rosa, 1999:19).

Também Matos (1992) afirma tratar-se de um termo pouco cuidado no que respeita à sua definição, referindo o seu carácter pouco fundamentado – "isto deve-se em parte ao facto de haver diferentes explicações acerca da natureza e génese das concepções" (Eisenhart, Shrum, Harding e Cuthbert, 1988, citado em Matos, 1992:131). De facto, as várias definições apresentadas por diversos autores têm subjacentes diferentes perspectivas psicológicas e filosóficas e, consequentemente, diversos significados para outros conceitos associados tais como: conhecimento, atitudes, crenças, pontos de vista, sistemas de concepções, valores, representações, convicções, etc.

Tende-se uma clarificação de termos e expressões mais usados neste contexto.

Thompson (1982,1992) define concepções *(conceptions)* como sendo estruturas mentais das quais fazem parte tanto as crenças *(beliefs)* como qualquer tipo de conhecimento adquirido através da experiência, nomeadamente significados, conceitos, proposições, regras, imagens mentais, preferências (Rosa, 1999). Esta investigadora refere, também, que as concepções "são uma predisposição do indivíduo para a acção, um estado teorético que caracteriza, de modo subtil, a forma como cada pessoa se orienta no mundo onde está inserido" (citado em Abrantes, 1995:12).

Para Guimarães (1988) as concepções "ou sistema conceptual é como um esquema teórico, mais ou menos consciente, mais ou menos explícito, mais ou menos consistente (…) que lhe permite (ao indivíduo) interpretar o que se lhe apresenta ao seu espírito, e que de alguma maneira o predispõe, e influencia a sua acção, em relação a isso" (20).

Ponte (1992), situa as concepções essencialmente, no domínio da cognição: "As concepções têm uma natureza essencialmente cognitiva. Actuam como uma espécie de filtro. Por um lado, são indispensáveis pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, actuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão" (Canavarro, 1993: 24).

O mesmo autor, num texto onde faz referência às concepções, associa-as a "um substrato conceptual que joga um papel determinante no pensamento e na acção. Este substrato é duma natureza diferente dos conceitos específicos – não diz respeito a objectos ou acções bem determinadas, mas antes constitui uma forma de os organizar, de ver o mundo, de pensar. Não se reduz aos aspectos mais imediatamente observáveis do comportamento e não se revela com facilidade – nem aos outros nem a nós mesmos" (185). Deste modo, Ponte considera que as concepções têm um carácter essencialmente cognitivo, embora não lhes negue completamente uma componente afectiva na linha de outros autores como Matos (1991,1992) e Schoenfeld (1989). Ainda em 1992, Guimarães considera que as concepções englobam as crenças, as perspectivas e as preferências relativas a um dado elemento.

Também para Canavarro (1993) as concepções são "um sistema organizativo algo difuso que opera tácita e permanentemente sobre o conjunto de componentes que constituem as referências do indivíduo – crenças, valores, conhecimentos de vária natureza e elementos afectivos – gerando e suportando os seus modos de ver e de actuar" (25).

O termo concepção aparece, assim, fortemente associado a crença e a conhecimento. Relativamente às crenças é de referir que Schefler e Rokeach as definem como uma predisposição do indivíduo para a acção, um estado "teorético" (*theoretical state*) que caracteriza a forma como cada pessoa se orienta no mundo onde está inserida (citado em Guimarães, 1988). Canavarro (1993) refere-se a 'sistema de crenças' como sendo "uma estrutura organizativa que estabelece o modo como as crenças se relacionam entre si" (22-23). Green (1971) e Rokeach (1960) referem-se também à expressão, como sendo "uma metáfora para examinar e descrever como é que as crenças de um indivíduo estão organizadas" (referido em Canavarro, 1993:23 e Thompson, 1992:130). Green (1971) considera, no sistema de crenças, três características importantes. A primeira característica diz respeito ao facto de ser uma estrutura onde existe uma relação de dependência entre as crenças, sendo algumas consideradas como primárias e outras como derivações. A segunda, refere-se ao facto de diferentes crenças possuírem diferentes graus de convicção e a terceira corresponde à forma como as crenças se organizam – sob a forma de "cachos". Contudo, cada "cacho" subsiste isoladamente e sem confronto com os outros que se apresentam, eventualmente, contraditórios ou conflituosos. Esta estrutura "parece bastante interessante e oferece explicações para as inconsistências identificadas por resultados da investigação relativamente às crenças e concepções" (Canavarro, 1993:23).

Guimarães (1992) considera que as crenças ou o sistema de crenças têm uma função cognitiva embora apresentem um carácter racional constituindo uma base onde o conhecimento se apoia.

Em relação, então, às relações com o conhecimento Pajares (1992, citado em Rosa, 1999) refere-se às concepções individuais, afirmando que estas afectam profundamente os comportamentos e as aprendizagens dos indivíduos, na medida em que desempenham um papel importante na definição do comportamento e na organização do conhecimento e da informação obtida do mundo envolvente. Deste modo, e não obstante ser extremamente difícil dizer onde acaba o conhecimento e começam as concepções, para este autor, existem quatro aspectos que caracterizam as concepções e que, irremediavelmente, as levam a distinguir do conhecimento que são, as suposições existenciais, a alternância, a componente afectiva e a avaliação, e a memória episódica.

Assim, as concepções baseiam-se em juízos de valor e na avaliação de determinadas experiências ou acontecimentos que poderão, irremediavelmente, influenciar os comportamentos e relacionamentos. Contrariamente, o conhecimento assenta na razão (facto objectivo), que promove e contribuiu para o avanço do conhecimento ao invés das concepções que dificilmente mudam.

Segundo Rosa (1999), Thompson (1992) clarifica a distinção entre concepção e conhecimento:

- as concepções variam quanto ao grau de convicção, ou seja, relativamente a determinado ponto de vista, elas podem ser defendidas de uma forma "apaixonada" ou, no outro extremo, como algo que se comunica por ser considerado como provável. Pelo contrário, ao conhecimento de factos dificilmente se associam graus de convicção. Refere-se o que se conhece mas sem o defender apaixonadamente;

- as concepções não são consensuais. Cada indivíduo tem a noção de que a sua concepção sobre determinado aspecto pode ser diferente da de outros. Ao conhecimento associa-se a condição de que ele deve ser igualmente verdadeiro para todos, ao passo que em relação às concepções não se requer a sua validação universal.

Como salienta Thompson, a questão da consensualidade do conhecimento é relativa. Novas teorias substituem outras e o que, em determinada altura, foi considerado como conhecimento pode passar a ser considerado como concepção. Inversamente, determinadas concepções podem ser consideradas como conhecimento à luz de novas teorias. Alguns autores, dos quais se destaca Ponte (1992), acentuam a perspectiva cognitiva das concepções relacionando-as com o conhecimento. Este autor divide o conhecimento em três níveis – conhecimento científico, profissional e comum – de acordo com o grau de racionalidade e de experiência – "No conhecimento mais elaborado de natureza prática predominariam os aspectos experimentais. No conhecimento de natureza teórica predominaria a argumentação racional" (196). Na formação do conhecimento comum assumem particular importância as crenças, e/ou as concepções condicionadas não só pela vivência pessoal, pela cultura, pelos saberes de ordem cientifica e profissional.

Assim, as concepções podem ser entendidas como uma forma especial de conhecimento, isto é, "como o pano de fundo organizador dos conceitos (…) (constituindo) miniteorias, ou seja, quadros conceptuais que desempenham um papel semelhante ao dos pressupostos teóricos gerais dos cientistas" (id:196). Portanto, para este autor, as concepções funcionam "como uma espécie de filtro. (…) são indispensáveis pois estruturam o sentido que damos às coisas. Por outro lado, actuam como elemento bloqueador em relação a novas realidades ou a certos problemas, limitando as nossas possibilidades de actuação e compreensão" (185-186).

Numa visão um pouco distinta da de Ponte (1992), Lester, Garofalo e Kroll (1989) citados em Matos (1992) "consideram como concepções aquilo que diz respeito a objectos exteriores à própria pessoa, e preocupam-se em distinguir concepção de conhecimento objectivo assumindo como concepção o conhecimento que não é externamente justificável" (80).

No que respeita agora, às representações, Matos (1991) considera que são "estruturas organizadas de informação – sistemas de concepções" (72) aproximando-se, assim do conceito de representação social. Estas, podem ser definidas como "teorias implícitas acerca dos objectos sociais relevantes, consistindo numa modalidade de conhecimento que capta, avalia e explica a realidade (…) são sentimentos afectivos, memórias vividas, experiências pessoais, abordagens acerca da existência e visões alternativas de conceber o mundo e a realidade" (Matos, 1992: 133).

Perante o enorme fluxo de informação a que diariamente temos acesso, a perspectiva de Matos (1991) leva-nos "a sistematizar os objectos através de uma estrutura hierarquizada em categorias. Estas categorias, e os atributos que a partir delas são desenvolvidos, constituem um sistema de avaliação e explicação da realidade" (70). Essa construção da realidade é feita de uma forma individual, embora em interacção com os outros, ou seja em interacção social. Segundo este autor as "pessoas não são elementos passivos, quer do ponto de vista da aprendizagem em geral, quer em relação à formação da sua personalidade" (71), pois "na construção activa da realidade, as pessoas utilizam a informação de que dispõem em cada situação e a informação que elaboram a partir da experiência e do confronto permanente entre as ideias antecipadas e a realidade" (id:ib). Também Schoenfeld (1987, citado em Abrantes, 1994) refere "que as pessoas são interpretadoras do mundo à sua volta: elas não vêem necessariamente "o que está lá", concebem a sua experiência à luz de quadros interpretativos que desenvolveram" (172). Este esquema conceptual que cada indivíduo constrói, tem sido designado por concepção, por alguns investigadores, como já foi referido. No entanto, Matos (1991) alega que a construção que o indivíduo efectua da realidade se insere num âmbito mais lato, nas representações. Deste modo, considera que a "representação constitui o produto e o processo duma actividade pela qual as pessoas constroem a realidade a partir de situações e objectos com os quais são confrontados e lhes atribuem uma significação específica" (73).

Para Farr (1989 em Matos, 1991) a representação é o conceito teórico mais importante na Psicologia Moderna que, segundo este autor, tem condições de captar a complexidade do funcionamento psicológico humano.

Convém referir que foi Moscovici que "rompeu definitivamente com a tradição behaviorista, propondo uma concepção de explicação da realidade em que a representação se assume como uma variável independente e não intermédia entre estímulo e resposta" (Matos, 1991:72).

Na teoria de Moscovici existe uma "relação dialéctica entre o social e o individual, sendo as representações sociais estruturas dinâmicas e heterogéneas" (Abreu, 1995:33). A partir destes resultados, Moscovici concluiu que a representação social é de ordem cognitiva, pois "ela articula as informações sobre o objecto de representação e as atitudes do sujeito relativamente a ele. Os indivíduos não se limitam a esperar pela informação e a processá-la, constroem significados e teorizam a realidade social" (Moscovici, 2000:144). Este autor, assim como Vala (2004) e Matos (1991), põem em evidência dois processos fundamentais que deixam transparecer o modo como o social transforma um conhecimento em representação, e como esta representação transforma o social: a objectivação e a ancoragem, que permitem transformar o não familiar em familiar. A objectivação consiste "numa operação imaginante e estruturante pela qual se dá forma específica ao conhecimento acerca do objecto, tornando concreto, quase tangível, o conceito abstracto, como que materializando a palavra" (Jodelet, 1984:57), e permite "descobrir a qualidade icónica de uma ideia, como se reproduzíssemos o conceito numa imagem" (Moscovici, 2000:145). A ancoragem consiste na integração cognitiva do objecto a um sistema de pensamento social pré existente e nas transformações implicadas em tal processo (Ibañez, 1988). Ibañez sublinha ainda o papel fundamental da ancoragem ao referir ser "o mecanismo que nos permite enfrentar as inovações ou a tomada de contacto com objectos que não nos são familiares" (id:50).

Moscovici (1976) apresentou três condições necessárias para a emergência de uma representação social:

- *"Dispersão da informação*, relativa ao objecto da representação;
- *Focalização* que se refere à posição específica de um grupo social em relação ao objecto de representação;

- *Pressão à inferência,* que se refere à necessidade que os indivíduos sentem de desenvolver comportamentos e discursos coerentes relativos a um objecto que eles conhecem mal." (35).

Relativamente à estrutura das representações sociais, Abric (1994), citado em Vala (2004) referiu que, as representações sociais incluem dois sistemas de significados: o sistema central e o sistema periférico. Segundo este autor o "sistema central, ou núcleo central, é rígido, coerente e estável, é consensual, define a homogeneidade do grupo e está ligado à sua história colectiva." (id:484). Cabe ao núcleo central "determinar a organização da representação e gerar a significação dos elementos da representação" (id:ib), mas é a "finalidade da situação na qual é produzida a representação que vai determinar os elementos centrais" (Matos, 1991:82). Abric refere, ainda, que "os elementos periféricos são mais flexíveis, mudam, são sensíveis ao contexto, integram as experiências individuais e é neles que se manifesta a heterogeneidade do grupo. As suas funções são a adaptação contextual da representação e a protecção do núcleo central. As representações sociais podem, desta forma, incluir divergências individuais, ao mesmo tempo que se encontram organizadas em torno de um nó central colectivamente partilhado" (Vala, 2004:485). Deste modo, as suas funções são a adaptação contextual da representação e a protecção do núcleo central. Abric (id) justifica a necessidade de se levar em conta a organização interna da representação, para se compreender a dinâmica das representações sociais, e dá visibilidade à importância da interacção entre o núcleo central e o sistema periférico para a actualização e para a evolução das representações sociais. Este autor chama, ainda, a atenção para o facto do conhecimento do conteúdo e da organização da representação social assentarem no conhecimento das práticas sociais, por estas fornecerem os princípios de actualização dessa mesma representação social enquadrados pela matriz cultural onde essas práticas se desenvolvem.

Como exemplo, e no que respeita às concepções (ou melhor, representações) dos alunos acerca da aprendizagem da Matemática, Garofalo (1989) referido em Matos (1991:83) aponta como concepção "comum entre os alunos a ideia de que o pensamento matemático consiste em ser capaz de aprender, recordar e aplicar regras, fórmulas e procedimentos. Em torno desta concepção surgem as concepções periféricas como a ideia de que os problemas de Matemática são resolúveis num espaço de tempo razoavelmente curto" (Schoenfeld, 1989, citado em Matos, 1991:83).

Para Matos (1992) o núcleo central assume uma função geradora e uma função organizadora. Uma função geradora dado que é através do núcleo que "se cria ou se transforma a significação dos outros elementos constituintes da representação, (isto é), é a partir desse núcleo que os restantes elementos tomam significado e adquirem um dado valor" (137). Por outro lado, o núcleo central é considerado como o "elemento unificador e estabilizador da representação na medida em que determina a natureza das ligações entre os diversos elementos da representação" (id:ib). Deste modo, "a periferia da representação serve de zona tampão entre uma realidade que a pode colocar em causa e uma zona central que não deverá mudar facilmente" (Flament, 1989, referido em Matos, 1991:83).

Numa perspectiva social, torna-se cada vez mais importante um "novo olhar" sobre a forma como interagimos uns com os outros e como construímos e partilhamos ideias, conceitos e conhecimentos. O conhecimento da representação social que um indivíduo tem de um determinado objecto constitui um modo de entender como ele interroga e interpreta os sinais da realidade que constrói, num determinado domínio, sobre esse mesmo objecto. O conhecimento que advém das representações sociais que construímos e que nos ajudam a aceder a fenómenos directamente observáveis, ou reconstruídos a partir da investigação científica, é, segundo Jodelet (1989 citado por Graça, Moreira e Caballero[1]) "uma modalidade de conhecimento socialmente elaborada e partilhada, com um objectivo prático e contribuindo para a construção de uma realidade comum a um conjunto social", sendo usualmente designado por senso comum. Atendendo a que uma "representação social é uma forma de conhecimento socialmente elaborado e partilhado, com uma orientação prática e concorrendo para a construção de uma realidade comum a um conjunto social" (id:ib) é tão fundamental o conhecimento das representações sociais e individuais como o estudo do conhecimento científico, uma vez que são as nossas representações que regem as relações que estabelecemos com os outros, com o mundo e com o saber.

Segundo Cabrita e Ribeiro (2003):

> " Em paralelo com as crenças, sistemas de crenças, convicções (…) as representações sociais jogam, no processo educativo, um papel igualmente importante e, por enquanto, mal conhecido. Não podemos continuar a 'fingir' que acreditamos que o triângulo em cujos vértices se encontram o professor, o aluno e o conhecimento flutua a salvo num mar tranquilo e pouco profundo. Pelo contrário, é cada vez mais evidente, não apenas a precariedade do conhecimento e a fragilidade de cada um dos outros vértices deste triângulo mas, também, a incapacidade de, no seu conjunto, sobreviver sem influenciado pelo meio que o contém, a sociedade." (162).

Deste modo, as representações sociais constituem, no âmbito da educação, o campo integrador de significação que organiza e orienta o pensamento social e a prática educativa (Maya, 2000), e de acordo com Gilly (1989) parecem ser fundamentais para se compreender a relação entre os diversos grupos sociais e as suas atitudes e comportamentos face à escola ou, a um nível mais restrito, para se compreender a comunicação na sala de aula.

[1] Estudo publicado no sitio: http: // www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol9/n1/v9_n1_a3.htm.

No âmbito deste trabalho e embora se prefira a designação "representação" utilizar-se-á o termo "concepção" sempre que o mesmo tenha sido usado pelos autores que se referem.

1.2 - Representações dos alunos acerca da matemática[2] e do seu processo de ensino e aprendizagem

De acordo com Schoenfeld (1992), as representações acerca da matemática poderão ser entendidas como "compreensões e sentimentos de um indivíduo que moldam as formas como ele conceptualiza e se envolve no comportamento matemático" (358). Nesta definição denota-se a integração de aspectos cognitivos e afectivos, bem como a alusão à influência das representações no "comportamento matemático":

> "Um sistema de concepções é a visão que uma pessoa tem do mundo matemático, a perspectiva com a qual a pessoa aborda a Matemática e as tarefas matemáticas. As concepções da pessoa sobre a Matemática podem determinar de que modo ela decide abordar um problema, que técnicas usará ou evitará, quanto tempo e esforço dedicará ao problema, etc. As concepções estabelecem o contexto dentro do qual operam os recursos, as heurísticas e o controlo (shoenfeld, 1985, citado em Abrantes, 1994:173).

Assim, revela-se extremamente importante o estudo das representações dos alunos relativamente à matemática e ao seu processo de ensino e de aprendizagem, dado que podem interferir no comportamento matemático dos alunos, afectando-os por vezes de forma negativa.

Schoenfeld por exemplo (1983), refere que "As acções cognitivas perceptíveis produzidas pelos [nossos alunos], são muitas vezes resultado de concepções, consciente ou inconscientemente mantidas acerca de: (a) tarefa em mão; (b) ambiente social dentro do qual a tarefa tem lugar; (c) a autopercepção individual da resolução da tarefa e a relação entre esta e o ambiente" (330).

Para Garofalo (1989) a importância do estudo sobre as concepções reside no facto de elas influenciarem a forma como os alunos pensam, abordam e resolvem as tarefas matemáticas e como estudam e participam nas aulas. Winograd (1991) vai mesmo mais longe ao afirmar que o desempenho dos alunos nas tarefas escolares tem mais a ver com as suas concepções (representações) do que com a aprendizagem de conceitos, processos e estratégias.

Inversamente, para Abrantes (1994) "As concepções e expectativas que os alunos desenvolvem a respeito da Matemática são, em grande parte, uma consequência das suas

[2] Não obstante poder distinguir-se matemática (relativo a ciência) de Matemática (relativo a disciplina), a maior parte dos autores não parece fazer essa distinção. Assim, manter-se-á o termo usado pelos mesmos, até porque, facilmente se perceberá, pelo contexto, a situação em causa.

experiências de aprendizagem nesta disciplina" (200), e consequentemente, da forma como é ensinada nas nossas aulas.

Tais experiências de aprendizagem, por sua vez, têm a ver com a forma como o professor pratica o ensino, relacionado com as suas representações sobre o mesmo. Segundo Lerman (1983) "a perspectiva duma pessoa sobre o ensino da Matemática é uma consequência lógica da sua convicção epistemológica em relação ao conhecimento matemático" (59).

Também segundo a APM (1988)

> "Tem sido reconhecido que a concepção que o professor tem do que é a Matemática exerce influência decisiva no modo como conduz as suas aulas. (…) Por certo que estas concepções reflectir-se-ão no modo como este professor está nas aulas de Matemática com os seus alunos, e nas próprias atitudes desenvolvidas nos alunos relativamente à Matemática" (Introdução).

As perspectivas de ensino que podem surgir nas práticas dos professores, bem como a visão da Matemática que usualmente lhes está associada são de acordo com Thompson (1992, referido por Canavarro, 1993):

- *Centrada nos conteúdos*, com ênfase no desempenho. Parece estar de acordo com uma visão instrumentalista da Matemática (Ernest, 1988). O foco do ensino é o conteúdo matemático, mas a ênfase é posta na execução e no domínio de regras e procedimentos matemáticos. "O conteúdo matemático é o aspecto central neste modelo de ensino, e é organizado de acordo com uma hierarquia de conceitos e *skills*, sendo apresentado sequencialmente ao aluno" (id:30).

- *Centrada nos conteúdos, com ênfase na compreensão conceptual.* Esta denominação tenta expressar que o foco da actividade da aula é o conteúdo matemático. No entanto, "embora exista uma preocupação de privilegiar o desenvolvimento da compreensão conceptual dos alunos acerca das ideias e processos matemáticos, evidenciando as relações lógicas subjacentes" (id:ib), esta concepção sobre o ensino parece estar associada a uma perspectiva platonista da Matemática (Ernest, 1988). Assim, o ensino é orientado pelos conteúdos matemáticos, organizados a partir da estrutura matemática, embora a ênfase esteja na compreensão conceptual.

- *Centrada na sala de aula.* Esta perspectiva "sobre o modo como a Matemática deve ser ensinada assenta, essencialmente, no pressuposto de que a actividade da sala de aula deve ser bem estruturada e eficientemente organizada. O conteúdo matemático não assume nenhuma importância relevante" (id:31). O primordial é planificar aulas em que os alunos se envolvam efectivamente na sua aprendizagem.

- *Centrada em quem aprende.* Esta perspectiva parece assentar numa visão construtivista da Matemática, baseada na construção pessoal do conhecimento matemático, implicando o aluno num processo activo de experimentar e fazer Matemática. "Este modelo é designado por 'centrado no aluno' e corresponde precisamente à preocupação central de colocar o aluno como construtor do seu conhecimento matemático (…) A este modelo seria de associar uma concepção falibilista, muito relacionada com a resolução de problemas, proposta por Ernst (1988) da Matemática" (id:ib).

Junqueira (1995) evidencia a dinâmica do processo, incluindo o termo atitude[3], ao considerar que uma atitude favorável à matemática é conducente a uma boa aprendizagem, e que, um bom resultado obtido em Matemática leva a uma boa atitude perante ela.

Mas como se constroem as representações sobre a Matemática?

Matos (1992), refere que a construção das representações sobre a Matemática é um "processo complexo e prolongado no tempo, realizado na interacção social entre os alunos, e entre estes e o professor, e na relação entre os alunos e os materiais que utilizam na actividade matemática" (134). Nesta construção intervêm, fundamentalmente, dois processos que decorrem em simultâneo: a objectivação e a ancoragem (Vala, 2004). Por exemplo, da noção "de que a Matemática é fazer contas, é pensar com números" à noção de que "a actividade matemática inclui a realização de cálculos cuja escolha é influenciada pelos objectivos dos problemas" existe um passo largo de objectivação que corresponde a uma melhor definição da estrutura e uma ancoragem mais complexa da ideia de Matemática" (Matos, 1991:77).

[3] Triandis (1971) considera que "as atitudes envolvem o que as pessoas pensam, sentem e a forma como gostariam de se comportar em relação a um dado objecto. O comportamento não é apenas determinado pelo que as pessoas gostariam de fazer mas também por aquilo que elas pensam que devem fazer, isto é, pelas normas sociais, e pelas consequências esperadas do seu comportamento." (Matos, 1992, 127).

No entanto, o que acontece em sala de aula é altamente influenciado pela própria cultura Matemática (e matemática) dominante, provocando, também, efeito nessa mesma cultura. Neste contexto, e não obstante a dificuldade em distinguir as representações acerca do ensino e da aprendizagem da matemática das representações acerca da própria matemática, denunciada, por exemplo, por Abrantes (1994), tenta-se, agora, sistematizar as mesmas.

Importa começar por referir que a matemática é uma ciência muito antiga; faz parte do conjunto das matérias escolares desde há séculos; é ensinada com carácter obrigatório durante largos anos de escolaridade e tem sido chamada a um importante papel de selecção social. De facto, é uma das disciplinas necessárias na maior parte dos domínios das ciências e das técnicas e permite exercer um número cada vez mais elevado de profissões. Possui, por tudo isso, uma imagem forte, suscitando medos e admirações, sendo considerada como uma das mais difíceis e da qual poucos alunos gostam. De acordo, Rosa (1999), a "ideia generalizada que persiste na nossa sociedade e que, infelizmente, tem passado de geração em geração de que a Matemática é, por natureza, uma disciplina difícil, onde o trabalho matemático passa exclusivamente pela memorização, sendo só acessível para alguns alunos mais "iluminados", tem também, a seu modo, influenciado a postura e a predisposição dos alunos para a Matemática" (105).

Frank (1988, citado em Abrantes, 1994), num estudo feito com alunos que frequentavam o equivalente ao 5º, 6º, 7º e 8º anos de escolaridade do sistema de ensino português, no âmbito de um curso de resolução de problemas com computadores, identificou cinco representações principais dos alunos acerca da Matemática e da sua aprendizagem, que resultam, no seu pressuposto, do modo tradicional de ensino:

(a) *A Matemática é cálculo*. A excessiva importância dada ao cálculo numérico e à aplicação de fórmulas estará na base desta concepção, que tornará quase impossível a resolução de uma dada tarefa para a qual os alunos não disponham, previamente, de uma regra;

(b) *Os problemas de Matemática são questões que se resolvem rapidamente.* Geralmente, no fim de cada capítulo, o professor treina algumas estratégias de resolução de problemas sobre os assuntos que está abordar. Assim, os alunos procuram resolver o problema aplicando-lhe uma das estratégias aprendidas. Se não conseguem, desistem de imediato, não procuram outras alternativas;

(c) *Em Matemática, o objectivo é obter "respostas certas"*. Ao só ser valorizado o trabalho quando é obtida uma resposta correcta, os alunos não consideram como valioso o esforço desenvolvido na procura de uma solução para um dado problema. Raciocinar será, pois, uma perda de tempo. Aprender através do erro não tem qualquer significado e, consequentemente, quando o aluno erra pensa que é melhor apagar a resolução que fez e começar por resolver de novo "do zero". Para esta concepção contribui a avaliação que é praticada, geralmente assente em testes escritos, onde os alunos demonstram a sua sabedoria apenas através do número de respostas correctas;

(d) *O papel do aluno é receber conhecimentos de Matemática e demonstrar que os adquiriu*. A postura tradicional, do aluno, dentro da sala de aula é estar com atenção e passar para o caderno o que professor ensina, de forma a, posteriormente, poder estudar e responder correctamente às questões formuladas. Os alunos não se sentem, portanto, motivados a pensar sobre o "porquê" do que vão aprendendo. Assim, a Matemática formal (demonstrações, deduções, definições) só tem utilidade para mostrar ao professor o que aluno sabe, o que este se limitou a memorizar - técnicas de resolução e conceitos;

(e) *O papel do professor é transmitir conhecimentos de Matemática e verificar que os alunos os adquiriram*. Os alunos aceitam pacificamente o professor como a autoridade na sala de aula. Se ele explicar bem, então os alunos serão capazes de reproduzir, rapidamente, o que foi ensinado, obtendo assim respostas correctas.

Schoenfeld citado em Matos (1991), também identificou convicções dos alunos sobre a Matemática, algumas das quais vão na linha das anteriormente referidas:

1. "É necessário conhecer um conjunto de regras sem as quais não se consegue resolver problemas.
2. A memorização de fórmulas e equações é muito importante, pela generalidade e aplicabilidade em muitas situações.
3. A Geometria tem "dois mundos", o dedutivo (da Matemática) e o construtivo (dos alunos).
4. Os problemas de Matemática podem ser resolvidos em poucos minutos.
5. A Matemática que se aprende é a Matemática feita por outras pessoas." (98).

Matos (1991, citado em Rosa, 1999) ao investigar as concepções e atitudes de alunos do 8ºano de escolaridade em relação à Matemática, enquanto estes se envolviam em actividades com utilização da linguagem Logo, concluiu, basicamente, o seguinte:

"tende a existir um carácter dual na visão que os alunos têm sobre a Matemática: a Matemática prática ou automatizada e a Matemática que exige elaboração ou raciocínio" (88), ou seja, a Matemática associada à resolução de exercícios rotineiros, formada por um conjunto de regras, definições, algoritmos e a Matemática que surge relacionada com a elaboração mental, nomeadamente associada à resolução de problemas não rotineiros. Estas concepções estão relacionadas com a actividade matemática realizada mas tendem a ser vistas como característica da própria Matemática;

tende a coexistirem as duas concepções já referidas. No entanto, assumem uma importância relativa que é distinta em cada aluno – "A centralidade relativa daquelas duas concepções está relacionada directamente com a interpretação que os alunos fazem da natureza da Matemática" (id:ib). Deste modo, "a concepção de que a Matemática é como um conjunto de regras que se aplicam em situações bem definidas – e formuladas por terceiros – surge ligada à ideia da Matemática como algo que é imposto do exterior" (id:ib). A Matemática "como forma de expressão da individualidade, (…) é conceptualizada como algo que se elabora e pensa" (id:ib);

tende a valorizar-se a aplicabilidade da Matemática em múltiplas situações. Este carácter aplicativo da Matemática é conceptualizado de diversas formas pelos alunos – a sua aplicação na própria Matemática como uma "descoberta" importante, a sua aplicabilidade na resolução de problemas e a sua aplicação fortemente ligada à prática de exercícios rotineiros. Relativamente a este carácter utilitário que os alunos tendem a atribuir, convém, ainda, referir o facto da Matemática se apresentar, para estes alunos, como indispensável em relação ao seu futuro profissional. Segundo este autor, uma grande fixação nas preocupações de índole escolar, nomeadamente com a avaliação, tem tendência a reforçar uma visão pragmática da Matemática;

tende a existir uma evolução na visão dos alunos, sobre a Matemática, no sentido da integração da concepção prática numa concepção de elaboração ("o pensar"). Tal evolução parece estar ligada a experiências em que o carácter aplicativo da Matemática deu lugar à explicação de situações, quer da realidade (nalguns dos projectos) quer da própria Matemática (nas investigações).

Relativamente às representações acerca da forma como se aprende Matemática, como os alunos encaram o seu papel na aprendizagem, Matos (1991), baseado no estudo que efectuou, concluiu: "A visão que o alunos têm da natureza da matemática está intimamente relacionada com a forma como conceptualizam a aprendizagem dessa disciplina na escola" (566). Por um lado, a aprendizagem surge associada ao seu carácter prático, já que o aluno pensa que a sua aprendizagem é melhorada em consequência de uma "dedicação intensa às actividades repetitivas de resolução de exercícios" (id:567). Por outro, surge a concepção associada à capacidade de elaboração mental, que parece levar os alunos a “admitir implicitamente que o conhecimento matemático pode ser construído de forma progressiva”, (id:ib) e que essa construção passa, em larga medida, pela sua actividade. No entanto, o “carácter permanente da aprendizagem, e a sua conceptualização como algo que é ininterrupto e nunca definitivo, parecem constituir elementos que eles tendem a assumir como estando desligados de aspectos específicos da Matemática” (id:ib).

Vários anos depois deste estudo ter sido realizado, Valentim (1996) citado em Rosa (1999) chegou a várias conclusões, próximas das anteriores e com base nas representações de alunos do 10º ano de escolaridade. Essencialmente concluiu que: i) é possível identificar duas tendências fundamentais sobre o que é a Matemática – “a Matemática de perspectivas dinâmicas, que é conceptualizada como algo que se constitui e desenvolve e portanto ligada ao processo construtivo dos conceitos” (90) e “a Matemática de características descritivas que é conceptualizada como um conjunto de conhecimentos bem determinados e com o objectivo de aplicar regras e técnicas bem definidas.” (id:ib); ii) segundo os alunos, o desenvolvimento da Matemática é efectuado a partir da “elaboração mental, uma vez que é determinado pela necessidade de compreender, interpretar e intervir na realidade” (id:ib); iii) a aula de Matemática é entendida como um modelo fundado no aspecto simbólico, pois centra-se na forma como se devem manipular os símbolos e fórmulas em situações abstractas e desprovidas de contexto para a obtenção de certezas e precisão. Quando confrontados sobre o modo de favorecer a aprendizagem na disciplina, poucos alunos evocam o recurso a exemplos de aplicação concreta; iv) o professor é o factor principal que favorece ou desfavorece a aprendizagem da Matemática. Os alunos fazem referência às questões afectivas considerando-as com especial atenção, formando uma apreciação da disciplina em função da disponibilidade demonstrada pelo professor, de um bom relacionamento, assim como da motivação para ultrapassagem das dificuldades; v) finalmente, o “papel do professor ocorre frequentemente associado a um carácter directo, mais observador de requisitos de clareza expositiva, motivador de interesse, do que meramente orientador na definição de estratégias e descobertas de soluções” (id:92).

De referir, por fim, um estudo desenvolvido por Abrantes (1994), no âmbito do qual o autor considerou necessário reflectir sobre as representações dos alunos acerca da Matemática e sua aprendizagem, tendo começado por sistematizar os resultados dos trabalhos desenvolvidos por vários investigadores (Schoenfeld, 1985, 1987, 1989, 1992; Frank, 1988; Borai, 1990 e Spangler, 1992).

Relativamente à natureza da matemática e da actividade realizada pelos matemáticos, muitos alunos vêem a matemática "como uma disciplina estática na qual tudo já foi criado ou descoberto" (184) e ainda "como um empreendimento solitário e realizado num local muito diferente de todos aqueles por onde os alunos passam diariamente" (id:ib). Neste estudo refere-se, ainda, que "muitos alunos parecem estabelecer uma distinção entre a Matemática enquanto ciência e a Matemática da escola." (id:ib). Relativamente à Matemática científica interessa conhecer uma série de termos, regras e teoremas que os alunos têm de memorizar para conseguirem aplicar nos exercícios efectuados na Matemática escolar. No entanto, a "sua compreensão está para além das suas possibilidades." (id:ib). Deste modo, os alunos tendem a separar a Matemática escolar, que conhecem e vivem na sala de aula de Matemática, da Matemática "científica" – da "criatividade, da resolução de problemas e da descoberta, sobre a qual ouvem falar mas que não viveram" (id:190). Relativamente ao carácter formal da Matemática, Abrantes (1994) refere que "as deduções e as definições formais tendem a ser vistas como um acessório inútil quando é preciso encontrar e aplicar um método para resolver um problema" (186) e segundo Boris "a Matemática formal torna-se um ritual que pode ser executado a pedido do professor mas que pode ser ignorado no contexto da resolução de problemas" (id:ib).

A visão geral que cada aluno possui da Matemática inclui ainda concepções como as de que "a Matemática é essencialmente cálculo, um problema de Matemática é uma tarefa para aplicar as regras aprendidas que se resolve de uma única maneira, ou o objectivo da actividade matemática é produzir a resposta correcta (supostamente única) para um dado problema" (201). Nessas concepções impera uma "visão dualista" da Matemática, sendo esta disciplina vista como uma disciplina do "certo ou errado". Por outro lado, "para muitos alunos, a noção de que a Matemática consiste essencialmente em saber e usar regras coexistia com a ideia de que se trata de uma disciplina importante e que ajuda a desenvolver o raciocínio" (Carpenter et al, 1983 citado em Abrantes, 1994:189). Um outro aspecto, respeita ao facto de "muitos alunos considerarem tão importante obter a resposta correcta como saber por que razão ela é correcta." (id:ib) – "Embora verificando-se que quase metade dos alunos via a Matemática principalmente como memorização, três quartos consideraram que a Matemática ajuda uma pessoa a pensar logicamente, e mais de três quintos consideraram que justificar as afirmações é uma parte extremamente importante da Matemática" (id:ib). Os alunos, ao acreditarem, ainda, que a Matemática escolar nada tem a ver com o mundo real, tendem a "suspender os seus conhecimentos sobre esse mundo quando trabalham em Matemática e, perante um problema da realidade, tendem a vê-lo como não sendo de

Matemática ou então a abordá-lo como se fosse um exercício no qual só os aspectos numéricos são relevantes," (id:ib). Deste modo, embora estes alunos admitam que a Matemática se relaciona com a vida diária, percebem que a Matemática que aprendem na escola nada tem a haver com a realidade onde estão inseridos. Na perspectiva do aluno, o seu papel no processo de ensino e aprendizagem da Matemática consiste em prestar atenção às explicações do professor e praticar o suficiente, enquanto que "o papel do professor é o de explicar com clareza os procedimentos e verificar se o aluno os utiliza correctamente." (id:ib).

Aprender Matemática pressupõe "anotar os procedimentos explicados pelo professor, saber de cor a sequência de passos a executar, e praticar de maneira individual um número suficiente de exercícios. Em caso de insucesso, o que se deve fazer é praticar mais" (id:188). Se o aluno aprendeu, então "será capaz de fazer os problemas rapidamente" propostos pelo professor. "Se não prestou atenção ou não treinou o suficiente, então não adianta "pensar" sozinho porque desconhece o procedimento correcto a utilizar" (id:ib). Além disso, "não vale a pena perder muito tempo com um só problema nem com os erros. Quando há um erro, o melhor é esquecer e começar tudo certo desde o princípio" (id:ib). Tal como a História, também a Filosofia da matemática são irrelevantes para a aprendizagem. Constituem, por vezes, um devaneio do professor, com o qual alunos com dificuldades em matemática não se podem dar ao luxo de perder tempo.

Finalmente, alguns estudos concluem que, na perspectiva dos alunos, "um bom professor nunca deve confundir os alunos. Uma vez que a Matemática não tem ambiguidades, a causa do insucesso (se o aluno está atento) deve ser o facto de o professor não explicar bem" (id:ib). Esta, segundo Borasi, citado em Abrantes (1994), "justifica a resistência que por vezes se observa entre os alunos perante experiências de ensino inovadoras, nomeadamente quando são baseadas na descoberta, na resolução de problemas e em explorações" (188).

Portanto, as representações sobre a matemática e o seu processo de ensino e aprendizagem são o mútuo reflexo das experiências vividas e das representações sociais dominantes. Assim, a aprendizagem deve-se situar num contexto rico que reflicta o mundo real, para que o processo construtivo do conhecimento ocorra e se transfira para ambientes para além da escola ou do treino na sala de Matemática.

2. A matemática e o seu processo de ensino e de aprendizagem

Afirmar a existência de uma relação, não casual, mas dialéctica entre, por um lado, as representações individuais e sociais intra e inter-sujeitos sobre a matemática e o seu processo de ensino e aprendizagem e, por outro lado, entre tais representações e práticas lectivas de Matemática, reúne um largo consenso a diferentes níveis.

O insucesso educativo a que tal disciplina tem sido votada, causa e consequência da cultura matemática dominante, e a incontestável importância de uma sólida educação em matemática, tem induzido diversos movimentos de reforma educativa que tentam atender aos resultados a que a investigação tem permitido chegar.

2.1 – Orientações gerais para a Matemática

Actualmente, devido à forte influência que a Matemática exerce na nossa vida, é entendido que a aprendizagem da Matemática deve, acima de tudo, contribuir para desenvolver nos alunos um espírito crítico, de modo que estes se tornem indivíduos competentes e independentes, capazes de viverem num mundo matematizado e de contribuírem para esse mundo com inteligência (Davis, 1988, referido em Abrantes, 1994).

A consecução de tal finalidade implica alterações profundas em relação, nomeadamente, ao papel do professor, ao papel do aluno, à forma como se interpreta o currículo e ao tipo de tarefas que se desenvolvem. Deste modo, a sala de aula de Matemática tem de deixar de ser um lugar onde a matemática é apresentada tal como vem nos livros escolares, onde os conteúdos aparecem segundo uma ordem universal, oferecendo uma visão desta ciência como um edifício organizado e recheado de saberes irrefutáveis, conceitos e teorias construídos por necessidades intrínsecos, para passar a ser encarada como um lugar de actividade matemática ligada aos contextos de vida e de escola. Assim, a Matemática passa a ser vista como uma construção social, impregnada de valores, e falível como qualquer outro produto do pensamento humano. Segundo Brocardo (2001):

> "Nas últimas décadas, uma mudança significativa ao nível dos sistemas educativos tem sido conceber a escola para todos durante mais anos. Paralelamente, a discussão em torno das competências matemáticas de que os jovens de hoje precisam para a sua vida profissional e para uma cidadania activa num mundo cada vez mais matematizado, embora não totalmente conclusiva, tem confluído em vários consensos. Numa época em que os computadores e calculadoras, disponíveis para a esmagadora maioria, efectuam rapidamente cálculos, não faz sentido um ensino da Matemática focada nas técnicas para realizar cálculos. Também, a incidência na resolução de tarefas rotineiras é desajustada das necessidades colocadas por uma sociedade que evolui rapidamente" (24).

Neste âmbito, "o professor não deve continuar a ser um mero fornecedor de informação, deve passar a ser um organizador das actividades, um facilitador da aprendizagem, um dinamizador do trabalho, um companheiro de descoberta" (Rosa, 1999:86). O aluno deve transitar de "mero receptor a construtor, competindo-lhe participar mais activamente na sua própria aprendizagem" (id:ib). Segundo Romão (1998) no novo paradigma, "fazer Matemática não é mais um acto solitário. A Matemática não se identifica mais com uma série de capacidades e factos que, se aprendidos, conduzem a cálculos exactos e eficientes, nem a aprendizagem envolve simplesmente ouvir e ler, seguida por grandes quantidades de prática repetitiva" (21).

Carvalho e César (1998) referem que nos "últimos vinte anos a Psicologia da Educação Matemática tem vindo a preocupar-se cada vez mais com a questão da apreensão do conhecimento e a aquisição de competências matemáticas. Este interesse tem possibilitado novas interpretações acerca do processo de aprendizagem. Para além das simples avaliações de desempenhos, levantam-se novas questões sobre os contextos, as tarefas, as instruções e as interacções sociais que se estabelecem entre os diferentes actores do processo educativo" (35). Assim, a Matemática passa a ser entendida como uma forma de pensar que envolve resolução de problemas, comunicação e compreensão de conceitos. O conhecimento matemático é construído pelos indivíduos através de exploração, hipóteses, verificação, explicação, justificação, partilha de ideais e pensamentos e negociação de significados (Simon, 1993, referido em Romão, 1998). Diversos investigadores sublinham a importância do ambiente (e da interacção social) da aprendizagem. Uma importante perspectiva teórica é devida a Vygotsky (1978), que defende que as capacidades cognitivas de ordem superior têm origem e desenvolvem-se na interacção dos indivíduos com outros. Deste modo, os alunos são indivíduos que devem interagir e participar numa aula de Matemática a diferentes níveis.

A sala de aula torna-se o contexto social e cultural da aprendizagem matemática onde os alunos não só aprendem Matemática como também aprendem a negociar os significados matemáticos com o professor (Voight, 1994; Wood et al., 1995, citado em Romão, 1998). Deste modo, os autores Bishop & Goffree (1986) vêem a sala de aula como uma combinação única de pessoas, com a sua própria identidade, atmosfera, acontecimentos significativos, prazeres e crises. A sala de aula tem a sua própria história, criada partilhada e lembrada pelos alunos, que dela fazem parte. Por sua vez cada aluno tem uma imagem dos colegas, dos objectivos deles, das interacções entre si próprio e os outros e de todas as tarefas, acontecimentos, conteúdos matemáticos, que ocorrem na sala de aula. Assim, a aprendizagem da Matemática é influenciada tanto pelas práticas matemáticas como pelas normas sociais negociadas, implícita ou explicitamente, e institucionalizadas pela comunidade da sala de aula (Yackel et al., Cobb et al., 1993 referidos em

Romão, 1998). Aprender Matemática é sobretudo aprender uma certa forma de pensar, que evolui, como todas as formas de pensar, e é por isso que não se aprende Matemática hoje como se fez ontem e se fará amanhã. O mesmo sucedeu, sucede e sucederá, à aprendizagem do ler e do escrever; os próprios modos de ver e descrever – que também se aprendem – vão variando com o tempo. O hoje, ontem, amanhã a que nos referimos deve entender-se quer no sentido do tempo histórico, quer no sentido do tempo psicológico individual (Almeida, 1991).

Assim, a valorização de aspectos afectivos, a formulação, resolução e discussão de problemas, de situações problemáticas e de investigações matemáticas, as aplicações e a modelação matemática, a utilização das novas tecnologias, não só individualmente mas principalmente em grupo, devem passar a caracterizar a aula de Matemática. Tal ambiente pode levar os alunos a reformularem as suas representações permitindo-lhes adquirir um sentido mais correcto da natureza desta ciência e a viverem experiências significativas de aprendizagem indutoras de uma sólida construção de conceitos.

Borasi (1990) apresenta estratégias de actuação que favorecem tal situação:

a) estimular algum conflito cognitivo através de paradoxos e contradições insolúveis e/ou tentar definir outras afirmações que podem estar certas ou erradas dependendo do contexto;
b) levar os alunos a questionar a sua concepção de que existe um único modo de resolver um problema, partilhando as estratégias utilizadas;
c) envolver os alunos em situações problemáticas que exijam a formulação de questões, a selecção de informação relevante e a validação de soluções.

Esta autora refere ainda como importante que seja dada oportunidade aos alunos de reflectirem nas suas experiências. Os momentos de discussão serão um bom meio para esse fim principalmente se forem acompanhados com actividades expressivas escritas. A produção de relatórios poderá fornecer um registo suplementar de desenvolvimento.

Já Garofalo (1989) advogava que as aulas de Matemática tradicionais, onde é ensinado um processo, através de um conjunto de exemplos e exercícios de prática, devem dar lugar a outras onde os alunos desenvolvam concepções mais correctas acerca desta disciplina: "O ensino da Matemática deve dar ênfase a actividades que encorajem os alunos a explorarem tópicos; desenvolver e refinar as suas próprias ideias, estratégias e métodos; e reflectirem e discutirem sobre conceitos e processos matemáticos" (504).

Relativamente à resolução de problemas Frank (1988) sugere:

a) começar a resolver problemas desde o início da escolaridade;
b) propor problemas desafiadores, que ocupem os alunos mais do que cinco ou dez minutos, requerendo o uso de diversas estratégias;
c) centrar a atenção nos processos de resolução e não nas respostas, discutindo e valorizando os diferentes processos, mesmo que não conduzam a uma resposta final correcta;
d) usar com frequência o trabalho em pequenos grupos, dando oportunidade aos alunos de comunicar matematicamente, de modo a que desenvolvam confiança em si e nos colegas como autoridades em Matemática e não dependam só do professor;
e) não colocar a ênfase no cálculo, pois é a resolução de problemas que deve ser valorizada se queremos que os alunos adquiram uma boa formação matemática.

2.1.1 – Poder matemático

Como é salientado pelo NCTM[1] (1991), ser matematicamente literado hoje tem um sentido diferente do que tinha há algumas décadas atrás. O ensino da Matemática deve sobretudo incidir no desenvolvimento de poder matemático dos alunos, noção que integra a capacidade de investigar, explorar, conjecturar e raciocinar logicamente, a capacidade de usar diversos métodos matemáticos para perceber e procurar soluções para situações novas e, ainda, adquirir confiança na sua própria capacidade de fazer Matemática. Os alunos desenvolvem poder matemático (*"mathematical power"*) quando integram, intelectualmente, as conexões matemáticas dada a relação entre conceitos, procedimentos e processos intelectuais. Os aspectos afectivos são também valorizados, em especial a predisposição para a Matemática (*"mathematical disposition"*) (Abrantes, 1994).

Assim, os cinco grandes objectivos que a Matemática persegue serão: (1) aprender a dar valor à Matemática, (2) adquirir confiança na sua própria capacidade de fazer Matemática, (3) tornar-se aptos a resolver problemas matemáticos, (4) aprender a comunicar matematicamente, e (5) aprender a raciocinar matematicamente, (citado por Abrantes, 1994: 24).

O desenvolvimento de capacidades como a resolução de problemas, o raciocínio, a comunicação e o pensamento crítico e o desenvolvimento de atitudes e valores como o gosto pela Matemática, a autonomia e a cooperação exigem que os alunos se envolvam em experiências

[1] Os Standards (NCTM, 1989) são normas (no sentido de critério de qualidade) de incidência curricular. Um argumento essencial é o que é "saber" Matemática é "fazer" Matemática.

matemáticas diversificadas, baseadas em tarefas matematicamente ricas, realizadas num ambiente de aprendizagem estimulante. Em consonância com uma visão construtiva e activa do processo de aprendizagem, o NCTM reclama a vivência de uma série de experiências: trabalho de projecto; tarefas individuais e de grupo; discussão entre os alunos e entre estes e o professor; prática de métodos específicos da Matemática e exposição pelo professor. Tudo isto implica alterações significativas quer no papel do professor quer no dos alunos.

2.1.2 – Dinâmicas da aula de matemática

Existem diversos tipos de aulas de Matemática, cada uma com a sua dinâmica própria: as aulas em que "os conceitos matemáticos são introduzidos pelo professor tendo, os alunos, um papel de meros receptores de informação e as outras onde o saber é construído no decurso da própria actividade matemática, cabendo aos alunos um papel de participação activa e ao professor um papel de organizador e dinamizador da aprendizagem" (Ponte, Boavida, Graça, Abrantes, 1997:71).

Tal dinâmica é influenciada por factores que têm a ver, nomeadamente, com os alunos, dadas as suas representações e atitudes em relação à Matemática, os seus conhecimentos e experiência de trabalho matemático e, de um modo geral, a sua forma de encarar a escola. Outros factores relacionam-se com o contexto escolar e social, ou seja, a organização e o funcionamento da escola, os recursos existentes e as expectativas dos pais e comunidade (id:ib). Finalmente, a dinâmica da aula depende também, naturalmente, do próprio professor, do seu conhecimento e competência profissional e, em especial, do modo como introduz as diferentes tarefas e apoia os alunos na sua realização, bem como das tarefas matemáticas que propõe em contexto de sala de aula.

Ora, a investigação sobre a aprendizagem tem mostrado que "o aluno aprende em consequência da actividade que desenvolve e da reflexão que sobre ela faz. A actividade do aluno é, assim, um elemento fulcral" (id:72) do processo de ensino e de aprendizagem. "Ao professor cabe favorecê-la, planeando e conduzindo aulas que tenham em conta as características e interesses dos alunos e que tirem partido dos recursos existentes" (id:ib). Assim, este é chamado a criar as condições necessárias para a aprendizagem, utilizando meios como manuais escolares, fichas de trabalho, quadro, retroprojector, materiais manipuláveis, calculadora, computador e outros. De facto, o desenvolvimento das novas tecnologias da informação e da comunicação e a sua crescente utilização nos mais diversos domínios de actividade é um traço crescente das sociedades contemporâneas, sendo de importância estratégica para o progresso científico e tecnológico que a

Escola deve saber rentabilizar e mesmo potenciar. Assim, tem-se vindo a questionar práticas centradas sobretudo no professor e a denunciar os seus efeitos. Paralelamente, enraízam-se e aprofundam-se discursos acerca dos alunos, como sujeitos activos das suas aprendizagens, e dos significados que estes atribuem ao conhecimento; das interacções sociais que se vivem nas salas de aula; dos contextos em que a educação e o desenvolvimento da pessoa-aluno vai acontecendo; do papel do professor como organizador e dinamizador de processos de ensino e aprendizagem.

De entre as estratégias que possam facilitar a representação e construção do conhecimento são de extrema importância as que têm como suporte as tecnologias de informação, pois, como refere Dias et al. (1998) "uma das mais profundas e significativas revoluções em curso na comunicação educacional está a ser operada através dos produtos e ambientes desenvolvidos a partir das tecnologias interactivas como os sistemas multimédia" (19).

Também o pensamento educativo tem evoluído – não é por se treinar muitos exercícios de cálculo, progressivamente mais complicados, que se desenvolve a capacidade de resolver problemas, de argumentar ou de formular e provar conjecturas. Os objectivos de natureza cognitiva também não se podem isolar dos objectivos de carácter afectivo. Daí que, mais do que nunca, a tradicional sequência: 1) exposição; 2) exemplificação, em que o professor escreve algo no quadro e explica oralmente e 3) apresentação de exercícios para resolver (que, se não forem concluídos no tempo normal da aula, são recomendados como trabalho para casa) está destinada ao fracasso (Mendes, 1997). Assim, "a aula tradicional dá lugar a uma aula de matemática mais participada e partilhada, em cujo delineamento emerge o conceito de actividade matemática" (id:69), onde o aluno exerce física ou mentalmente, num determinado contexto, uma acção, no qual "é dada ênfase ao envolvimento do aluno mais com trabalho matemático do que com o conteúdo matemático apresentado pelo professor" (Bishop & Goffree, 1986:315). Esta noção, segundo Mendes (1997) "destaca os aspectos dinâmicos do ensino da matemática e dá oportunidade aos alunos, através de tarefas, situações e questões que lhes são propostas" (70) pelo professor, de construírem os seus conhecimentos e desenvolverem-se matematicamente. Portanto, as tarefas propostas constituem o ponto de partida para o desenvolvimento da actividade matemática do aluno e constitui o objectivo de cada uma das acções em que a actividade se desdobra.

2.1.2.1 – Tarefa versus actividade

A natureza das tarefas propostas pelo professor e das actividades realizadas pelos alunos constitui um factor decisivo na dinâmica da sala de aula de Matemática e, deste modo, no processo de ensino e de aprendizagem. Assim, estes conceitos têm um lugar de destaque na educação matemática. Ponte (1995) esclarece estes dois termos:

> " Vemos surgir aqui uma nítida distinção entre actividade e tarefa, noções que educadores matemáticos consideram, de resto, categorias didácticas básicas. Actividade tem um sentido muito mais amplo e pode incluir a execução de numerosas tarefas. Mais importante, a actividade, que pode ser física ou mental, diz respeito essencialmente ao aluno, referindo-se àquilo que ele faz num determinado contexto. A tarefa representa apenas o objectivo de cada uma das acções em que a actividade se desdobra e é algo basicamente exterior ao aluno (embora possa ser decidido por ele). Na verdade, as tarefas são muitas vezes propostas pelo professor. Mas uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelo aluno e podem dar origem a actividades muito diversas (ou a nenhuma actividade)" (36).

Deste modo, a actividade, que pode ser física ou mental, diz respeito ao aluno. Refere-se àquilo que ele faz num dado contexto, podendo incluir numerosos tipos de acção. Pelo seu lado, a tarefa constitui o objectivo de cada uma das acções em que a actividade se desdobra e é basicamente exterior ao aluno (Ponte, Boavida, Graça e Abrantes, 1997).

As tarefas "são, na maior parte das vezes, propostas pelo professor mas, uma vez propostas, têm de ser interpretadas pelo aluno" (id:74) num certo tempo, muitas vezes indicado ou sugerido pelo professor, e "podem dar origem a actividades muito diversas (ou a nenhuma actividade)" (id:ib). Deste modo, quando o professor selecciona, adapta e cria uma tarefa, deve "basear as suas decisões em três áreas de preocupação: o conteúdo matemático, os alunos e as suas formas de aprendizagem da matemática" (NCTM, 1994:28). O professor também deve ter "em conta as características dos alunos, os seus interesses e a sua forma de aprendizagem da Matemática" (id:ib).

Segundo o NCTM (1994), torna-se particularmente relevante a escolha de actividades, baseadas em: "- matemática sólida e significativa; conhecimento das aptidões, interesses e experiências dos alunos; conhecimento da variedade de formas pelas quais os diversos alunos aprendem Matemática" (27).

Além disso, devem: apelar à inteligência dos alunos; desenvolver a compreensão e aptidões matemáticas dos alunos; estimular os alunos a estabelecer conexões e a desenvolver um enquadramento coerente para as ideias matemáticas; apelar à formulação e resolução de problemas e ao raciocínio matemático; promover a comunicação sobre a matemática; mostrar a matemática como uma actividade humana permanente; ter em atenção e assentar em diferentes experiências e predisposições dos alunos; promover o desenvolvimento da predisposição de todos os alunos para fazer matemática (NCTM, 1994).

Assim, o professor proporciona ao aluno experiências diversificadas e interessantes que fomentam a comunicação, para que este tenha que argumentar e validar os seus raciocínios. Segundo, Alan Bishop e Fred Goffree, (1986)

> “ A variedade de tarefas e actividades para possível uso do professor de Matemática é tão lata, que torna surpreendente que a aula de Matemática típica seja um local tão rotineiro e ritualista como é frequentemente descrito. Esta semelhança é devida em grande parte à estruturação da lição. A alteração para a ideia de “actividade” poderá dar um grande contributo para quebrar esta monotonia.” (322).

Uma tarefa envolve sempre uma dada situação de aprendizagem e aponta para um certo conteúdo matemático. A situação de aprendizagem constitui o referente de significados da vida quotidiana ou do domínio da Matemática a que a tarefa se refere, no quadro da cultura do aluno. O conteúdo matemático diz respeito aos aspectos matemáticos envolvidos (factos, conceitos, processos, ideias) no quadro do currículo correspondente. Tanto a situação de aprendizagem como o conteúdo matemático devem apontar de modo sugestivo para conceitos e processos e proporcionar ao aluno uma boa oportunidade de se envolver em actividade matemática. A mesma situação de aprendizagem e o mesmo conteúdo podem originar diferentes tipos de actividade consoante a tarefa proposta, o modo como for apresentada aos alunos, a forma de organização do trabalho e o ambiente de aprendizagem (Ponte, Boavida, Graça, Abrantes, 1997).

As propostas de tarefas devem ser organizadas numa perspectiva de resolução de problemas e actividades de investigação que dêem ênfase a processos matemáticos, tais como, resolver situações problemáticas, procurar regularidades, formular, testar, justificar e provar conjecturas, reflectir e generalizar.

2.1.2.2 – Comunicação matemática e em Matemática

> “Qualquer coisa que o ensino envolva, deve incluir claramente a comunicação, porque sem comunicação não há aprendizagem e sem aprendizagem não há ensino” (Bishop & Goffree, 1986, p.330).

A comunicação é um dos aspectos que mais atenção tem vindo a merecer no conjunto das actuais orientações curriculares para o ensino da Matemática (Ponte, Boavida, Graça e Abrantes, 1997).

Por comunicação entende-se, segundo Martinho (2004), “um processo social onde os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente” (6). Esta definição é suficientemente abrangente para incluir no estudo da comunicação na sala de aula de Matemática dois aspectos essenciais claramente identificados na literatura (Ponte, Boavida, Graça e Abrantes, 1997; Ponte e Serrazina, 2000):

- A interacção continuada entre os intervenientes na sala de aula (que é especificamente designada por 'comunicação' por estes autores);
- Negociação de significados enquanto modo como esses intervenientes partilham entre si as formas como encaram os conceitos e processos matemáticos, os fazem evoluir e ajustar ao conhecimento configurado pelo currículo.

Lampert e Cobb (2003, citado em Martinho, 2004) referem que a comunicação pode ser vista sob duas perspectivas que se complementam: por um lado, como conhecimentos e compreensões matemáticas a desenvolver e, por outro lado, como parte das metodologias de ensino. Na primeira perspectiva a comunicação matemática é encarada de um ponto de vista essencialmente instrumental, ao serviço da aquisição de conhecimentos. Na segunda perspectiva, o desenvolvimento da comunicação matemática torna-se não apenas um meio mas parte integrante dos objectivos de aprendizagem.

A importância dada à necessidade de mudar a comunicação que ocorre nas aulas de Matemática, tradicionalmente de carácter unívoco para o estabelecimento de comunidades discursivas, tem-lhe conferido um papel central no movimento da reforma no ensino da Matemática (Romão, 1998). Portanto, o desenvolvimento da capacidade de comunicar, justificar, conjecturar, argumentar, partilhar, negociar com os outros as suas próprias ideias, são aspectos relevantes nos programas de Matemática para o 2º e 3º ciclos do Ensino Básico. No quadro das novas orientações para o ensino e aprendizagem da Matemática, pode ler-se:

> "Considerando a estrita dependência entre os processos de estruturação do pensamento e da linguagem, há que promover actividades que estimulem e impliquem a comunicação oral e escrita, levando o aluno a verbalizar os seus raciocínios, analisando, explicitando, discutindo, confrontando processos e resultados" (Ministério da Educação, 1991: 165).

As Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar (1991), consideram que, para ser possível satisfazer, na sociedade actual, os objectivos sociais da educação, de garantir uma força de trabalho matematicamente alfabetizada, uma aprendizagem durante toda a vida, oportunidades para todos e um eleitorado informado, é tão fundamental aprender a comunicar matematicamente que este é um dos cinco objectivos gerais articulados para todos os alunos de todos os níveis de ensino. Também as Normas Profissionais para o Ensino da Matemática, NCTM (1994), reflectem a importância de uma comunicação no ensino da Matemática, onde o discurso se refira às formas de representar, pensar, falar, que professores e alunos usam quando se envolvem nas actividades da sala de aula. Se ensinar é comunicar, o discurso que se desenvolve na sala de aula determina o que os alunos aprendem e o modo como aprendem.

Segundo o relatório Cockcroft (1982) e NCTM (1994), a capacidade para dizer o que se quer dizer e entender o que nos dizem deve ser um dos resultados de um bom ensino da Matemática. Esta capacidade desenvolve-se quando há oportunidades para conversar sobre Matemática, explicar e discutir os resultados que se obtiverem e para testar conjecturas. Pedir aos alunos que expliquem por escrito e oralmente o seu raciocínio e as suas descobertas é um aspecto que melhora a sua capacidade de comunicação oral e escrita. Por outro lado, este é também um momento de reflexão sobre aquilo que acabaram de explorar.

Esta visão do ensino da Matemática é bastante diferente da tradicional em que o professor essencialmente transmite conhecimentos e valida as respostas dos alunos. Em relação ao professor pretende-se, agora, que desempenhe um papel muito mais diversificado e intimamente ligado com questões de comunicação. Assim, compete-lhe escolher actividades matemáticas válidas que motivem o interesse e a inteligência dos alunos, bem como, organizar toda a actividade intelectual da sala de aula incluindo o discurso (NCTM, 1994). Aos alunos, a quem era esperado que ouvissem, aprendessem individualmente e passivamente em silêncio, espera-se, agora, que se envolvam a fazer matemática enquanto participam em comunidades discursivas (Silver & Smith, 1996, citado em Romão, 1998).

No novo paradigma do ensino da Matemática, o conhecimento matemático é construído pelos alunos através de exploração, hipóteses, verificação, explicação, justificação, partilha de ideias e pensamentos e negociação de significados (Simon, 1993, referido em Romão, 1998). Deste modo, a Matemática não se identifica mais com uma série de capacidades e factos que, se aprendidos, conduzem a cálculos exactos e eficientes, nem aprendizagens que envolvam simplesmente ouvir e ler, seguidas por uma grande quantidade de prática repetitiva. Identifica-se como uma forma de pensar que envolve resolução de problemas, comunicação e compreensão de conceitos.

Bishop & Goffree (1986), referidos em Romão (1998), caracterizam a "sala de aula como um espaço privilegiado para a existência de uma combinação única de pessoas, com a sua própria identidade, atmosfera, acontecimentos significativos" (21). Assim, a sala de aula torna-se o contexto social e cultural da aprendizagem matemática onde os alunos não só aprendem matemática como aprendem a negociar os significados matemáticos com o professor (Voight, 1994; Wood et al., 1995). Deste modo, leva-os a uma maior participação tornando-os mais responsáveis pela sua própria aprendizagem e, obviamente, menos dependentes do professor (NCTM, 1991).

No contexto educativo actual o termo interacção é um dos mais utilizados e parece consensual na literatura que as interacções que decorrem na sala de aula, o tipo de comunicação estabelecida bem como a negociação de significados afectam de forma determinante a aprendizagem dos alunos (Bishop e Goffree, 1986; NCTM, 1994; Ponte e Santos, 1998; Ponte e Serrazina, 2000). A comunicação refere-se à interacção dos diversos intervenientes na sala de aula, utilizando uma linguagem própria, que é um misto de linguagem corrente e de linguagem matemática. A negociação de significados respeita ao modo como alunos e professores expõem uns aos outros o seu modo de encarar os conceitos e processos matemáticos, os aperfeiçoam e ajustam ao conhecimento matemático indicado pelo currículo. Para o professor, os conceitos matemáticos têm um significado rico, pleno de ligações com outros conceitos e processos matemáticos. Para os alunos, os conceitos matemáticos começam por não ter qualquer significado. Assim, a negociação do significado matemático na sala de aula constitui um aspecto importante do processo de aprendizagem.

Referem-se como principais formas de interacção a interacção um para um, um para muitos ou, ainda, interacção de muitos para muitos. Qualquer dessas formas pressupõe a reciprocidade das relações humanas, bem como o acto de comunicar. Por exemplo, as interacções aluno – aluno numa aula de investigação, trabalho de projecto ou resolução de problemas, onde o trabalho de grupo está contemplado, é muito mais forte do que numa aula organizada de uma forma tradicional (César, 2000; Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado, 1998). Deste modo, as interacções que os alunos estabelecem entre si, através de discussões, estimula-os a novas descobertas e permite-lhes que construam um conhecimento mais sólido (Martinho, 2004).

Num contexto de forte interacção, o aluno pode expressar as suas ideias, ouvir as dos colegas e do professor, formular e defender as suas conjecturas, comparar processos, compreender ideias e relações, reflectir e desenvolver o seu vocabulário matemático (NCTM, 1991; Ponte, 1998). Desta forma, o aluno pode clarificar, organizar e consolidar o seu pensamento, desenvolvendo o conhecimento matemático, a capacidade de resolver problemas, bem como a capacidade de raciocínio e a confiança em si próprio e uma compreensão mais profunda de conceitos e princípios matemáticos (Barrody, 1993; Ponte, 1998, referidos em Martinho, 2004). Como o conhecimento estimula e incentiva a aprendizagem, reconhece-se o potencial destas práticas para obter uma maior motivação dos alunos. Segundo alguns autores, o facto de determinada tarefa ter um significado social, pode facilitar o seu desempenho (César, 2000).

Um aspecto da comunicação que se torna particularmente relevante neste contexto é o discurso, isto é, o acto de comunicação, oral, escrito ou gestual. Este existe, necessariamente, sob uma ou outra forma, em toda a actividade de ensino e de aprendizagem. A condução do discurso na sala de aula é parte importante do papel do professor. Cabe-lhe colocar questões e propor tarefas que facilitem, promovam e desafiem o pensamento de cada aluno (Ponte, Boavida, Graça, Abrantes, 1997), de forma a que estes se habituem a usar uma diversidade de ferramentas para raciocinar e comunicar, incluindo o quadro, o retroprojector, cartazes, a calculadora, o computador e outros materiais e suportes. Para isso, segundo Ponte, Boavida, Graça e Abrantes (1997) "o professor precisa de saber ouvir com atenção as ideias dos alunos e pedir-lhes que as clarifiquem e justifiquem, oralmente ou por escrito" (84).

Uma das formas mais importantes que o professor dispõe para orientar o discurso na sala de aula é "fazendo perguntas aos alunos. Questionando-os, o professor pode detectar dificuldades ao nível da compreensão dos conceitos e dos processos matemáticos, ajudá-los a pensar, motivá-los para participar e saber se eles estão a acompanhar o trabalho da aula" (id:85). Deste modo, a comunicação na sala de aula é a raiz da aprendizagem, pois é pedido aos alunos uma maior participação, tornando-os mais responsáveis pela sua própria aprendizagem e, obviamente, menos dependentes do professor (NCTM, 1991, 1994). Da influência e da naturalidade da comunicação entre os diversos intervenientes, bem como, da diversificação dos suportes (orais, escritos, usando meios audiovisuais ou novas tecnologias) depende grande parte do sucesso no desenvolvimento dos conhecimentos, capacidades, atitudes e valores estabelecidos no currículo.

A comunicação oral "tem um papel fundamental na aula de Matemática, pois é imprescindível para que os alunos possam exprimir as suas ideias e confrontá-las com os seus colegas, de forma a aprendem acerca da disciplina, quer sobre os conteúdos, quer sobre a própria natureza da Matemática" (Ponte, Boavida, Graça, Abrantes, 1997:84).

A comunicação escrita "proporciona uma oportunidade também importante de expressão das ideias matemáticas. Os registos efectuados no quadro e no caderno do aluno desempenham um papel estruturante, muitas vezes decisivo, das actividades de aprendizagem" (id:ib). Na prática, a produção escrita por parte dos alunos "tende a ser muita limitada, reduzindo-se muitas vezes à realização de cálculos necessários à resolução de exercícios e problemas. No entanto, hoje reconhece-se que ela pode ter um papel mais importante no ensino da Matemática. Assim, começa a pedir-se, cada vez mais, aos alunos para redigirem relatórios ou ensaios explicando e justificando os seus raciocínios” (id:ib).

A produção de textos escritos pelos alunos, e a sua posterior discussão, revelam-se um meio importante no desenvolvimento da capacidade de comunicação (Moreira, 2002, NCTM, 1991).

Portanto, em qualquer aula de Matemática, da mais inovadora à mais tradicional, existe sempre um fluxo contínuo de comunicação. No entanto o professor deve garantir que essa comunicação se efectue nos dois sentidos – dele para os alunos e dos alunos para si, bem como entre os próprios alunos. Seja qual for a perspectiva em que nos coloquemos, parece indiscutível que quantas mais situações ricas do ponto de vista do envolvimento dos alunos forem criadas para que este comunique o que sabe maior será o seu desenvolvimento em termos de raciocínio e de comunicação matemática e em matemática.

Deste modo, no processo de ensino e de aprendizagem a comunicação é um aspecto importante, pois é através dela que os alunos dão sentido ao conhecimento matemático que se vai construindo na interacção entre os indivíduos.

2.1.2.3 – Ambiente de aprendizagem

Um aspecto que parece merecer um largo consenso entre diversos investigadores é a “importância do ambiente e da interacção social da aprendizagem. Uma importante perspectiva teórica é devida a Vygotsky (1978), que defende que as capacidades cognitivas de ordem superior têm origem e desenvolvem-se na interacção dos indivíduos com outros” (Abrantes, 1994: 104). Um outro aspecto fortemente relacionado com o ambiente em que se trabalha é, de acordo com Abrantes (1994), “a motivação” (105).

Para Ponte, Boavida, Graça e Abrantes (1997) “O ambiente de aprendizagem assume um papel de grande relevância na forma como os alunos aprendem Matemática” (90). Este ambiente, segundo Ponte e Serrazina (2000), é caracterizado pelo maior ou menor envolvimento dos alunos no trabalho e pela rigidez ou informalidade nas relações entre os diversos intervenientes. Para além das tarefas propostas e do tipo de comunicação e negociação de significados, o ambiente de aprendizagem depende de dois factores essenciais: a cultura da sala de aula e o modo de trabalho dos alunos.

Segundo o NCTM (1994):

> “ O professor de matemática deve criar um ambiente de aprendizagem que favoreça o desenvolvimento do poder matemático de cada aluno:

- permitindo e estruturando o tempo necessário para explorar profundamente a matemática e para se familiarizar com ideias e problemas significativos;
- usando o espaço físico e os materiais de forma a facilitar a aprendizagem do aluno em matemática;
- oferecendo um contexto que encoraje o desenvolvimento da aptidão e competência matemática;
- respeitando e valorizando as ideias dos alunos, as suas formas de pensar e a sua predisposição para a Matemática;

E esperando e encorajando constantemente os alunos a:

- trabalhar independentemente ou em colaboração de modo a dar sentido à matemática;
- aceitar riscos intelectuais, colocando questões e formulando conjecturas;
- manifestar um sentido de competência matemática ao validar e defender ideias com argumentos matemáticos" (59).

A sala de aula pode ser entendida como um espaço físico e temporal no qual a aprendizagem deve ser fomentada. Neste sentido, Crook (1998, citado em Morais, Almeida, Dias, 2000) refere que "as aulas são os lugares onde se organiza explicitamente a aprendizagem. O modo como se orienta o processo de aprendizagem e como se gerem as interacções são questões centrais da estratégia de ensino de cada professor" (108).

Morais, Almeida, Dias (2000) consideram que ao assumir-se "a grande importância que têm tido os ambientes de sala de aula tradicionais, acredita-se que é necessário repensá-los e introduzir neles novas fontes de conhecimento" (108). Neste contexto, é fundamental atender ao modo como é feito o acesso ao conhecimento, como se partilha e como se constrói o novo conhecimento.

Na caracterização do ambiente de aprendizagem há dois aspectos decisivos, segundo Ponte, Boavida, Graça e Abrantes (1997): "o que é permitido e o que é esperado dos diferentes actores" (90).

O ambiente de aprendizagem é condicionado pelas características físicas da sala de aula, como o espaço existente, as mesas e cadeiras, a luz, etc. Mas é sobretudo "influenciado pela relação de poder estabelecida e pelos papéis atribuídos aos alunos e ao professor. Ou seja, subjacente ao ambiente de cada aula há uma determinada cultura que regula as normas de comportamento e de interacção e estabelece as expectativas dos respectivos intervenientes" (id:ib). Assim, as salas de aula constituem verdadeiras microculturas onde se afirmam diversas crenças, concepções e valores que são perpetuados pelas práticas diárias. Estas "incluem o modo como se entra na sala, como o sumário é elaborado e a forma como se corrige o trabalho de casa. Incluem igualmente, e num plano mais decisivo, o tipo de tarefas que o professor costuma propor, o modo como encoraja (ou não) a manifestação de dúvidas e opiniões por parte dos alunos, a oportunidade que lhes dá a que argumentem e justifiquem as suas ideias" (id:ib). Todos estes aspectos carregam mensagens implícitas sobre o papel que o professor atribui aos alunos na aprendizagem e sobre as suas expectativas em relação às suas capacidades. A aprendizagem da Matemática requer um ambiente onde os alunos possam exprimir com à vontade as suas dúvidas e sugestões, onde se sintam respeitados e valorizados, nos seus contributos para o trabalho colectivo. Isto implica "a capacidade de o professor valorizar as suas ideias, encorajar a sua contribuição e respeitar as suas diferenças e dificuldades" (id:92). A adopção por parte do professor de recursos, como a calculadora e o computador, proporciona aos alunos o desenvolvimento de um ambiente de trabalho participativo, onde se leva a cabo actividade matemática rica e estimulante. Estes materiais também podem servir ao professor para estimular, nos alunos, uma atitude crítica e investigativa e enriquecer a sua capacidade de raciocínio e de comunicação.

No que diz respeito ao modo de trabalho dos alunos, na sala de aula, o professor pode escolher entre diversas formas de organização. As formas básicas de trabalho são em grande grupo, em pequeno grupo, aos pares ou individualmente. Cada uma delas permite atingir melhor certos objectivos e é mais adequada para a realização de certas tarefas (Ponte, Boavida, Graça, Abrantes, 1997).

O trabalho em grande grupo "é fundamental nas aulas de Matemática. O professor usa-o habitualmente para apresentar matéria nova, conduzir uma discussão, questionar os alunos ou interrogar em especial um aluno a quem solicita que vá ao quadro" (id:ib). Este é decisivo na "negociação de significados matemáticos. Trata-se de um modo de trabalho indispensável na introdução de novos conceitos e ideias matemáticas, bem como na apresentação de novas tarefas e na discussão de tarefas já concluídas" (id:ib). Segundo as Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar (NCTM,1991) "as discussões em grande grupo permitem aos alunos sondar e avaliar ideias, recolher dados, partilhar estratégias de resolução, resumir os dados recolhidos, inventar notações, formular hipóteses e construir argumentos" (94). Serve ainda, "para resolver um problema ou conduzir uma investigação matemática, solicitando o professor o contributo de todos os alunos" (Ponte, Boavida, Graça, Abrantes, 1997: 92). Usado em exagero, ocupando todo o tempo da aula, pode levar muitos alunos a distraírem-se e a deixarem de participar e, o que é mais grave, não permite o desenvolvimento de determinado tipo de competência e capacidades que exigem esforço individual ou interacção com outros colegas. Deste modo, é importante que o professor seja capaz de dosear, convenientemente, este tipo de trabalho, conjugando-o com outras formas de trabalho que facilitem o envolvimento de todos os alunos (Ponte, Boavida, Graça, Abrantes, 1997).

Trabalhar em pequeno grupo "constitui um fórum no qual os alunos põem questões, discutem ideias, cometem erros, aprendem a ouvir as ideias dos outros, fazem críticas construtivas e resumem as suas descobertas em documentos escritos" (NCTM, 1991:94). Para os alunos torna-se mais fácil arriscar os seus pontos de vista, avançar com as suas descobertas e exprimir o seu pensamento quando trabalham em pequeno grupo. Por isso, destinar mais tempo e mais actividades ao trabalho em pequenos grupos nas aulas de Matemática é uma das orientações mais salientes que figura em praticamente todos os documentos programáticos dos últimos anos (Ponte, Boavida, Graça e Abrantes, 1997; Abrantes, 1994). No entanto, nem todas as tarefas se proporcionam para a realização de trabalhos de grupo. Tarefas muito estruturadas, como a resolução de exercícios, não tiram grande partido da interacção entre os alunos, pois cada aluno acaba por vezes a resolver os exercícios individualmente, não havendo um propósito claro para a actividade do grupo. Tarefas que exigem um elevado grau de concentração, como resolver um problema difícil, também não são próprias para o trabalho de grupo. Por outro lado, Bishop & Goffree (1986) referidos em Romão (1998), referem que a realização de investigações matemáticas e a execução de projectos são tarefas que podem tirar grande partido da capacidade criativa do trabalho de grupo e da possibilidade dos alunos fazerem eles próprios uma certa subdivisão do trabalho, tirando o melhor partido das capacidades de cada um.

O trabalho em pares tem vindo a conhecer uma importância crescente na aula de Matemática (Ponte, Boavida, Graça, Abrantes, 1997; César, 1994), pois proporciona a possibilidade de uma interacção significativa entre os alunos, que podem trocar impressões entre si, com vista à realização da tarefa proposta (César et al., 2000). E com o tempo, "os alunos aprendem a dar as suas opiniões, a saber ouvir e respeitar as dos outros, a fazer conjecturas, a argumentar, a discutir entre eles hipóteses de resolução diferentes de chegar a um consenso acerca da solução. Todos estes factores fazem com que seja o aluno a construir o seu próprio conhecimento" (id:63). Deste modo, "os alunos podem assim participar em dois níveis do discurso da aula – o colectivo e o que desenvolvem com o seu parceiro de aprendizagem. Trata-se de uma forma prática de trabalhar, que não exige, de um modo geral, alterações no espaço físico da sala de aula e que proporciona aos alunos uma certa margem de autonomia" (Ponte, Boavida, Graça, Abrantes, 1997:94). Este tipo de trabalho, é particularmente adequado quando a tarefa proposta é relativamente estruturada e não exige um elevado nível de concentração individual.

Finalmente, o trabalho individual é também necessário no processo de ensino e de aprendizagem da Matemática. O aluno "tem de ser capaz de assumir a sua independência e a sua responsabilidade pessoal" (id:ib). A realização de exercícios, problemas e ensaios são tarefas que se adequam muitas vezes a este modo de trabalho.

Este tipo de trabalho proporciona ao professor momentos de diálogo, específicos para cada aluno. Ao aperceber-se das necessidades e interesses dos alunos, o professor apoia-os contribuído directamente para a sua progressão.

Nos últimos anos, um grande número de autores, associações profissionais e responsáveis pela elaboração de programas oficiais atribuíram uma grande importância à utilização do trabalho cooperativo em sala de aula. Como vem referido por Davidson e Kroll (1991) em Fernandes (1998) "Uma das mudanças visíveis na educação matemática, na última década, é o uso de métodos de aprendizagem cooperativa" (46). Esta mudança deve-se, em grande parte, aos vários estudos levados a efeito sobre o trabalho cooperativo. O primeiro grande estudo, que está na base da utilização do trabalho cooperativo na sala de aula, deveu-se a Kurt Lewin, no final da década 30 de 1900. Este autor estudou a influência do trabalho de grupo em crianças, o comportamento que manifestavam enquanto trabalhavam em grupo, dedicando particular atenção aos estados emocionais derivados dessas interacções. Outro grande contributo que provém de Dewey, considerado como um dos mais eminentes educadores norte-americanos, ligado ao movimento da educação progressista, foram os fundamentos teóricos sobre a aprendizagem cooperativa e consequentemente, do trabalho cooperativo. Estes fundamentos devem ser procurados na psicologia social (Slavin, 1990a). Estimulados por estas contribuições, em meados da década de 60, vários investigadores iniciaram um trabalho que consistia em alterar a ideia de usar, esporadicamente, grupos para fins precisos, limitados no tempo, para uma outra que considerava o trabalho cooperativo como um conjunto de técnicas a utilizar consistentemente nas aulas. Nos Estados Unidos da América, distinguiram-se os irmãos Johnson (David e Roger), Robert Slavin , Elliot Aronson, Elizabeth Cohen, Noreen Webb e Shlomo Sharan (Freitas, 2003) como promotores dessa nova ideia. Embora o movimento que está na base da aprendizagem cooperativa tivesse a sua origem nos EUA, as vantagens do trabalho em grupo tinham já estado presentes no pensamento dos grandes pedagogos europeus do século XIX como, Herbart, Froebel, Pestalozzi.

Os *Standards* do NCTM referem a aprendizagem cooperativa como um dos aspectos que deve merecer maior atenção em todos os níveis de ensino. Em particular, destacam o seu papel no desenvolvimento da comunicação em Matemática na sala de aula:

> "[o trabalho em pequenos grupos] constitui um fórum para os alunos fazerem perguntas, discutirem ideias, cometerem erros, aprenderem a ouvir as ideias dos outros, fazerem críticas construtivas, e sintetizarem descobertas por escrito." (NCTM, 1989, referido em Abrantes, 1994:131).

Apesar da acrescida importância dada, o NCTM refere que se deve utilizar esta estratégia de forma coordenada com outras, nomeadamente com o trabalho individual e a discussão ao nível de toda a turma.

Para Davidson (1990a) "a aprendizagem cooperativa em pequenos grupos constitui uma alternativa tanto ao tradicional ensino expositivo para toda a turma como aos sistemas de ensino individualizado" (citado em Abrantes, 1994: 136). Ele afirma que o uso "sistemático de processos de trabalho em grupo pode ter um profundo impacto positivo no clima de sala de aula: a turma torna-se uma comunidade em que os alunos trabalham activamente e em conjunto para aumentar os conhecimentos matemáticos, as capacidades e o prazer de cada um." (id:ib).

Numa percentagem significativa de casos, após vários estudos efectuados, verificou-se que os alunos em ambientes onde se utiliza o trabalho cooperativo têm melhores resultados em diversos aspectos da sua vida escolar, atingem um nível de conhecimentos mais elevado, ajustam-se melhor socialmente e ganham mais motivação pelo estudo. Adicionalmente, a investigação verificou que os alunos com dificuldades de aprendizagem também obtinham melhores resultados se integrados em grupos onde se praticasse esta metodologia.

Segundo Freitas (2003) "A aprendizagem cooperativa baseia-se em cinco princípios que justificam o seu sucesso: interdependência positiva, interacção face a face, avaliação e responsabilização individual, treino de competências sociais e avaliação do processo" (26). Cada elemento do grupo assume a liderança em determinados momentos, de acordo com o papel que desempenha e não há um líder com esse nome. Em relação à autonomia, é o grupo que, em princípio, deve resolver os problemas, tentar encontrar respostas para as dúvidas e só quando não consegue pede ajuda ao professor. Portanto, de acordo com Dees (1990) citado em Fernandes (1998), "quando os alunos trabalham juntos com o mesmo objectivo de aprendizagem e produzem um produto ou solução final comum, estão a aprender cooperativamente. Portanto, quando os alunos trabalham cooperativamente, "percebem" que podem atingir os seus objectivos se e só se os outros membros do grupo também atingirem os seus, ou seja, existem objectivos de grupo" (48).

Nos últimos anos, ao mesmo tempo que aparecia uma vasta literatura sobre a aprendizagem cooperativa, começou a ser usado um termo aparentemente análogo – a aprendizagem colaborativa.

Fernandes (1998), Damon e Phelps (1989) fazem distinção entre trabalho cooperativo e trabalho colaborativo. Para estes autores, no trabalho colaborativo os alunos assumem diferentes papéis ao resolverem a tarefa proposta, ficando cada um encarregue de uma certa parte da mesma.

Com esta subdivisão do trabalho, os alunos acabam por trabalhar, a maior parte do tempo, isoladamente. Assim, quando se promove trabalho cooperativo os alunos trabalham sempre em conjunto num mesmo problema, em vez de separadamente em componentes da tarefa. Desta maneira cria-se um ambiente rico em descobertas mútuas, *feedback* recíproco e um partilhar de ideias frequentes (Fernandes, 1998).

Davidson (1990a) argumenta que o trabalho cooperativo promove a dimensão social da aprendizagem da Matemática e um ambiente onde há pouco espaço para a competição e muito para a interacção entre os alunos (Fernandes, 1998). Quando os alunos trabalham cooperativamente podem ajudar os outros a perceber os conceitos mais básicos, e, isto, muitas vezes acontece num contexto bastante diferente do habitual. Sabemos também que os alunos aprendem falando, ouvindo, expondo e pensando com os outros; além de que, segundo o NCTM (1989) a comunicação matemática é um dos aspectos a ser trabalhado nas aulas de Matemática. Assim, o trabalho cooperativo é uma oportunidade excelente para desenvolver todas estas capacidades. Por outro lado, a Matemática proporciona muitas oportunidades para desenvolver o pensamento criativo, para fazer e testar conjecturas. Trabalhando cooperativamente, os alunos lidam com problemas que podem estar para além das possibilidades de cada um, trabalhando individualmente.

Trabalhando cooperativamente (Johnson e Johnson, 1990) os alunos ganham confiança nas suas capacidade individuais, além de que os conceitos matemáticos são melhor apreendidos como parte de um processo dinâmico em que os alunos interagem. Outra razão apresentada, por estes autores, para a utilização do trabalho cooperativo na sala de aula, é o facto de que, com este tipo de trabalho, os alunos tendem a estar mais intrinsecamente motivados para estudar Matemática pois, deste modo, os alunos adquirem mais confiança nas suas capacidades matemáticas individuais (Fernandes, 1998).

Deste modo, segundo César (1994), o trabalho cooperativo "pretende fomentar a autonomia das crianças, pelo que lhes proporciona uma grande capacidade de decisão, em relação ao que eles irão aprender" (108).

Wood e Yackel (1990) e Holyles (1985) (em Brodie, 1995) argumentam que as interacções em pequenos grupos podem aumentar as possibilidades de crescimento conceptual mas, para os professores, a tarefa de implementar o trabalho cooperativo parece não ser fácil pois estes são continuamente confrontados com dilemas, nomeadamente o de "dar aos alunos o controlo da situação de aprendizagem e ao mesmo tempo desenvolver um conhecimento matemático satisfatório” (Brodie, 1995:216).

Relativamente ao crescimento conceptual, Vygotsky (1979) refere-se a dois sistemas conceptuais relacionados com o conhecimento sistemático e o conhecimento espontâneo. Para este autor, os conceitos espontâneos são desenvolvidos e tomam significado na actividade diária e nas interacções; os conceitos científicos desenvolvem-se através da instrução formal e formam parte do sistema de conhecimento. Segundo Vygotsky (1986) “estes dois sistemas conceptuais, desenvolvendo-se “de cima” (conceitos científicos) e “de baixo” (conceitos espontâneos) revelam a sua real natureza na interrelação entre o desenvolvimento actual e a ZDP. Os conceitos espontâneos, que apresentam um défice de controlo, podem encontrá-los na ZDP na cooperação das crianças com os adultos.” (194).

O conhecimento matemático é de facto um sistema de conceitos científicos. Mas as crianças desenvolvem, no seu dia-a-dia, muitos conceitos matemáticos espontâneos, que raramente são valorizados na escola. Deste modo, o trabalho cooperativo é uma oportunidade de utilizar os conceitos espontâneos na sala de aula, mas segundo Brodie (1995), isso não é suficiente, pois os conceitos espontâneos necessitam de ser explicitados e há necessidade de fazer conexões com os conceitos científicos. O professor pode ser uma poderosa influência, servindo de intermediário para o desenvolvimento conceptual em pequenos grupos. Ouvir e falar com os alunos, pode fazê-los trazer os seus conceitos espontâneos para a sala de aula, e dar-lhes acesso aos conceitos científicos.

2.1.3 – Avaliação das aprendizagens

O termo avaliação integra uma variedade de significados e, por isso, comporta um extenso campo semântico, querendo dizer “determinar a valia ou valor de” (Pacheco, 1994:63), “apreciar o conhecimento de, reconhecer a força de, estimar, calcular, organizar” (id:ib). A avaliação é um termo complexo, e também controverso. Ao longo dos tempos, o significado atribuído à avaliação tem sido diverso. Segundo Leal (2002) “de uma forte associação a uma ideia de medida, vista como um acto técnico remetido para os peritos, este entendimento tem progressivamente vindo a deslocar-se para o de avaliação como um acto de comunicação, de interacção entre pessoas e objectos de avaliação, que ocorre num dado contexto social e é por ele determinado” (1). Mogens Niss (1993), citado em (Ponte, Boavida, Graça e Abrantes, 1997) refere:

> “ A avaliação vem merecendo uma atenção crescente por parte da comunidade internacional da educação matemática. Há numerosas razões para isso mas uma parece ser predominante. Durante as

> últimas décadas, a educação matemática desenvolveu-se consideravelmente no domínio dos ideais e objectivos, na teoria e na prática, enquanto os conceitos e práticas de avaliação não registaram o mesmo desenvolvimento.
> O currículo de matemática tem-se expandido. Em primeiro lugar, quanto aos conteúdos, aspectos das aplicações e modelação, a cooperação com outras disciplinas, a filosofia e história da matemática, a resolução de problemas, as actividades de exploração e experiências realizadas com o apoio das tecnologias têm sido incluídas em diversos programas um pouco por todo o mundo. Em segundo lugar, testemunhamos uma expansão notável do leque de formas de trabalho e actividades dos alunos. Investigações prolongadas, tanto de matemática pura como aplicada, trabalho de projecto, discussões científicas, actividades fora da sala de aula, experimentação, trabalho de grupo, etc., já não são entidades utópicas no ensino da matemática. (…)
> Porém, estes desenvolvimentos não foram acompanhados por correspondentes desenvolvimentos em avaliação, no que diz respeito aos valores e conceitos, bem como à teoria e prática. (…)
> Seja como for, a expansão das noções de matemática e de educação matemática alargou sem dúvida o fosso entre as tendências actuais no ensino da matemática e as práticas tradicionais de avaliação" (98).

Segundo Leite e Fernandes (2002) "este interesse decorre não só do facto de a avaliação constituir uma das marcas mais visíveis da educação escolar, mas também por ser determinante do que nela é valorizado e dos procedimentos que configuram o currículo e o seu desenvolvimento" (11).

A avaliação depende e, simultaneamente, determina as concepções de educação e de currículo que existem, assim como os papéis que são atribuídos à escola e à formação em geral (Abrantes, 1994; Leal e Abrantes, 1990; Leal, 1992; Hadji, 1994 citado em Santos, 2003; Pacheco, 1994). Ora, os debates sobre o currículo e a educação, e do que neles é relevante, têm permitido "sustentar a importância dos alunos adquirirem conhecimentos e procedimentos do domínio do fazer, mas não apenas para conhecer e fazer, e sim, para 'aprender a aprender' e ' aprender a agir'. Estas são as bases de uma formação que, num processo de interacção com os outros e com as situações permite a cada um(a) e a todos(as) 'aprender a ser'" (Leite e Fernandes, 2002:12). Mas, como refere Fernandes (2005), "continuam a prevalecer modelos que dão ênfase ao ensino de procedimentos rotineiros que pouco mais exigem dos alunos do que a reprodução de informação previamente transmitida. (…) mais orientados para a atribuição de classificações do que para a análise do que os alunos sabem e fazem, para a compreensão das suas dificuldades e para a ajuda à sua superação" (15). É urgente, assim, ampliar os sentidos da avaliação incorporando novos procedimentos e novas práticas.

Os testes, a participação oral, os quais tendem a valorizar os conhecimentos factuais dos alunos, a sua rapidez e eficiência na execução de procedimentos de cálculo não servem os actuais propósitos educativos. Segundo Fernandes (2005) "a investigação tem sugerido que aprender desta forma dificulta a aplicação e mobilização dos conhecimentos em contextos diversificados, nomeadamente na resolução de problemas da vida real" (26).

As formas de avaliação que têm maior peso no sucesso ou insucesso escolar constituem uma arma poderosa, exercendo um efeito retroactivo sobre o processo educativo e determinando, em larga medida, quais são os aspectos da aprendizagem que acabam por ser mais valorizados e o modo como se ensina e como se estuda. No entanto, ensino e avaliação devem ser vistos como duas componentes de um mesmo sistema e não como sistemas separados. Isto significa que as tarefas de avaliação devem, ao mesmo tempo, gerar novas oportunidades para aprender e constituir fontes de informação essenciais tanto para o professor como para o aluno, ou seja, devem fornecer dados significativos a respeito das aptidões, preferências e dificuldades de cada aluno de forma a ajudar o professor a compreendê-lo enquanto "aluno de Matemática" e constituir uma base para conceber e orientar futuras actividades. Ao mesmo tempo, devem fornecer ao aluno uma informação que o ajude na reflexão e auto – regulação relativamente ao seu próprio processo de aprendizagem (Ponte, Boavida, Graça e Abrantes, 1997; Leite e Fernandes, 2002; Fernandes, 2005), de forma a "que os alunos se apropriem melhor dos processos que lhes permitiram aprender e dos saberes definidos como importantes na formação escolar" (Leite e Fernandes, 2002:54).

Este processo de apropriação das aprendizagens, pelos alunos, implica que, do ponto de vista da avaliação se promovam estratégias e mecanismos que atendam à diversidade e heterogeneidade das situações e dos alunos (ritmos e estilos de aprendizagem, interesses, valores culturais, atitudes, …) que contribuam para que, de forma diferenciada, se reforcem essas mesmas aprendizagens, e que essa diversidade funcione como ponto de partida para a definição dos próprios mecanismos de regulação das aprendizagens. Leite e Fernandes referem:

> "Apostar nesta perspectiva de construção do saber a partir dos conhecimentos e das experiências reais dos alunos, é, como referimos, assumir do ponto de vista epistemológico e do ponto de vista pedagógico uma concepção construtivista da aprendizagem. Isto é, é assumir que os novos saberes só serão incorporados e/ou apropriados pelos alunos se forem significativos e se por eles forem percebidos e interpretados à luz dos quadros conceptuais que possuem." (54).

Nesta linha de pensamento o NCTM (1991, 1999, 2000) propõe, como grandes princípios para a avaliação dos alunos, que esta seja parte integrante do processo de ensino, que sejam utilizadas múltiplos meios de avaliação e ainda que sejam avaliados todos os aspectos do conhecimento matemático e as suas interligações. A utilização de vários "instrumentos de forma integrada no ensino permite, (…) uma avaliação consistente com o ensino e aprendizagem, contribuindo para o desenvolvimento de sua função reguladora (…) e (…) permite reunir um conjunto significativo de evidências daquilo que o aluno melhor consegue fazer em diferentes tarefas e em diferentes contextos de trabalho" (Menino e Santos, 2004:2).

Quanto aos procedimentos a mudar no domínio da avaliação, o NCTM (1991, 1998) salienta:

- "Avaliar o que os alunos sabem e como pensam sobre a matemática, em vez de avaliar o que os alunos não sabem;
- Encarar a avaliação como parte integrante do processo de ensino, em vez de avaliar pela contagem de respostas correctas nos testes com o único propósito de classificar;
- Focar uma grande variedade de tarefas matemáticas e adoptar uma visão holística da Matemática, em vez de focar um grande número de capacidades específicas e isolados organizados numa matriz de conteúdos/objectivos comportamentais;
- Desenvolver situações problemáticas que envolvam aplicações de um conjunto de ideias matemáticas, em vez de usar exercícios ou problemas de palavras que requeiram apenas uma ou duas capacidades;
- Usar várias técnicas de avaliação, incluindo formas escritas, orais e de demonstração (e algumas vezes calculadoras, computadores e materiais manipuláveis), em vez de utilizar apenas testes escritos." (228).

Acrescentam ainda que:

> "A avaliação do poder matemático dos alunos vai para além da medição da quantidade de informação que eles dominam, devendo incluir o alcance da sua capacidade e disposição para utilizar, aplicar e comunicar essa informação. A avaliação deve analisar até que ponto os alunos integraram e deram sentido à informação, se conseguem aplicá-la em situações que requeiram raciocínio e pensamento criativo e se são capazes de utilizar a matemática para comunicar as suas ideias. Para além disso, a avaliação deve analisar a predisposição dos alunos face a esta ciência, em particular a sua confiança em fazer matemática e o modo como a valorizam. (…) A avaliação do poder matemático não deve ser concebida como a avaliação de competências separadas ou isoladas. Embora um dado aspecto do conhecimento matemático possa ser mais salientado do que um outro numa dada avaliação, deve ficar claro que o poder matemático compreende todos os aspectos do conhecimento matemático e a sua integração. " (id:242).

Uma preocupação fundamental é que as práticas de avaliação sejam compatíveis com as orientações curriculares, procurando estar em sintonia com os principais objectivos do currículo, com a importância relativa atribuída aos vários tópicos e processos, e com as abordagens e formas de trabalho desenvolvidas nas aulas. A avaliação dos meios pelos quais o professor avalia a compreensão matemática dos alunos deve evidenciar que o professor:

- " Utiliza uma diversidade de métodos de avaliação para determinar a compreensão matemática dos alunos;
- Adapta os métodos de avaliação ao nível de desenvolvimento, maturidade matemática e contexto cultural do aluno;
- Harmoniza os métodos de avaliação com aquilo que é ensinado e com os métodos de ensino;
- Analisa a compreensão e a predisposição individual de cada aluno face à matemática, de modo que a informação relativa ao seu desenvolvimento matemático possa ser fornecida aos alunos, aos seus pais e às autoridades escolares a quem interesse;

- Baseia o ensino nas informações obtidas a partir da avaliação da compreensão e da predisposição dos alunos, em relação à matemática. " (NCTM, 1994:112).

Segundo Santos (2003) "muito embora a avaliação não se restrinja à recolha e tratamento de dados, ela passa necessariamente por estas etapas" (8). A avaliação está dependente dos instrumentos e procedimentos formais ou informais que o professor utiliza para obter a informação de que necessita. Segundo Cortesão (2002) é importante "não utilizar preferencialmente uma ou outra forma de avaliar sem perceber os significados que se ocultam por detrás das diferentes práticas" (42). Deste modo, tem à sua disposição uma grande variedade de modos e instrumentos de avaliação, relativamente aos quais terá que fazer as suas opções de acordo com a orientação que dá ao processo de ensino e de aprendizagem. Sendo assim, conhecer diferentes possibilidades no domínio da avaliação e reflectir sobre as características, potencialidades e limitações de cada uma delas constitui, obviamente, uma tarefa importante.

O relatório escrito, o teste em duas fases e o portfólio são instrumentos que se revestem de grandes potencialidades educativas no âmbito das actuais orientações no âmbito da Educação Matemática e por serem instrumentos ainda pouco investigados no nosso país (Menino e Santos, 2004).

2.1.3.1 – Testes

Os testes, na sua forma mais habitual – provas escrita com perguntas fechadas, individuais, sem consulta, com tempo limitado – constituem o instrumento dominante, e por vezes quase exclusivo, de avaliação dos alunos (APM, 1998; Menino e Santos, 2004). Contudo, pela sua própria natureza, o teste "parece não responder aos princípios orientadores da avaliação apresentados anteriormente uma vez que não permite a inclusão de questões suficientemente ricas e abertas; não facilita uma utilização produtiva do erro" (Menino e Santos, 2004:3) e não podem avaliar um conjunto de aspectos fundamentais tais como o desempenho oral do aluno, nomeadamente "a apresentação de raciocínios, interpretações e argumentos em situações complexas e reais" (id:ib), a apetência para interagir com outros na resolução de um problema e são incapazes de determinar a capacidade do aluno para procurar a informação de que necessita. Como constituem provas com tempo limitado, são inadequadas para pôr à prova a persistência do aluno, o seu gosto e aptidão para se envolver numa investigação prolongada. A sobrevalorização dos testes em Matemática fomenta a memorização de fórmulas e regras práticas e o treino na resolução de exercícios-tipo (Leite, 1999; Leite e Fernandes, 2002). Certamente, o esforço para elaborar outro tipo de testes, onde se incluiu a colocação de questões que levem o aluno a interpretar, a reflectir, a explicitar raciocínios e a elaborar explicações, pode ser muito útil. Um teste não tem que ser necessariamente um conjunto de exercícios-tipo aos quais o aluno se limita a dar uma resposta numérica 'certa, ou errada' e onde se avalia essencialmente aspectos cognitivos.

Segundo Rafael (1998, citado Santos, 2003) "apontam-lhes diversas limitações, como o de serem incapazes de abarcar todos os aspectos da aprendizagem em Matemática" (7).

2.1.3.2 – Testes em duas fases

O teste em duas fases é normalmente composto por questões de diferentes tipos, questões de resposta curta, de resposta aberta e de ensaio (Leal, 1992). Para se tirar o maior partido das potencialidades deste teste, o enunciado deve incluir questões de dois tipos: perguntas de interpretação ou pedindo justificações e problemas de resolução relativamente breve e questões abertas e problemas requerendo alguma investigação e respostas mais desenvolvidas (Ponte, Boavida, Graça e Abrantes, 1997). Este instrumento de avaliação é realizado em dois momentos distintos: primeiro na sala de aula e sem quaisquer indicações do professor em tempo limitado; depois, num período de tempo mais alargado, normalmente uma semana, o aluno volta a reflectir sobre algumas das questões colocadas (Leal, 1992) dispondo de mais tempo e dos comentários que o professor formulou ao avaliar as respostas iniciais. Neste momento o aluno preocupa-se essencialmente com as questões abertas e de ensaio. Terminado este período, o teste volta a ser entregue ao professor, que procede a nova classificação (De Lange, 1987 referido em Menino e Santos, 2004; Menino e Santos, 2004; Leal, 1992).

Leal (1992) refere que este instrumento favorece o desenvolvimento de capacidades como a comunicação, a interpretação, a reflexão e a exploração de ideias matemáticas, contribui ainda para a auto-confiança do aluno na relação com a Matemática, o sentido da responsabilidade, a perseverança e o empenho nas tarefas. Segundo Ponte, Boavida, Graça e Abrantes (1997)

> "A expectativa é que o aluno, na primeira fase, resolva as questões tipo 1 e comece a trabalhar as do tipo 2, e que, na segunda fase, corrija ou melhore as respostas às primeiras (se for caso disso) e desenvolva as segundas. A avaliação que o professor faz daquilo que cada aluno produziu tem em conta as duas fases do processo, considerando quer as respostas iniciais quer o modo como o aluno as desenvolveu na segunda fase. (…) Em comparação com os testes usuais, os testes em duas fases permitem captar mais aspectos relevantes sobre a aprendizagem sem se perder o tipo de informação que é recolhida através das provas habituais" (51).

O sucesso deste instrumento depende, em larga medida, da escolha das perguntas e dos comentários e com o *feedback* feitas pelo professor ao desempenho do aluno na primeira fase (Varandas, 2000).

2.1.3.3 – Relatórios e ensaios

> "Este tipo de trabalho, pela sua natureza, pode estar fortemente associado a objectivos que os currículos e os programas actuais tendem a valorizar, tanto ao nível das capacidades (resolução de problemas, raciocínio, comunicação) como das atitudes e valores (gosto pela pesquisa, persistência, responsabilidade)" (Ponte, Boavida, Graça e Abrantes, 1997:52).

Os relatórios e ensaios constituem produções escritas, mais ou menos extensas, realizadas pelos alunos. Varandas (2000) define-os como a produção escrita onde o aluno descreve, analisa e critica uma dada situação ou actividade. Tais registos podem ser elaborados individualmente ou em pequenos grupos, dentro ou fora da sala de aula, sobre um problema proposto pelo professor, puramente matemático ou de aplicação a situações da realidade concreta. Podem, ainda, incidir em actividades de investigação ou projectos. Neste contexto, o aluno é levado a efectuar uma reflexão mais profunda do que aquela que ele teria de efectuar se apenas tivesse de apresentar uma resposta, eventualmente acompanhada de uma justificação breve e imediata do raciocínio que realizou (Leal, 1992; Varandas, 2000; Santos, 2004; Menino, 2004).

Se esse raciocínio descreve com algum pormenor um trabalho realizado, incluindo a organização e interpretação dos dados recolhidos e, eventualmente, a apresentação de conclusões, está-se perante um relatório. Nas situações em que se assemelha a um artigo para uma revista estamos perante a um ensaio. Estes podem constituir um factor de aprendizagem e um elemento significativo de avaliação, pois, "tarefas deste tipo estão fortemente associadas (mais do que os testes) a objectivos curriculares de aplicação de conhecimentos a situações novas e de desenvolvimento de algumas capacidades e atitudes" (Ponte, Boavida, Graça e Abrantes, 1997:56), tais como o desenvolvimento da autonomia e a reflexão relativamente à sua própria aprendizagem. Além de se constituir como "um instrumento de avaliação é claramente um factor de aprendizagem uma vez que o aluno tem de aprender a registar por escrito o seu pensamento, a articular ideias e explicar procedimentos, ao mesmo tempo que critica os processos utilizados, avalia os desempenhos do grupo e o produto final" (Menino e Santos, 2004:3).

Para Menino (2004) referido em Santos (2004) a utilização do relatório "possibilitou a prática de uma avaliação reguladora das aprendizagens (…) favorável ao desenvolvimento de uma prática formativa, centrada no professor, e de uma prática de auto-avaliação, centrada no aluno" (12).

Em termos globais, segundo Leal (1992) este meio permite desenvolver nos alunos, no domínio cognitivo, capacidades de comunicação, a interpretação, a reflexão, a exploração de ideias matemáticas e o espírito crítico, e, no domínio afectivo, o sentido da responsabilidade pessoal e de grupo, a perseverança e a relação entre alunos.

2.1.3.4 – Portfólios

Este instrumento de avaliação foi pela primeira vez divulgado como uma estratégia a adoptar num conjunto de folhas elaboradas pelo Departamento de Avaliação Pedagógica em 1992 (Fernandes, 2005). As folhas foram distribuídas por todas as escolas do ensino básico, para apoiar a concretização de medidas previstas no Despacho 98-A/92, e incluídas num dossier intitulado Pensar Avaliação, Melhorar a Aprendizagem (Fernandes, 2005). A sua utilização é hoje fortemente recomendada por diversos autores (por exemplo, Crowley, 1993; Fernandes et al. 1994; Leal, 1992; Menino, 2004; Varandas, 2000).

Pode-se dizer que o portfolio de um aluno é uma pasta ou um dossier contendo elementos significativos do trabalho que realizou na disciplina ao longo de um ano lectivo ou mesmo de um ciclo. Sublinhe-se que não é um mero conjunto de trabalhos dos alunos organizado numa pasta de arquivo ou numa caixa. (Fernandes, 2005). Ou seja, deve conter os principais trabalhos, incluindo relatórios que elaborou, problemas que resolveu, explorações e investigações que efectuou individualmente ou em pequenos grupos, testes que fez, etc. A sua organização exige "uma planificação com propósitos bem claros e uma articulação sistemática entre o desenvolvimento do currículo, a aprendizagem e a avaliação" (Fernandes, 2005:87). Deste modo, o portfólio deve reflectir globalmente o percurso do aluno. A sua selecção deve ser da responsabilidade conjunta do professor e do aluno. Deste modo, tornam-se, como refere Chaves (1998) citado em Leite e Fernandes (2002), como "instrumentos de diálogo entre formador e formando(s) que não são produzidos no final do período para fins avaliativos mas são continuamente (re)elaborados na acção e partilhados por forma a recolherem, em tempo útil, outros modos de ver e de interpretar que facilitem ao formando uma (…) estimulação do pensamento reflexivo" (62) que apoiam a apropriação e auto-regulação das aprendizagens realizadas pelos alunos (Leal, 2002). O aluno, ao interagir com o professor, terá mais oportunidades de intervir e de assumir responsabilidades no seu processo educativo (Santos, 2002). Assim, segundo Leite e Fernandes (2002):

> "A utilização de portfólios, como dispositivos de auto-construção e de auto-regulação das aprendizagens, configura um meio de implicar os alunos nos processos de formação escolar e de os tornar conscientes dos percursos que estão a realizar. Ou seja, os portfólios ao mesmo tempo que

> permitem evidenciar as aprendizagens realizadas, permitem, ainda, (…) se situem face a um percurso escolar e auto-regulem esse mesmo percurso." (61).

Menino (2004) identificou múltiplos aspectos como preferencialmente desenvolvidos através do uso de portfólios como, a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação, a organização, a criatividade, hábitos de trabalho e competências reflexivas e metacognitivas. Em contrapartida, para os professores, o portfolio é um excelente aliado para efectuar uma avaliação contínua, pois permite um acompanhamento sistemático do percurso e das aprendizagens efectuadas pelos seus alunos. No entanto, a sua utilização não é simples. Implica, como refere Fernandes (2005), uma "planificação e organização rigorosas, uma revisão sistemática e regular dos trabalhos dos alunos e um cuidado muito especial com o tipo de tarefas que lhes queremos propor" (88). Pelas suas características e pela riqueza de informação que pode conter, este é considerado, por diversos autores (Abrantes, 1994; Leal, 1992; Menino, 2004; Santos, 2002; Varandas, 2000), como um instrumento por excelência de regulação do processo de ensino e aprendizagem.

2.1.3.5 – Outros instrumentos de avaliação

O professor, para avaliar os seus alunos, pode, em diversas situações, utilizar alguns trabalhos sem serem documentos escritos, tais como, o desenvolvimento de projectos e as apresentações orais (Varandas, 2000; Leal, 1992). Estes podem desempenhar um papel de relevo na avaliação, pois, "ao exporem o seu trabalho perante os colegas e o professor preparando previamente a sua exposição e submetendo-se às questões que lhes sejam colocadas, os alunos desenvolvem a sua compreensão dos problemas estudados, bem como a capacidade de comunicação e argumentação" (Ponte, Boavida, Graça e Abrantes, 1997:117). Desta forma, estas actividades constituem "valiosas fontes de informação para o professor quanto ao progresso dos seus alunos nestes domínios da aprendizagem." (id:ib).

Em relação ao desempenho oral dos alunos não deve ser avaliado apenas quando o aluno efectua uma apresentação, o professor deve promover a participação dos alunos em discussões sobre questões de Matemática dos mais diversos tipos. Segundo Ponte, Boavida, Graça e Abrantes (1997), " Há aspectos da aptidão da Matemática, como a compreensão de ideias e a argumentação, e mesmo atitudes em relação a esta disciplina, que são dificilmente avaliáveis sem uma componente de discussão oral" (117). O recurso a questionários e entrevistas individuais ou em pequenos grupos, pode revelar-se uma pratica de grande importância no domínio da avaliação, pois a partir destes instrumentos, o professor pode avaliar alguns aspectos do domínio das atitudes e valores, bem com das concepções dos alunos a respeito da Matemática e da própria aprendizagem. O registo que o professor faz dos principais factos, também é um instrumento que o pode ajudar a dar mais sentido e uma maior consistência à apreciação que faz do trabalho de cada aluno.

Em suma, na avaliação das aprendizagens em Matemática pode ser utilizada uma diversidade de formas e instrumentos, seleccionados de acordo com o propósito da avaliação, que contribuam para a promoção da aprendizagem e o gosto pela disciplina, estimulando a capacidade de investigar, raciocinar e comunicar em Matemática e que permitam ao professor aprender a conhecer melhor os seus alunos, avaliar como estes estão a progredir e também a reflectir e regular as suas práticas.

2.2 – A Matemática no Currículo Nacional

Em Portugal, muitas das recomendações da comunidade de educação matemática a nível nacional e internacional foram incorporadas nos currículos oficiais. Assim, nos currículos em vigor desde 2001/2002, preconiza-se o desenvolvimento integral de todos os alunos e defende-se essencialmente, que os alunos aprendem duma forma mais eficaz e efectiva se estiverem activamente envolvidos num processo significativo de aprendizagem na interacção com o saber, com os artefactos e/ou com os outros em vez de serem meros receptores passivos de informação.

Além disso, considera-se que os conteúdos de aprendizagem integram aspectos dos domínios afectivo e cognitivo, destaca-se a importância da resolução de problemas e sublinha-se a ligação da Matemática com situações da realidade. Os programas dão, também, indicações relativas a um processo de ensino em que é dado relevo à observação, à experimentação, aos aspectos intuitivos da Matemática e manifestam abertura para a utilização das novas tecnologias. Sendo assim, a aprendizagem e a prática da matemática escolar não são actividades puramente intelectuais isoladas de factores contextuais sociais e culturais.

2.2.1 – Competências matemáticas

O currículo Nacional do Ensino – Competências Essenciais (DEB, 2001) estrutura-se em torno das competências que os alunos deviam desenvolver ao longo da sua escolaridade (anexo 1.1). Assim, importa, primeiro, esclarecer que a:

> " (…) noção ampla de competência, que integra conhecimentos, capacidades e atitudes e que pode ser entendida como saber em acção ou em uso. Deste modo, não se trata de adicionar a um conjunto de conhecimentos um certo número de capacidades e atitudes, mas sim de promover o desenvolvimento integrado de capacidades e atitudes que viabilizam a utilização dos conhecimentos em situações diversas, mais familiares ou menos familiares ao aluno." (DEB, 2001: 9).

Sendo assim, como Morgado (2001) refere "A educação básica é entendida como uma aquisição global de conhecimentos e de um conjunto de valores e de atitudes idênticas para todos, independentemente da diferenciação cultural, (…). Isto é, congrega os conhecimentos fundamentais, as regras de comportamento cívico, os valores e as atitudes sem as quais uma pessoa não pode funcionar em sociedade." (44).

A noção de competência remete para o conceito de literacia (Abrantes, Serazina e Oliveira, 1999; Bento, Santo e Garção, 2003) e considera-se que a:

> "cultura geral que todos devem desenvolver como consequência da sua passagem pela educação básica pressupõe a aquisição de um certo número de conhecimentos e a apropriação de um conjunto de processos fundamentais mas não se identifica com o conhecimento memorizado de termos, factos e procedimentos básicos, desprovido de elementos de compreensão, interpretação e resolução de problemas. (…) A competência não está ligada ao treino para, num dado momento, produzir respostas ou executar tarefas previamente determinadas. A competência diz respeito ao processo de activar *recurso*s (conhecimentos, capacidades, estratégias) em diversos tipos de situações" (DEB, 2001:9).

Por outro lado convém explicitar que o termo "essenciais", relativo às competências, deve ser considerado numa lógica de "fundamentais" e não de competências mínimas. Dentre as competências essenciais, distinguem-se as "gerais" – que correspondem ao perfil à saída do ensino básico, das "específicas" de cada área disciplinar ou disciplina.

Segundo o mesmo documento,

> "A clarificação das competências a alcançar no final da educação básica toma como referentes os pressupostos da Lei de Bases do Sistema Educativo, sustentando-se num conjunto de valores e de princípios, tais como:
>
> - A construção e a tomada de consciência da identidade pessoal e social;
> - A participação na vida cívica de forma livre, responsável, solidária e crítica;
> - O respeito e a valorização da diversidade dos indivíduos e dos grupos quanto às suas pertenças e opções;
> - A valorização de diferentes formas de conhecimento, comunicação e expressão;
> - O desenvolvimento do sentido de apreciação estética do mundo;
> - O desenvolvimento da curiosidade intelectual, do gosto pelo saber, pelo trabalho e pelo estudo;
> - A construção de uma consciência ecológica conducente à valorização e preservação do património natural e cultural;
> - A valorização das dimensões relacionais da aprendizagem e dos princípios éticos que regulam o relacionamento com o saber e com os outros." (id:15).

À luz destes princípios, equacionaram-se as competências gerais que todos os alunos devem adquirir com a frequência da educação básica e que se revelam, necessárias à qualidade da vida pessoal e social de todos os cidadãos:

> "(1) Mobilizar saberes culturais, científicos e tecnológicos para compreender a realidade e para abordar situações e problemas do quotidiano.

> (2) Usar adequadamente linguagens das diferentes áreas do saber cultural, científico e tecnológico para se expressar.
>
> (3) Usar correctamente a língua portuguesa para comunicar de forma adequada e para estruturar pensamento próprio.
>
> (4) Usar línguas estrangeiras para comunicar adequadamente em situações do quotidiano e para apropriação de informação.
>
> (5) Adoptar metodologias personalizadas de trabalho e de aprendizagem adequadas aos objectivos visados.
>
> (6) Pesquisar, seleccionar e organizar informação para a transformar em conhecimento mobilizável.
>
> (7) Adoptar estratégias adequadas à resolução de problemas e à tomada de decisões.
>
> (8) Realizar actividades de forma autónoma, responsável e criativa.
>
> (9) Cooperar com outros em tarefas e projectos comuns.
>
> (10) Relacionar harmoniosamente o corpo com o espaço, numa perspectiva pessoal e interpessoal promotora da saúde e da qualidade de vida. " (id:15).

Este conjunto de competências gerais constitui um elemento de trabalho central no processo de desenvolvimento do currículo, para que todas as áreas curriculares actuem em convergência. Assim, assume-se que a sua operacionalização deverá ter um carácter transversal, competindo a cada área e a cada professor a explicação de como "essa operacionalização transversal se concretiza e se desenvolve em cada campo especifico do saber e para cada contexto de aprendizagem do aluno." (id:16).

Além das competências gerais, são de considerar, ainda, as competências "transversais" que "atravessam todas as áreas disciplinares e não disciplinares do currículo, ao longo do percurso escolar. Dizem respeito,

> "a aprendizagens fundamentais e estão relacionadas com os processos de aquisição, comunicação e utilização dos conhecimentos, de forma a promover o desenvolvimento do **Perfil de Competências Gerais** de saída do ensino básico, e a capacidade de aprendizagem ao longo da vida. As **Competências Transversais** deverão constituir critérios de organização e orientação das aprendizagens em cada disciplina e no conjunto das disciplinas, para além de serem trabalhadas nas novas áreas curriculares não disciplinares, de modo a concebê-las como um todo coerente e articulado, em vez de entrarem em contradição entre si, como frequentemente acontece" (Encarnação, s/d).

No que concerne às competências transversais, inicialmente associadas às aprendizagens nucleares, estão relacionadas com a importância primordial de 'aprender a aprender' no decurso do ensino básico.

O Ministério da Educação explicita:

> "uma, escolaridade significativa requer o desenvolvimento de processos que contribuam para que os alunos sejam progressivamente mais activos e mais autónomos na sua própria aprendizagem. Neste sentido, a aquisição e o uso de procedimentos e métodos de acesso ao conhecimento tornam-se aspectos centrais do currículo escolar. Com a designação de *transversais* pretende-se evidenciar que estas competências atravessam todas as áreas de aprendizagem propostas pelo currículo, ao longo dos vários ciclos de escolaridade, sendo igualmente susceptíveis de se tornar relevantes em diversas

> outras situações da vida dos alunos. (…) Do facto de se tratar de competências transversais a todas as áreas do currículo não deve inferir-se que os aspectos específicos da natureza das diferentes disciplinas são irrelevantes. (…) A articulação entre as competências transversais e as competências essenciais em cada área disciplinar constitui um elemento fulcral do desenvolvimento do currículo. Com efeito, é importante assumir de modo explícito tanto os aspectos comuns como as especificidades de cada disciplina. (…) Em cada disciplina, as competências transversais serão enunciadas de acordo com os requisitos, as actividades e as especificações próprias de cada uma, a realizar pelo grupo de disciplina ou no quadro do departamento curricular." (1999:3)[2].

As competências transversais estruturam-se em cinco valências fundamentais: método de trabalho e de estudo, tratamento de informação, comunicação, estratégias cognitivas e relacionamento interpessoal e de grupo.

Para cada uma delas estão explicitadas as "situações de Aprendizagem" de acordo com o quadro seguinte:

Competências Transversais	Situações de Aprendizagem
Métodos de trabalho e de estudo	▪ Participar em actividades e aprendizagens, individuais e colectivas, de acordo com regras estabelecidas. ▪ Identificar, seleccionar e aplicar métodos de trabalho e de estudo. ▪ Exprimir dúvidas ou dificuldades. ▪ Analisar a adequação dos métodos de trabalho e de estudo formulando opiniões, sugestões e propondo alterações.
Tratamento de informação	▪ Pesquisar, organizar, tratar e produzir informação em função das necessidades, problemas a resolver e dos contextos e situações.
Comunicação	▪ Utilizar diferentes formas de comunicação verbal, adequando a utilização do código linguístico aos contextos e às necessidades. ▪ Resolver dificuldades ou enriquecer a comunicação através da comunicação não verbal com aplicação das técnicas e dos códigos apropriados.
Estratégias cognitivas	▪ Identificar elementos constitutivos das situações problemáticas. ▪ Escolher e aplicar estratégias de resolução. ▪ Explicitar, debater e relacionar a pertinência das soluções encontradas em relação aos problemas e às estratégias adoptadas.
Relacionamento interpessoal e de grupo	• Conhecer e actuar de acordo com as normas, regras e critérios de actuação pertinente, de convivência, trabalho, de responsabilização e sentido ético das acções definidas pela comunidade escolar nos seus vários contextos, a começar pela sala de aula.

Quad.1: Situações de aprendizagem que se devem privilegiar de acordo com as competências transversais a desenvolver durante o ensino básico (Ministério da Educação, 1999:4).

Reportando-nos, agora, ao caso concreto da Matemática, justifica-se a necessidade de um seu contacto contínuo sistemático essencialmente por razões culturais – "A razão primordial para se proporcionar uma educação matemática prolongada a todas as crianças e jovens é de natureza cultural, associada ao facto de a matemática constituir uma significativa herança cultural da

[2] http://phoenix.sce.fct.unl.pt/jmmatos/EDUMAT/GESTFLEX/BGERAL.HTM

humanidade e um modo de pensar e de aceder ao conhecimento" (DEB, 2001: 58). Assim, não admira que se definam com principais finalidades da Matemática no ensino básico: "proporcionar aos alunos um contacto com as ideias e métodos fundamentais da matemática que lhes permita apreciar o seu valor e a sua natureza e desenvolver a capacidade e confiança pessoal no uso da matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar" (58). A sua concretização está, no entanto, dependente da oportunidade que os alunos tiverem de viver experiências de aprendizagem adequadas e significativas que lhes permitam ser matematicamente competentes.

A competência matemática envolve:

- "A predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica;
- O gosto e a confiança pessoal em realizar actividades intelectuais que envolvam raciocínio matemático e a concepção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica, e não com alguma autoridade exterior;
- A aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação;
- A compreensão das noções de conjectura, teorema e demonstração, assim como das consequências do uso de diferentes definições;
- A predisposição para procurar entender a estrutura de um problema e a aptidão para desenvolver processos de resolução, assim como para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas;
- A aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos;
- A tendência para procurar ver e apreciar a estrutura abstracta que está presente numa situação, seja ela relativa a problemas do dia-a-dia, à natureza ou à arte, envolva ela elementos numéricos, geométricos ou ambos;
- A tendência para usar a matemática, em combinação com outros saberes, na compreensão de situações da realidade, bem como o sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos" (id:57).

No mesmo documento explicita-se que:

> "A "predisposição" (para procurar regularidades ou para fazer e testar conjecturas), a "aptidão" (para comunicar ideias matemáticas ou para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas) ou a "tendência" (para procurar ver a estrutura abstracta subjacente a uma situação) são componentes nucleares de uma cultura matemática básica que todos devem desenvolver, como resultado da sua experiência de aprendizagem escolar da Matemática, e não elementos que, supostamente, cresceriam de modo espontâneo ou que apenas seriam acessíveis a alguns." (id:58).

Por outro lado não se trata de um somatório de "capacidades de resolução de problemas, raciocínio e comunicação e atitudes favoráveis à actividade matemática a um currículo baseado em conhecimentos isolados e técnicas de cálculo" (id:58), mas antes da integração de um conjunto de atitudes, capacidades e conhecimentos relativos à matemática. Assim, a competência matemática, a par da promoção da mobilização de saberes (culturais, científicos e tecnológicos) para compreender a realidade e para abordar situações e problemas, proporciona instrumentos que favorecem o uso de linguagens adequadas para expressar ideias: "Com efeito, a matemática distingue-se de todas as outras ciências, em especial no modo como encara a generalização e a demonstração e como combina o trabalho experimental com os raciocínios indutivo e dedutivo, oferecendo um contributo único como meio de pensar, de aceder ao conhecimento e de comunicar." (id:59).

2.2.2 - Domínios temáticos

Não obstante a primazia dos processos, evidenciando múltiplas conexões intra matemática, entre a matemática e outras áreas e com o dia-a-dia, em detrimento dos tópicos específicos e encarados de uma forma atomizada, estruturaram-se os aspectos da competência matemática em quatro blocos fundamentais: Números e Cálculo; Geometria; Estatística e Probabilidade e Álgebra e Funções. Tais blocos irão sendo trabalhados em todos os ciclos de escolaridade básica com graus de amplitude e profundidades crescentes. Relativamente ao primeiro domínio prático, a competência matemática que todos os alunos devem desenvolver ao longo de todos os ciclos envolve:

- "A compreensão global dos números e das operações e a sua utilização de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações;
- O reconhecimento e a utilização de diferentes formas de representação dos elementos dos conjuntos numéricos, assim como das propriedades das operações nesses conjuntos;
- A aptidão para efectuar cálculos mentalmente, com os algoritmos de papel e lápis ou usando a calculadora, bem como para decidir qual os métodos é apropriado à situação;
- A sensibilidade para a ordem de grandeza de números, assim como a aptidão para estimar valores aproximados de resultados de operações e decidir da razoabilidade de resultados obtidos por qualquer processo de cálculo ou por estimação;
- A predisposição para procurar e explorar padrões numéricos em situações matemáticas e não matemáticas e o gosto por investigar relações numéricas, nomeadamente em problemas envolvendo divisores e múltiplos de um números ou implicando processos organizados de contagem;
- A aptidão para dar sentido a problemas numéricos e para reconhecer as operações que são necessárias à sua resolução, assim como para explicar os métodos e o raciocínio que foram usados" (DEB, 2001:60).

No caso concreto do 3º ciclo do ensino básico, o que nos interessa mais directamente, no âmbito deste estudo defende-se:

- "O reconhecimento dos conjuntos dos números inteiros, racionais e reais, das diversas formas de representação dos elementos desses conjuntos e das relações entre eles, bem como a compreensão das propriedades das operações em cada um deles e a aptidão para usá-las em situações concretas;

- A aptidão para trabalhar com valores aproximados de números racionais ou irracionais de maneira adequada ao contexto do problema ou da situação em estudo;
- O reconhecimento de situações de proporcionalidade directa e inversa e a aptidão para resolver problemas no contexto de tais situações;
- A aptidão para operar com potências e para compreender a escrita de números em notação científica e, em particular, para usar esta notação no trabalho com calculadoras científicas" (id:61).

Em relação à Geometria, e para todos os ciclos, definem-se:

- " A aptidão para realizar construções geométricas e para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente recorrendo a materiais manipuláveis e a software geométrico;
- A aptidão para utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas em geometria e em outras áreas da matemática;
- A compreensão dos conceitos de comprimento e perímetro, área, volume e amplitude, assim como e a aptidão para utilizar conhecimentos sobre estes conceitos na resolução e formulação de problemas;
- A aptidão para efectuar medições e estimativas em situações diversas, bem como a compreensão do sistema internacional de unidades;
- A predisposição para procurar e explorar padrões geométricos e o gosto por investigar propriedades e relações geométricas;
- A aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial, explicitando-os em linguagem corrente;
- A sensibilidade para apreciar a geometria no mundo real e o reconhecimento e a utilização de ideias geométricas em diversas situações, nomeadamente na comunicação" (id:62).

Especialmente para o 3ºciclo do ensino básico destaca-se:

- "A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios;
- A aptidão para realizar construções geométricas, nomeadamente quadriláteros, outros polígonos e lugares geométricos;
- A compreensão do conceito de forma de uma figura geométrica e o reconhecimento das relações entre elementos de figuras semelhantes;
- A aptidão para resolver problemas geométricos através de construções, nomeadamente envolvendo lugares geométricos, igualdade e semelhança de triângulos, assim como para justificar os processos utilizados;
- O reconhecimento do significado de fórmulas e a sua utilização no cálculo de áreas e volumes de sólidos e de objectos do mundo real, em situações diversificadas;
- A predisposição para identificar transformações geométricas e a sensibilidade para relacionar a geometria com a arte e com a técnica;
- A tendência para procurar invariantes em figuras geométricas e para utilizar modelos geométricos na resolução de problemas reais" (id:63).

Para o domínio da Estatística e Probabilidade elegeu-se:

- "A predisposição para recolher e organizar dados relativos a uma situação ou a um fenómeno e para os representar de modos adequados, nomeadamente através de tabelas e gráficos e utilizando as novas tecnologias;
- A aptidão para ler e interpretar tabelas e gráficos à luz das situações a que dizem respeito e para comunicar os resultados das interpretações feitas;
- A tendência para dar resposta a problemas com base na análise de dados recolhidos e de experiências planeadas para o efeito;
- A aptidão para realizar investigações que recorrem a dados de natureza quantitativa, envolvendo a recolha e análise de dados e a elaboração de conclusões;
- A aptidão para usar processos organizados de contagem na abordagem de problemas combinatórios simples;
- A sensibilidade para distinguir fenómenos aleatórios e fenómenos deterministas e para interpretar situações concretas de acordo com essa distinção;
- O sentido crítico face ao modo como a informação é apresentado" (id:64).

No que respeita ao 3ºciclo do ensino básico destaca-se:

- " A compreensão das noções de moda, média aritmética e mediana, bem como a aptidão para determiná-las e para interpretar o que significam em situações concretas;
- A sensibilidade para decidir quais das medidas de tendência central são mais adequadas para caracterizar uma dada situação;
- A aptidão para comparar distribuições com base nas medidas de tendência central e numa análise da dispersão dos dados;
- O sentido crítico face à apresentação tendenciosa de informação sob a forma de gráficos enganadores e a afirmações baseadas em amostras não representativas;
- A aptidão para entender e usar de modo adequado a linguagem das probabilidades em casos simples;
- A compreensão da noção de probabilidade e a aptidão para calcular a probabilidade de um acontecimento em casos simples" (id:65).

Finalmente, no que diz respeito à Álgebra e Funções estipulou-se:

- "A predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos;
- A aptidão para analisar as relações numéricas de uma situação, explicitá-las em linguagem corrente e representá-las através de diferentes processos, incluindo o uso de símbolos;
- A aptidão para construir e interpretar tabelas de valores, gráficos, regras verbais e outros processos que traduzem relações entre variáveis, assim como para passar de umas formas de representação para outras, recorrendo ou não a instrumentos tecnológicos;
- A aptidão para concretizar, em casos particulares, relações entre varáveis e fórmulas e para procurar soluções de equações simples;

- A sensibilidade para entender e usar as noções de correspondência e de transformação em situações concretas diversas" (id:66).

Para o 3ºciclo do ensino básico concretizou-se:

- " O reconhecimento do significado de fórmulas no contexto de situações concretas e aptidão para usá-las na resolução de problemas;
- A aptidão para usar equações e inequações como meio de representar situações problemáticas e para resolver equações, inequações e sistemas, assim como para realizar procedimentos algébricos simples;
- A compreensão do conceito de função e das facetas que pode apresentar, como correspondência entre conjuntos e como relação entre variáveis;
- A aptidão para representar relações funcionais de vários modos e passar de uns tipos de representação para outros, usando regras verbais, tabelas, gráficos e expressões algébricas e recorrendo, nomeadamente, à tecnologia gráfica;
- A sensibilidade para entender o uso de funções como modelos matemáticos de situações do mundo real, em particular nos casos em que traduzem relações de proporcionalidade directa e inversa" (id:67).

2.2.3 – Experiências de aprendizagem

A experiência matemática rica e diversificada bem como a reflexão sobre a mesma de acordo com a maturidade dos alunos, para além dos aspectos transversais que as mesmas encerram, devem integrar aspectos da sua história, desenvolvimento e aplicação. Assim, é importante considerar a transversalidade da:

- comunicação matemática – traduz-se "na leitura, interpretação e escrita de textos de matemática, sobre a matemática ou em que haja informação matemática" (id:70). Na comunicação oral, os alunos devem discutir e argumentar, explicitando os seus raciocínios, e ainda compreender as explicações do professor. A linguagem e a comunicação ajudam os alunos a organizar o seu pensamento, a integrar compreensões e a desenvolver conceitos matemáticos;

- prática compreensiva de procedimentos – "promove a aquisição de destrezas utilizáveis com segurança e autonomia. O cálculo mental, o domínio de um algoritmo, a utilização de uma fórmula, a resolução de equação, uma construção geométrica, a manipulação de um instrumento, entre muitos outros procedimentos, são destrezas úteis que se adquirem com prática desde que não seja descurada a sua compreensão e a sua integração em experiências matemáticas significativas" (id:70).

- exploração de conexões - é essencial "a compreensão de relações entre ideias matemáticas, tanto entre diferentes temas de matemática como no interior de cada tema, e ainda de relações entre ideias matemáticas e outras áreas de aprendizagem" (id:ib).

Em relação ao 2º aspecto o DEB (2001) considera:

"A matemática tem contribuído desde sempre para o desenvolvimento de técnicas e de tecnologias, mesmo quando não são necessários conhecimentos matemáticos para as utilizar. É importante que os alunos realizem actividades que ajudem a revelar a matemática subjacente às tecnologias criadas pelo

> homem – por exemplo, instrumentos de navegação ou de redução e ampliação -, assim como a matemática presente em diversas profissões" (id:69).

Por outro lado,

> "a matemática e a sua história, os matemáticos e as suas histórias, integrados ou não na história da ciência e no desenvolvimento científico, são uma fonte de conhecimentos favoráveis à aprendizagem. Um trabalho sobre a matemática inclui a pesquisa e a organização de informação, a escrita e a apresentação. Na pesquisa para um trabalho desta natureza é relevante o recurso a fontes documentais e museológicas de tipos diversos. Na apresentação há vários tipos de suportes que podem ser utilizados, nomeadamente escritos, vídeos e informáticos" (id:id).

A utilização das tecnologias na aprendizagem da Matemática e a utilização de materiais manipuláveis também se revela fundamental. Assim,

> "todos os alunos devem aprender a utilizar não só a calculadora elementar mas também, à medida que progridem na educação básica, os modelos científicos e gráficos. Quanto ao computador, os alunos devem ter oportunidade de trabalhar com a folha de cálculo e com diversos programas educativos, nomeadamente de gráficos de funções e de geometria dinâmica, assim como de utilizar as capacidades educativas da rede Internet. (…) Materiais manipuláveis de diversos tipos são, ao longo de toda a escolaridade, um recurso privilegiado como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares, em particular das que visam promover actividades de investigação e a comunicação matemática entre os alunos. Naturalmente, o essencial é a natureza da actividade intelectual dos alunos, constituindo a utilização de materiais um meio e não um fim" (id:71).

No entanto, dentre as experiências matemáticas, devem assumir lugar de destaque a resolução e formulação de problemas que constituem um contexto universal de aprendizagem e que devem estar sistematicamente associadas ao raciocínio e à comunicação matemática. Note-se que problema é entendido como uma situação não rotineira que constitua desafio para os alunos, e que admite várias estratégias e métodos de resolução e não como um exercício de resolução mecânica e repetitiva, em que se aplica um algoritmo que conduz directamente à sua solução.

Também as actividades de investigação devem ocupar um lugar de destaque, permitindo que os alunos explorem situações abertas, procurem regularidades, façam, testem e provem conjecturas, argumentem e comuniquem as suas conclusões.

A realização de projectos possibilita de ligação a outras áreas do conhecimento e, portanto, o desenvolvimento de projectos interdisciplinares. Este tipo de experiências decorre ao longo de algum tempo, implica trabalho dos alunos em grupo, na sala de aula e fora dela. Concretamente, exige um objectivo muito claro negociado e aceite pelos pares e a apresentação de resultados.

O jogo também deve estar presente na aula de Matemática. É considerado "um tipo de actividade que alia raciocínio, estratégia e reflexão com desafio e competição de uma forma lúdica muito rica" (id:68). Pode favorecer o trabalho cooperativo assim como o desenvolvimento pessoal e social do aluno e permite um conhecimento mais aprofundado da cultura donde é oriundo.

2.2.4 – Avaliação das aprendizagens

As novas orientações curriculares para o ensino básico, em particular, o novo entendimento dado ao currículo, perspectivando-o como um conjunto de aprendizagens e competências, veio trazer novos desafios aos professores a nível da avaliação.

Segundo Santos (2003) "se tivermos presente, por um lado, o significado de competência e, por outro, as recentes orientações relativas à avaliação, concluímos que avaliar competências é sobretudo entendido como um processo regulador da vivência dos alunos durante as referidas experiências de aprendizagem. (…) marcado por um conjunto de orientações das quais destacamos: (i) desenvolver-se num ambiente de confiança, onde errar é visto como natural e não penalizador; (ii) privilegiar-se uma observação formativa em situação e no quotidiano e (iii) favorecer-se a metacognição como fonte de auto-regulação" (20).

Ao abrigo do Despacho Normativo nº 1/2005, (anexo 1.2), determina-se que a avaliação é "um elemento integrante e regulador da prática educativa, permitindo uma recolha sistemática de informações que, uma vez analisadas, apoiam a tomada de decisões adequadas à promoção da qualidade das aprendizagens (e visa) a) Apoiar o processo educativo, de modo a sustentar o sucesso de todos os alunos, (…); b) Certificar as diversas aprendizagens e competências adquiridas pelo aluno, no final de cada ciclo e à saída do ensino básico (…); c) Contribuir para melhorar a qualidade do sistema educativo" (id).

Os resultados da avaliação de um aluno destinam-se, em primeiro lugar, a informar o próprio aluno, o professor, os pais, a escola, a comunidade, a respeito do seu progresso nos diferentes domínios da aprendizagem. Além disso, fornecem dados para ajudar o professor a avaliar o seu próprio ensino. Este papel informativo pode auxiliar a tomada de decisões, em especial por parte do aluno e do professor, envolvendo eventualmente a modificação ou o ajustamento do modo de estudar (do aluno) ou de organizar o ensino (do professor). Deste modo, a avaliação tem, ao mesmo tempo, uma função pedagógica e uma função de controlo e pressão sobre os alunos, os professores e a escola e assenta nos seguintes princípios referidos no Despacho Normativo nº 1/2005 (anexo 1.2)

> "a) Consistência entre os processos de avaliação e as aprendizagens e competências pretendidas, de acordo com os contextos em que ocorrem; b) Utilização de técnicas e instrumentos diversificados; c) Primazia da avaliação formativa com valorização dos processos de auto-avaliação regulada e sua articulação com os momentos de avaliação sumativa; d) Valorização da evolução do aluno; e) Transparência do processo de avaliação, nomeadamente através da clarificação e da explicitação dos critérios adoptados; f) Diversificação dos intervenientes no processo de avaliação".

No processo de ensino e aprendizagem podemos distinguir três fases essenciais, segundo Nunes (2004): "planificação, execução e avaliação. (…), pode fazer-se corresponder a cada uma delas uma modalidade de avaliação. À fase de planificação está associada a avaliação diagnóstica. À fase da execução está associada a avaliação formativa. Por fim, à fase de avaliação estão associadas a avaliação sumativa e a aferida" (14).

Avaliação diagnóstica. Esta modalidade de acordo com o artigo 13º do Decreto-Lei 6/2001, de 18 de Janeiro (anexo 1.3) realiza-se "no início de cada ano de escolaridade, devendo articular-se com estratégias de diferenciação pedagógica, de superação de eventuais dificuldades dos alunos, de facilitação da sua integração escolar e de apoio à orientação escolar e vocacional". Para Nunes (2004) "tem como objectivo identificar ou explorar características do aluno. (…) serve para adequar a planificação da unidade às características dos alunos e do grupo-turma" (14). Pacheco (1994) refere como propósito da avaliação diagnóstico "o levantamento de conhecimentos dos alunos considerados como pré-requisitos para abordar determinados conteúdos" (75). Também Ribeiro (1993) refere que a "função essencial é verificar se o aluno está de posse de certas aprendizagens anteriores que servem de base à unidade que se vai iniciar. Tais aprendizagens constituem pré-requisitos" (79).

Segundo Varandas (2000), há diversas formas de recolher os dados necessários a esta modalidade de avaliação, como "a procedimentos informais, tais como a observação e a entrevista, ou a procedimentos formais, tais como fichas de avaliação diagnóstico, tabelas de avaliação e de auto-avaliação" (17).

Avaliação formativa. Como vem referido no artigo 13º do Decreto-Lei 6/2001, de 18 de Janeiro (anexo 1.3) a avaliação formativa "assume carácter contínuo e sistemático, recorre a uma variedade de instrumentos de recolha de informação, adequados à diversidade das aprendizagens e aos contextos em que ocorrem, tendo como uma das funções principais a regulação do ensino e da aprendizagem". Gimeno (1992, citado em Pacheco, 1994) refere que "a avaliação com finalidade formativa é aquela que se realiza com o propósito de favorecer a melhoria de algo: de um processo de aprendizagem dos alunos, de uma estratégia de ensino" (75). Assim, tem o propósito de fazer pontos da situação relativamente ao progresso dos alunos (Ribeiro, 1993) face às várias competências matemáticas que o aluno tem que adquirir, permitindo ao professor introduzir as necessárias correcções ou inflexões na sua estratégia de ensino e se é preciso desenvolver actividades de 'remediação'. Por isso, a finalidade da avaliação formativa deixa de "ser um fim em si mesmo, passando a constituir um meio para atingir um fim – a melhoria da aprendizagem dos alunos" (Varandas, 2000:18).

Avaliação sumativa. A avaliação sumativa, de acordo com artigo 13º do Decreto-Lei 6/2001, de 18 de Janeiro (anexo 1.3), "realiza-se no final de cada período lectivo, utiliza a informação recolhida no âmbito da avaliação formativa e traduz-se na formulação de um juízo globalizante sobre as aprendizagens realizadas pelos alunos". Esta modalidade de avaliação é vista como exterior ao processo de ensino e aprendizagem, não havendo lugar para processos de regulação (Ribeiro, 1993;Leal, 1992; Varandas, 2000; Nunes, 2004). Esta avaliação é pontual, realizada num momento determinada, cujos resultados expressos geralmente numa nota, são usados para decidir se o aluno transita (ou não) para o ano ou ciclo seguinte. Segundo Pacheco (1994), a avaliação sumativa "está ligada à mediação e a classificação do grau de consecução do aluno no final de um processo (trimestre, semestre, ano) tendo a finalidade de certificar mediante a determinação de níveis de rendimento" (76).

3. Construção do conhecimento na interacção com os "pares"

Neste ponto referem-se alguns estudos em que os aprendentes assumiram o papel de "formadores" dos seus próprios pares e que evidenciam o sucesso de tal actuação, nomeadamente, na construção do conhecimento pela interacção com os outros.

O *EL Centro* é uma empresa social, sem fins lucrativos, que tem como missão criar e sustentar oportunidades para famílias (http://www.elcentroinc.com)[1]. Tal como é referido no próprio site, tem como objectivo oferecer serviços educacionais, sociais e económicos que fortaleçam as famílias e a comunidade inteira da cidade de Kansas, fornecendo programas detalhados, contínuos e serviços para famílias e indivíduos de todas as idades, raças e religiões. É constituído por uma equipa dedicada de voluntários da comunidade, líderes de negócios e funcionários, que trabalham com o objectivo de fornecer melhores condições de vida e melhores oportunidades para as famílias da comunidade. Um dos serviços prestado por tal centro é o *Children & Youth – Students as Teachers*. É um programa de monitorização (*tutoring and mentoring program*) nocturno, que consiste, basicamente, em colocar alunos voluntários, do ensino secundário ou universitário, a ajudar estudantes mais novos de qualquer grau académico, básico ou secundário com necessidades de apoio educacional (figura 3.1). Os monitores, ou tutores, aproveitam a oportunidade para desenvolver competências pedagógicas e para se apropriarem melhor dos assuntos que abordam. Estes encontros promovem, também, um ambiente de companheirismo e entreajuda entre todos os participantes. Os testemunhos que se seguem atestam do sucesso do programa**:**

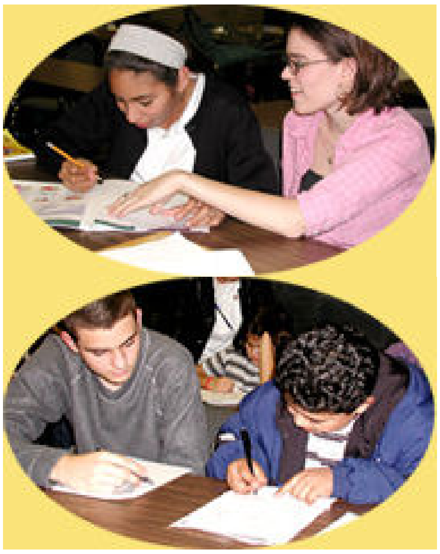


Fig.3.1 – Alunos voluntários, do ensino secundário ou universitário, a ajudarem estudantes mais novos, de grau inferior.

"I originally tutored because I needed community service hours, but I have already completed more than enough hours. I continue to come because I can help them with their work and, at the same time, learn a little myself." – Tutor.

"Volunteering at El Centro's tutoring program is very rewarding. It has allowed me to make a positive contribution to my community and has also given me an opportunity to share my enthusiasm for learning." – Tutor.

"What my kids like most is how the tutors treat them and their teaching style. I bring them because they were having problems with their homework and since I don't speak English I couldn't help them with their studies. But, since they've been coming their homework has improved significantly. I am so thankful the students as teachers were able to help my children." – Parent.

[1] Acedido pela última vez em 11/01/06.

> "I like to come here because it is fun and because I learn things. That's how I get A's in school." – Student "(http://www.elcentroinc.com).

Outra iniciativa que é de destacar é o Students Teaching Students (STS) envolvendo o Texas Department of Family and Protective Services, (http://www.gpz.org/depts/educ/stspic.html)[2]. Tal como vem explicitado no próprio site o STS é um programa educacional, relacionado com o meio ambiente, o qual incentiva os alunos de Brownsville de qualquer nível de escolaridade a adquirirem mais conhecimentos acerca desta, nomeadamente acerca da necessidade da protecção de animais selvagens.

Após terem adquirido os conhecimentos necessários, os estudantes do ensino superior ou secundário ensinam outros alunos, optando pela metodologia que acharem mais adequada.

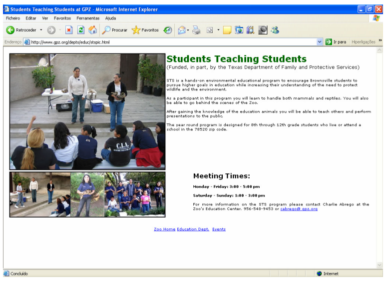


Fig.3.2 – Imagem do site do Texas Department of Family and Protective Services relativo ao programa STS.

Um outro caso digno de registo é relatado na primeira pessoa por Bob Brems (2004). Descontente com os resultados obtidos pelos professores "substitutos", este educador decidiu experimentar uma nova estratégia para os dias em que tinha que faltar às suas aulas para participar em formação – incumbiu um dos seus alunos para assumir o papel de professor, ficando este aluno encarregue da tarefa de ensinar os seus colegas. Deste modo, o educador planeou aquilo a que designou por "*Student- as -Teacher Days*" (http://www.educationworld.com/a_curr/voice/voice110.shtml)[3].

Como Bob Drems refere, "Eu cheguei a temer estar ausente de minha sala de aula. Era sempre difícil encontrar um substituto que seguisse a minha planificação da aula como pretendia. Frequentemente, os estudantes viam um dia com um substituto como um convite para suspender todas as regras da sala de aula. (…)".

Embora, inicialmente, os alunos mostrassem uma certa relutância, rapidamente começaram a apreciar os dias de "Estudantes-como-Professores" sendo cada vez maior o número de alunos que se oferecia como voluntário para essa tarefa. Alguns dias antes da(s) sessão(ões) professor e "aluno(s)-professor(es)" discutiam o plano e o entendimento da matéria a abordar. No dia em causa o(s) aluno(s) assumiram o papel de professor na presença do professor "substituto" que só intervinha em caso de indisciplina.

[2] Acedido pela última vez em 11/01/06.
[3] Acedido pela última vez em 22/12/05.

Segundo o próprio autor refere,

“Eu testemunhei um punhado de benefícios de usar estudantes como professores:

- Os estudantes estão mais atento às tarefas quando um outro estudante está a conduzir a turma.
- O interesse do estudante aumenta pela alteração na abordagem.
- Alguns estudantes beneficiam da “instrução” ou revisão feitas, por um colega. A diferença na apresentação dos conceitos ajuda-os a compreender melhor a matéria.
- O estudante-como-professor apresenta geralmente um nível de compreensão dos conceitos mais elevado do que a compreensão conseguida durante uma aula normal. "Eu não quero parecer um idiota na frente de todos!", explica um dos estudantes.
- Frequentemente, os estudantes comportam-se melhor depois da experiência, quando as aulas voltam ao seu formato normal. Quando questionados acerca disso os Estudantes-como-Professores expressaram uma maior empatia com o professor na frente da turma. Referiram o quão frustrante era repetir a mesma coisa diversas vezes, perguntando: "porque eles não escutam?".

Também segundo Jensen “a aprendizagem é um processo social. Apesar de todos os estudantes poderem ganhar conhecimento a estudar isolados, esse conhecimento permanece estático, é lento a mover-se ou mudar sem forças exteriores que actuem sobre ele. Aprender requer falha, conflito, discussão, sucesso, repetição e reiteração para o sucesso.” (http://www.public.asu.edu/~crjense/philosophy.htm)[4].

Para este autor, é função do ensino colocar os estudantes de uma forma a que “o aprender” possa acontecer na interacção social da sala de aula: professores que ensinam estudantes, estudantes que ensinam estudantes, e estudantes que ensinam professores – “Fornecer aos estudantes os meios para trabalhar em conjunto, para aprenderem, promove o ambiente educacional.” (http://www.public.asu.edu/~crjense/philosophy.htm).

Dada a quantidade de poemas que os seus alunos universitários produziam e a sua consequente incapacidade para os comentar em tempo útil, aliado ao facto de correr o risco de as suas análises e comentários, apesar do grande cuidado, parecerem muito rígidas e muito criticas, para um simples trabalho dos alunos, Wendy Bishop adoptou nas suas aulas uma prática que designou de "*response to creative writing*" (resposta a escrita criativa). http://www.sciway.net/edu/k12/cet9596/bishop.htm. Consiste, basicamente, numa espécie de *Workshop*, onde os alunos podem expor e comentar os seus textos e os dos seus colegas. Deste modo, os alunos são incentivados a colocarem-se no papel de professor e a tomarem a responsabilidade das suas respostas e dos seus comentários perante os seus colegas. O professor,

[4] Acedido pela última vez em 06/01/06.

nestas alturas, coloca-se apenas numa posição de aliado, concordando ou discordando com aquilo que foi dito pelos seus alunos, quando estes se colocam no seu lugar.

No respectivo site podem ler-se relatos de alguns episódios. Transcreve-se o essencial de um deles. Uma das suas alunas, Jennifer, escreveu um poema depois de uma actividade de invenção em turma. Tal como os outros membros da turma, trouxe cinco cópias para o grupo comentar. Antes dos grupos se formarem, a professora pede a Jennifer e todos os estudantes na turma para se colocarem no papel do professor, comentarem o seu próprio poema. Segundo a investigadora, "Os meus estudantes olham-me incrédulos" e soltam-se alguns comentários:

- *"What do you mean?".*
- *"Like you will? We don't know how you'll grade".*
- *"I'm not talking about grading, but* reading. *Pretend you're a teacher. Write on the text, to the student-you".*

Os alunos foram incentivados a fazerem uma revisão e análise critica dos seus próprios trabalhos, ou seja, a colocarem-se no papel do professor, a fazer a análise dos trabalhos dos seus alunos. Ao fazerem isto, e colocando os seus comentários junto do texto, os alunos mostravam aquilo que já tinha aprendido, de uma forma mais original e construtiva. Além disso, desenvolviam o sentido crítico. Jennifer propôs, por exemplo, alguns cortes ao seu poema. A professora encontrou, então, espaço para fazer algumas sugestões principais. Ao fazer isso, não sentiu que estivesse a oprimir o seu poema. Pelo contrário, limitava-se a responder às próprias observações da aluna. Jennifer encontrou a voz de um "professor" – ela própria – que poderia convidar para lhe dar ideias para melhorar o seu próprio trabalho. Respondendo a ela própria como um professor, descobriu aquilo que já tinha aprendido".

Em relação a uma experiência relacionada como Networked Project – Basead Learning – Net PBI (http://www.globalschoolnet.org/web/pbl/pedagog.htm)[5], no que à dimensão 'students as teachers' diz respeito, pode ler-se que já está ultrapassada a época em que o professor era a ponte do conhecimento. Hoje, dados os recursos disponíveis, nomeadamente a Internet, os estudantes podem aceder a informações novas e relevantes muitas delas ainda não descobertas pelo seu professor. A Internet fomenta aquilo que se pode designar por "aprendizagem lado a lado" ("*Side-by-side learning*"). Estão a tornar-se cada vez mais comuns as experiências onde os estudantes assumem, formal ou informalmente, papéis de professores dos seus pares (colegas), de estudantes mais novos e, em alguns casos, dos próprios professores, com todas as vantagens que daí advêm.

[5] Acedido pela última vez em 06/01/06.

Segundo Bettenhausen (2002), hoje em dia, os estudantes devem trabalhar em grupo para melhorar a sua aprendizagem:

*"Student involvement and participation during instruction can promote a sense of ownership in learning." (*http://www.findarticles.com/p/articles/mi_qa4009/is_200207/ai_n9125095*)*[6].

Defende três conceitos para um ensino inovador e eficaz:

- *Reciprocal teaching* (ensino recíproco);
- *peer tutoring* (monitorização entre pares);
- *cooperative learning groups* (grupos de aprendizagem cooperativos).

Palinscar e Marrom (1986) (in Bettenhausen, 2002) explicitam que o *ensino recíproco* é um diálogo essencialmente entre estudantes, sobre segmentos do texto, o qual promove a compreensão do texto bem como a compreensão da monitorização. Estes investigadores concluíram que o ensino recíproco tem sido bem sucedido em estudantes com idades compreendidas entre os 8 e os 18 anos, medianos na descodificação e fracos na compreensão (…). Dermody e Speaker (1999) (in Bettenhause, 2002) concluíram também que a maioria dos alunos, com boas capacidades no reconhecimento de palavras mas fracos na compreensão, tiveram uma melhoria significativa na compreensão usando esta estratégia.

O *peer tutoring* assenta em diversos princípios para uma aprendizagem eficaz, incluindo o aumento da quantidade de vezes que os estudantes assumem a responsabilidade pela mesma, promovendo atitudes positivas em relação a esse processo (Osguthorpe and Scruggs 1986; Bierne-Smith 1991; Delquadri, Greenwood, Whorton, Carta, and Hall 1986 in Bettenhause, 2002).

Essencialmente, o *peer tutoring* é uma interacção entre dois estudantes na qual o estudante tutor (ou monitor) ajuda o tutorado no desenvolvimento de competências.

Além de beneficiar os tutorados (*tutees*), tal interacção pode promover e melhorar as competências académicas, as mudanças de atitudes que afectam indirectamente a participação dos estudantes na aprendizagem e um maior sentido de responsabilidade nos tutores (in Bettenhause, 2002).

Na aprendizagem cooperativa, os estudantes trabalham em conjunto o material apresentado pelo professor (Slavin 1995, in Bettenhause, 2002). A ideia que subjaz à aprendizagem cooperativa é que se os estudantes quiserem ter sucesso, incentivarão e ajudarão seus pares (colegas). Além disso, promove-se um melhor desempenho social de todos os estudantes (Slavin

[6] Acedido pela última vez em 09/01/06.

1996; Tomlinson, Moon, and Callahan 1997, citados em id:ib). Os benefícios adicionais incluem melhorias na cognição, na persistência nas actividades, na retenção a longo prazo, e na auto-estima (Tomlinson et al. 1997, id:ib). Por outro lado, os professores podem receber um *feedback* valioso acerca do que e como ensinar observando os grupos em interacção.

Segundo Joseph Joubert: "*To teach is to learn twice*" (http://www.sunynassau.edu/users/cohenl1/Teaching/STUDENTS%20TEACHING%20GRAMMAR.htm). Assumindo esta máxima Kathleen Shaw decidiu dar aos seus alunos, em pares, a oportunidade de estes leccionarem durante cerca de quinze minutos, um aspecto particular da gramática. A professora apenas referia as regras e indicava bibliografia na qual os alunos poderiam obter informações.

Os pares foram seleccionados de uma forma arbitrária porque, segundo a investigadora, não existe forma para seleccionar os pares ideais, como por exemplo um aluno bom e um aluno fraco, ou um aluno irrequieto e um aluno sossegado, etc… De seguida, foi atribuído a cada par de alunos um tópico acerca do assunto com o qual eles se teriam de familiarizar e acerca do qual teriam de efectuar a sua pesquisa, planear e implementar a aula. Cerca de uma semana antes da sua apresentação, os alunos teriam de trazer à professora a planificação da sua aula e discutir as melhores formas de tornar a aula eficaz e interessante.

A investigadora refere alguns aspectos que considerou interessantes na observação das planificações dos alunos: "*Some of them had plans which were much too grandiose for the fifteen minute time limit. Two students wanted to try animation, but then discovered that consistent point of view didn't really lend itself to a film in which clay models danced across the screen. Others, of course, were too boring or too simplistic.*"

Afirma, também, que teve de lembrar aos alunos que estes estavam a ensinar os seus próprios colegas e, por isso deveriam abordar a matéria de uma forma que todos conseguissem perceber. Constatou ainda que os alunos se mostravam extremamente motivados para fazer com que a sua aula corresse bem e, deste modo, todos os seus colegas conseguissem compreender a matéria exposta. Como ambos os alunos receberiam a mesma nota, cada um estava motivado para fazer bem o seu papel e para se certificar que o seu colega estaria a fazer as coisas que lhe competiam, correctamente. Concluiu que, de um modo geral, as apresentações dos alunos correram bem e, o mais importante de tudo, que aprenderam conceitos importantes com esta nova tarefa. Provavelmente, os alunos também ganharam um pouco mais de respeito pelos seus professores.

Segundo uma investigação conduzida no *US National Learning Lab*, no estado do Maine, que tinha como objectivo avaliar qual a forma mais eficaz de aprendizagem, de acordo com uma variedade de métodos de ensino, os resultados foram os seguintes:

- *“Teacher talking to a class (5%);*
- *Student reading a book (10%);*
- *Student watching an audio visual presentation (20%);*
- *Student watching a teacher demonstration (30%);*
- *Students taking part in a discussion group (50%);*
- *Students involved in an activity that is related to what the teacher wants them to learn (75%);*
- *Students teaching others (90%).”*

(http://www.schoolhistory.co.uk/forum/index.php?showtopic=1118).

Na opinião de John Simkin a maioria dos professores dispensam muito tempo com o uso de métodos de ensino que não são muito eficazes. Isto acontece, provavelmente, porque:

1. “esta era a forma como os professores aprendiam na altura que eram alunos;
2. esta era a forma como os professores foram ensinados a ensinar;
3. esta é a forma aceite pelos colegas para ensinar;
4. agrada aos professores terem o protagonismo;
5. os professores sentem que controlam mais facilmente as suas aulas quando utilizam os métodos de ensino tradicionais.”

(http://www.schoolhistory.co.uk/forum/index.php?showtopic=1118).

Para este investigador: “*Tradition is the great enemy of innovation*”. A ideia de que os estudantes devem ter um papel activo na sua aprendizagem não é uma ideia nova. Já os educadores dos anos 60, como Jerome Bruner, assumiam que as pessoas aprendem melhor quando aprendem de uma maneira activa.

Para reforçar a importância de se dar oportunidade aos alunos para assumirem o papel de professor refere: “*As teachers we have all had the experience of having to teach something we do not know too much about. How quickly we learn when we know that the next day we will be faced by students asking us questions about the material.*” (http://www.schoolhistory. co.uk/ forum/ index. php?showtopic=1118).

Também na opinião ChristineS, *“I totally agree that one of the best things we can do for a student is get them to teach other students what they know.”* (http://www.schoolhistory.co.uk/ forum/ index.php?showtopic=1118).

Isto certamente vai contribuir para que os alunos se mentalizem que terão de dominar os assuntos que irão expor aos seus colegas. Deste modo terão de organizar cuidadosamente o material que têm à sua disposição e seleccionar o que é mais significativo. Logo, não se trata apenas de contribuir para a construção do conhecimento, relacionado com o tema em estudo, mas também para a aquisição de técnicas de aprendizagem, técnicas relacionadas com a organização e relevância, desenvolvimento, compreensão, expressão, etc.

4. Estudo Acompanhado

Na sequência do processo de reflexão participada sobre os currículos do Ensino Básico, que mobilizou as escolas no decurso do ano lectivo de 1996/1997, o Departamento da Educação Básica iniciou, no ano lectivo 1997/1998, o Projecto de Gestão Flexível do Currículo, regulamentado pelo Despacho nº 4848/97 (2ª série) de 30 de Julho, referido no Despacho nº 9590/99 (anexo 1.4).

No âmbito deste projecto, foi lançada, por este departamento, a introdução de uma área curricular não-disciplinar, designada por Estudo Acompanhado, a par de um conjunto de medidas estipuladas no Despacho nº 9590/99 (anexo 1.4). Propunha-se "promover uma mudança gradual nas práticas de gestão curricular nas escolas do ensino básico, com vista a melhorar a eficácia da resposta educativa aos problemas surgidos da diversidade dos contextos escolares, fazer face à falta de domínio de competências elementares por parte de muitos alunos à saída da escolaridade obrigatória e, sobretudo, assegurar que todos os alunos aprendam mais e de um modo mais significativo" (Simão, 2002:69).

Apesar dos actuais teóricos da aprendizagem ainda defenderem que *aprender a aprender* é uma capacidade que deve ser desenvolvida simultaneamente com a experiência da aprendizagem, (Cosme e Trindade, 2001; Simão, 2002; Vasconcelos, 2003; Pereira, Rodrigues e Espírito Santo, 2001; Rosário, 2001) eram escassas as oportunidades, no âmbito escolar, para a aprendizagem de técnicas e métodos de estudo. Com o objectivo de combater tal situação, a proposta de reorganização curricular do ensino básico, desenhada pelo Ministério da Educação, que entrou em vigor, para o 3º ciclo, no ano lectivo de 2002/2003, apresenta o Estudo Acompanhado como componente curricular obrigatória – Decreto-Lei nº 6/2001 de 18 de Janeiro (anexo 1.3).

O Estudo Acompanhado surge, assim, num contexto de mudança onde a preocupação central é a de "assegurar que todos os alunos aprendam mais e de um modo mais significativo" (Abrantes, 2001: 6).

No Decreto-Lei nº6/2001 de 18 de Janeiro (anexo 1.3), explicita-se que tal área visa "a aquisição de competências que permitam a apropriação pelos alunos de métodos de estudo e de trabalho, e proporcionem o desenvolvimento de atitudes e capacidades que favoreçam uma cada vez maior autonomia na realização das aprendizagens".

O Estudo Acompanhado constitui-se, assim, num espaço próprio para "colmatar as lacunas dos alunos face aos seus hábitos de trabalho com o intuito de desenvolver competências transversais, necessariamente apoiadas em conteúdos científicos, mas não com a pretensão de ser um tempo lectivo de remediação instrutiva, nem um local de realização de trabalho de casa" (Vasconcelos, 2003:8).

Simão (2002) refere que "é possível pensar a área do Estudo Acompanhado como um tempo e um espaço em que os alunos são ajudados a desenvolver intencionalmente estratégias e métodos de estudo, de forma a poderem regular os processos de aprendizagem adequados às características de cada situação" (34).

Segundo o texto proveniente do DEB (1999),

> "O Estudo Acompanhado permite o desenvolvimento de estratégias de ensino que privilegiam a aprendizagem de processos cognitivos e metacognitivos, responsáveis e estruturantes dos vários saberes curriculares. Procura a aquisição pelos alunos de métodos, técnicas de estudo e de trabalho que os ajudem a desenvolver autonomamente o seu estilo de aprendizagem e a sua capacidade de aprender a aprender" (6).

Surge assim, "o compromisso derivado da necessidade de dar corpo a um projecto de escolaridade básica socialmente credível, culturalmente relevante e congruente com as finalidades políticas que regem uma sociedade formalmente democrática" (Trindade e Cosme, 2002:11).

No esquema seguinte sintetiza-se o processo de *aprender a aprender* (figura 4.1)

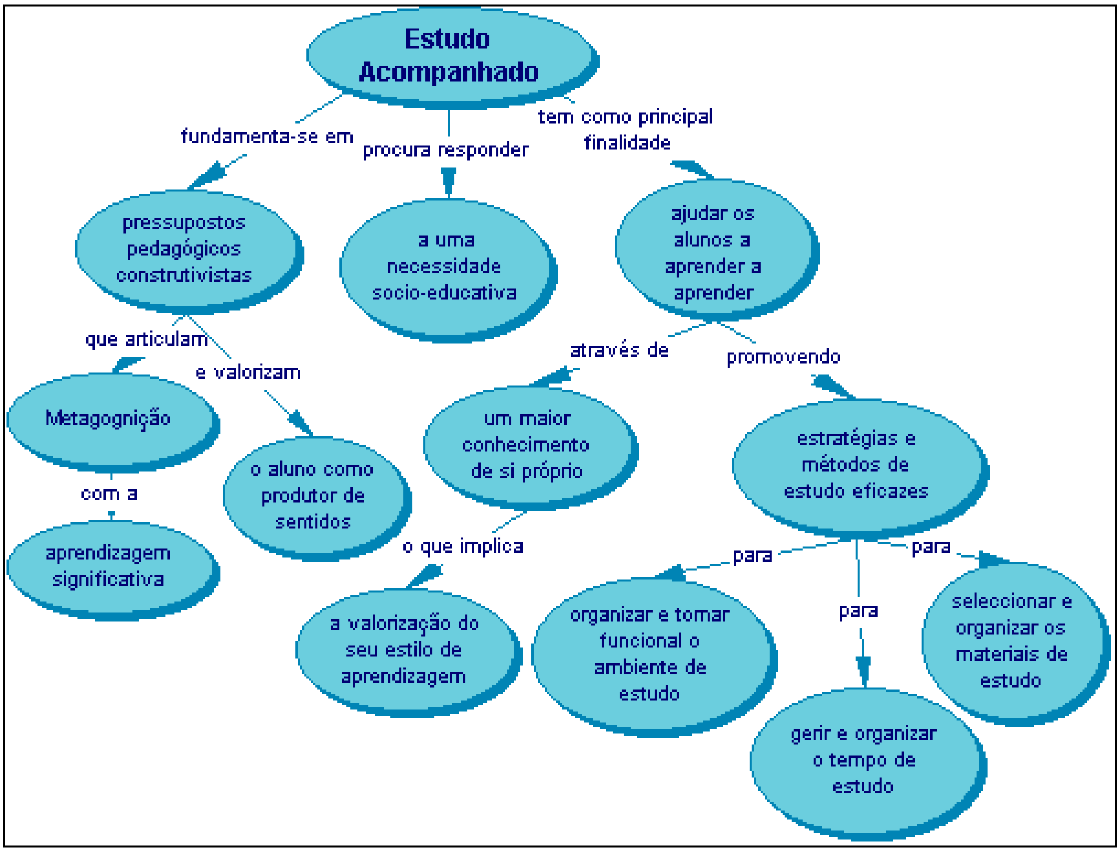


Fig.4.1 – Organigrama da área curricular não–disciplinar Estudo Acompanhado.

(http:// www.minerva.uevora.pt/rtic/eacompanhado/images/aea_qu1.gif).

4.1 – Objectivos do Estudo Acompanhado

Tendo em conta as necessidades de aprendizagem dos nossos dias, o problema central de tal processo é o "aprender a aprender" (Cosme e Trindade, 2001; Simão, 2002; Vasconcelos, 2003; Pereira, Rodrigues e Espírito Santo, 2001; Ribeiro, 2002). Este imperativo parece justificar o facto de, actualmente, ao nível da Educação em geral, ter aumentado, de forma significativa, a intenção de se promover o ensinar e o 'aprender a aprender', bem como a necessidade de se organizarem contextos educativos interessados em estimular aprendizagens significativas ou, ainda, a necessidade de se avaliar o processo de ensino e de aprendizagem não só em função da qualidade das respostas dos alunos como também em função da qualidade dos processos que subjazem à construção dessas mesmas respostas (Vasconcelos, 2003). Desta forma a área curricular não-disciplinar Estudo Acompanhado poderá ser definida como um conjunto de "linhas orientadoras que constituem um projecto interessado em contribuir para o desenvolvimento de competências de auto-aprendizagem nos alunos" (Trindade e Cosme, 2001:29), o qual se assume, por esta via, como uma oportunidade educativa bastante mais abrangente. Segundo Abrantes (1999), tem por objectivo "a promoção de métodos de estudo e de trabalho que permitem aos alunos realizar com autonomia a sua aprendizagem e desenvolver a capacidade de aprender a aprender" (11).

Benavente (1999, citado em Freitas, Candeias e Araújo, 2002) refere que o estudo acompanhado,

> "visa reforçar aprendizagens nucleares e desenvolver competências através de estratégias adequadas às necessidades específicas de cada aluno, permitindo-lhe adquirir autonomamente o seu estilo de aprendizagem. Este tempo curricular pode (…) ser aproveitado para simultaneamente individualizar o processo de ensino e aprendizagem e gerar momentos muito ricos de aprendizagem cooperativa; para desenvolver a capacidade de organização na obtenção das informações necessárias para a aprendizagem, e, naturalmente, tendo sempre presente a nova perspectiva do currículo, procurar a interdisciplinaridade nas aprendizagens" (251).

Neste sentido, segundo Trindade e Cosme (2001),

> "(…) o impacto educativo de um tal projecto não pode ser avaliado, apenas, em função de uma relação mais rentável dos alunos com as tarefas escolares, mas também em função das oportunidades educativas que proporciona ao potenciar quer o desenvolvimento de competências para a resolução dos problemas de vida quer o próprio desenvolvimento psicológico dos alunos, definido, neste caso, de modo bastante abrangente; ou seja, como o processo de transformação progressiva das competências cognitivas, comportamentais e sociais dos sujeitos, enquanto resultado da transacção contínua entre estes e o meio envolvente, num processo onde o protagonismo dos primeiros, no modo como constrói o conjunto de significados acerca das suas experiências de vida, constitui uma condição incontornável da qualidade de um tal processo" (ib).

Assim, podemos considerar que a área curricular não-disciplinar Estudo Acompanhado define-se como uma área curricular que visa apoiar os alunos na aquisição e/ou desenvolvimento de competências e métodos de estudo que estimulem cada vez uma maior autonomia no âmbito das suas aprendizagens. Esta estrutura-se em função do seguinte conjunto de objectivos:

- ✓ "Estimular as acções educativas que propiciam aos alunos um maior conhecimento acerca dos processos cognitivos que mobilizam quando se confrontam com uma tarefa;
- ✓ Estimular as acções educativas que propiciam aos alunos desenvolver estratégias pessoais face aos desafios e aos problemas que tenham de enfrentar;
- ✓ Estimular as acções educativas que propiciam aos alunos aprender a avaliar as suas possibilidades face a uma tarefa e as condições que permitem realizá-la do modo mais adequado, bem como aprender a monitorizar a qualidade do seu desempenho face às diversas etapas do processo de aprendizagem em que aqueles estiverem envolvidos" (id:30).

Embora os objectivos enunciados valorizem, de forma explícita, "o desenvolvimento de estratégias intencionalmente organizadas para promover a aprendizagem dos alunos sobre o modo como desempenham o seu papel" (id:31) como alunos, também convêm referir que a área curricular não-disciplinar Estudo Acompanhado, deve ser defendida como uma área capaz de potenciar, entre outros espaços, o desenvolvimento pessoal e social dos alunos.

Deste modo, o papel que o professor desempenha na área curricular não-disciplinar Estudo Acompanhado orienta-se em função do que Isabel Menezes (1993) designa por "estratégias de exploração reconstrutiva" (325), o que se pode entender como o conjunto de estratégias que, segundo Trindade e Cosme (2001), "mais do que valorizar a transmissão de informação, identificada como um produto pronto a consumir, visa, antes, apoiar o aluno a confrontar-se com essa informação, quer enquanto etapa possível do processo de construção do saber que os alunos protagonizam quer enquanto oportunidade do seu desenvolvimento pessoal e social" (33).

A acção do professor deve, então, ser operacionalizada tendo em conta que a aprendizagem decorre de um processo que, inicialmente, é exterior aos alunos para, gradualmente, passar a ser regulado por estes. Neste sentido, o professor deve incentivar e ensinar os alunos a desenvolverem estratégias de abordagem adequadas às tarefas que lhe são propostas, assim como a auto-avaliarem o trabalho produzido e a reflectirem sobre o seu desempenho.

Segundo Rogoff, 1990, citado em Trindade e Cosme (2001), a função do professor estrutura-se como um processo de "participação guiada". Este conceito inspira-se em Vygotsky e no papel que as actividades de interacção social representam enquanto factor potenciador do desenvolvimento das funções psicológicas superiores (Vygotsky, 1978).

Vygotsky (1978) defende que "a verdadeira trajectória de desenvolvimento do pensamento não vai no sentido do pensamento individual para o socializado, mas do pensamento socializado para o individual" (18) e que o desenvolvimento do pensamento é inseparável do conjunto de interacções que a criança vai estabelecendo com adultos ou com outros pares mais competentes. (Fino, 2001; Oliveira, 2000; César, 2000a; César, 2000b). É de acordo com esta perspectiva que o papel do professor é valorizado como o papel de alguém que se encontra nas melhores condições para *andaimar*[1] a actividade de um iniciado, que neste caso é um aluno, face à tarefa que consiste em tentar resolver um problema no que Vygotsky designa por "zona de desenvolvimento próximo" (Vygotsky, 1978: 86). Segundo a abordagem vygotskiana, esta "zona de desenvolvimento próximo" consiste na "diferença entre o nível de desenvolvimento actual e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da resolução de problemas com a orientação e a colaboração de adultos, ou companheiros mais capazes" (Cosme e Trindade, 2001:32). A zona de desenvolvimento próximo assume um grande valor educativo quando permite que se compreenda:

(i) "o protagonismo singular e diferenciado de alunos e professores no âmbito do processo de ensino - aprendizagem como uma condição fundamental do sucesso deste processo;

(ii) a necessidade de se aprender a construir activamente situações de consenso acerca dos problemas a enfrentar e dos projectos a construir;

(iii) a importância de se entender o desenvolvimento das capacidades potenciais dos alunos como uma finalidade educativa a explorar" (id:ib).

4.2 – Metacognição e auto – regulação da aprendizagem

O conceito de metacognição foi introduzido no início da década de 70 pelo psicólogo J.Flavell (Vasconcelos, 2003; Figueira, 1994; Ribeiro, 2003). Foi-se assumindo como um conceito cada vez mais interessante no domínio da educação escolar à medida que se começou a compreender as suas implicações educativas e a reconhecer o seu contributo na configuração de experiências de aprendizagem desenvolvidas em contextos escolares. No entanto "parece não existir ainda uma definição unívoca" (Ribeiro, 2003:110). Actualmente, reconhece-se como o factor mais relevante para a qualidade e eficiência da aprendizagem e da sua transferência para novas situações (Valente e tal., 1989). No entanto, é um termo complexo e delicado e, apesar do grande número de investigações que se têm levado a efeito, ainda não há ideias muito claras acerca dos diferentes aspectos inerentes ao processo metacognitivo.

[1] O conceito de andaimar (scaffolding) é explorado por WOOD (1980) para configurar o tipo de influência educativa dos professores que, segundo esta perspectiva, se deve organizar de forma directamente proporcional às possibilidades de aprendizagem dos alunos, as quais não constituem, todavia, um dado prévio e adquirido mas um facto a explorar e a descobrir no decurso do próprio processo de ensino-aprendizagem.

Flavell (1976, citado em Boralho, 1990) define metacognição como o "conhecimento que cada um tem dos seus próprios processos e produtos cognitivos ou de qualquer aspecto com eles relacionados" (118). Nas palavras de Nisbett e Shucksmith (1986) citado em Figueira (1994) metacognição trata-se de "O nosso sétimo sentido" (1).

Sternberg e Davidson (1985), Brown (1980, 1987,1989), Brown, Campione e Ferrara (1982, in Neimark,1985) apresentam a metacognição como conhecimento do próprio conhecimento (meta conhecimento), conhecimento dos próprios processos cognitivos e suas formas de operação, tem como seu objectivo, ou regula, qualquer aspecto do trabalho cognitivo. Estes autores encaram este conceito como envolvendo dois processos fundamentais, o conhecimento e controlo de si próprio e o conhecimento e controlo do processo (Figueira, 1994).

Lester e Garofalo (1985, citado em Afonso, 1995) também "reconhecem que na metacognição estão envolvidos dois processos o conhecimento dos conhecimentos e a gestão ou verificação de conhecimentos" (34). Isto é, por um lado o indivíduo conhece-se a si próprio, conhece as suas capacidades cognitivas e processos e, por outro lado, o individuo toma decisões sobre as estratégias que pode utilizar perante uma situação cognitiva.

Para Costa (1984), cujo trabalho nas áreas do pensar e da metacognição é vasto, afirma que "metacognição é a nossa capacidade para produzir a informação que é necessária, de ser consciente dos próprios passos e estratégias no acto de resolver problemas, e de reflectir e avaliar, a produtividade do próprio pensamento e um atributo chave do pensamento formal" (57).

Para melhor clarificar o conceito de metacognição, referem-se dois modelos - Flavell e o de Brown e Campione.

No modelo de Flavell (1979, citado em Ribeiro, 2003), a gestão e o controlo das tarefas cognitivas são feitos através das acções e interacções entre conhecimento metacognitivo, experiência metacognitiva, objectivos ou tarefas e as acções ou estratégias. Por conhecimento metacognitivo entenda-se conhecimento ou crença que a pessoa tem de si e das outras pessoas como ser cognitivo com tarefas cognitivas diversas, sobre os factores ou variáveis que actuam e interactuam e de que maneiras afectam o resultado das tarefas cognitivas. As experiências metacognitivas ocorrem em situações que estimulam o pensar cuidadoso e consciente, "fornecem a oportunidade para pensamentos e sentimentos acerca do próprio pensamento" (id:111). Estas experiências "são importantes, pois é, sobretudo, através delas que o aprendiz pode avaliar as suas dificuldades e, consequentemente, desenvolver meios de as superar" (id:ib). Em relação aos objectivos ou tarefas, "implícitos ou explícitos, que impulsionam e mantêm o empreendimento cognitivo e que podem ser impostos pelo professor ou seleccionados pelo próprio aprendiz. De referir que o objectivo colocado por este pode ser diferente do “imposto” pelo professor, podendo modificar-se no decorrer da realização da tarefa” (id:112). As acções correspondem “às estratégias utilizadas para potencializar e avaliar o progresso cognitivo” (id:ib).

Este modelo é traduzido por Nisbet e Shucksmith (1987), citado em Boralho (1990:144) num esquema que pretende traduzir tais inter-relações e cuja adaptação se apresenta (figura 4.2):

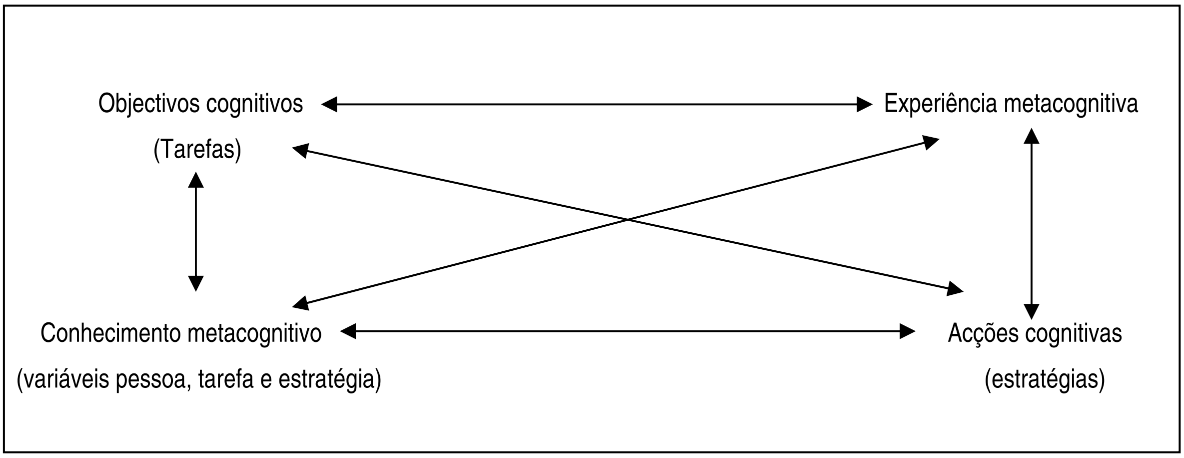


Fig.4.2 – Modelo de metacognição de Flavell traduzido por Nisbet e Schucksmith.

Este esquema mostra as ligações entre tarefas, estratégias e metacognição, colocando em evidência as interacções entre aspectos diferentes da cognição e metacognição. Por exemplo, a “seta entre objectivos cognitivos (tarefas) e conhecimento metacognitivo, significa que a selecção e formulação de um objectivo pode ter o efeito de actualizar (ou activar) partes do próprio conhecimento metacognitivo armazenado, que são consideradas relevantes para este fim” (Boralho, 1990:145).

No modelo de Brown e Campione (1983), citado em Vasconcelos (2003), considera-se que a “metacognição implica o conhecimento das próprias cognições e a regulação da actividade mental. Deste modo é necessário: (i) planificar a actividade mental antes de iniciar a actividade; (ii) observar (*monitoring*) a eficácia da actividade desenvolvida; e (iii) averiguar os resultados. Na literatura cognitiva resume-se esta sequência ao *saber o que* (*Knowing What*) se quer conseguir e ao *saber como* (*Knowing how*) se conseguir (auto-regulação e estratégia)” (12). Buron Orejas (1993) salienta, ainda, que “esta distinção bimodal (*o quê e como*) sobressai duas dimensões da metacognição: (i) a metacognição como conhecimento das operações mentais; e (ii) a metacognição como auto-regulação destas operações” (id:ib).

Para Doly (1999, cit. Vasconcelos, 2003) "as competências metacognitivas designam os processos pelos quais o indivíduo auto-regula a actividade quando resolve problemas (…) estas (…) designadas por meta-estratégias são determinantes da aprendizagem escolar e permitem a autonomização do aluno[2]" (12).

Deste modo, a metacognição e a auto-regulação da aprendizagem têm um papel determinante nos comportamentos inteligentes e eficientes. Conhecer e auto-regular o pensamento, a aprendizagem e a realização através de meta-estratégias (meta-atenção, meta-compreensão, meta-memorização, entre outros) parece ser decisivo no sucesso escolar dos alunos. Reconhece-se, ao aluno, o papel de responsável pela construção do seu conhecimento devendo a escola desenvolver a sua autonomia e a capacidade de auto-regular a sua própria aprendizagem, e aos professores, de acordo com Brown (1987, citado em Ribeiro, 2003), "um papel fundamental na preparação dos alunos para planejar e monitorizar as suas próprias actividades" (114).

Neste contexto, é possível ensinar estratégias de aprendizagem auto-regulada que, geralmente, integram programas de treino de competências de estudo que podem ser usadas em diversos contextos de aprendizagem (Almeida, 1996, citado em Vasconcelos, 2003:10), assim como "programas de estratégias de aprendizagem, com o intuito de potenciar métodos de estudo, que ajudem, ainda, os alunos a auto-regularem com eficiência os processos responsáveis pela sua aprendizagem" (id:10). Este contributo da investigação metacognitiva, para além de ambicionar ensinar os processos metacognitivos, sugere a aprendizagem da auto-regulação e o conhecimento das estratégias remediadoras que os alunos devem usar para *aprender a aprender* (Carr, 1990; Buron Orejas, 1993, referidos em Vasconcelos, 2003:10).

Por conseguinte, torna-se necessário que, segundo Cosme e Trindade (2001) "a escola não se circunscreva a ser, apenas, um espaço de difusão dos saberes e se defina, antes, como um contexto que estimule os seus alunos a apropriar-se e a construir, de uma forma progressiva, o seu património pessoal de metaconhecimentos, ou seja, de conhecimentos sobre o modo se adquire, gere, utiliza e alarga o seu campo de saberes" (13). Deste modo, a eficácia da aprendizagem não é dependente apenas da idade, experiência e nível intelectual, mas também da aquisição de estratégias cognitivas e metacognitivas, que permitam ao aluno a tomada de consciência dos processos que utiliza para aprender e a tomada de decisões apropriadas sobre que estratégias deve utilizar em cada tarefa e avaliar a sua eficácia alterando-as quando não produzem os resultados esperados (Silva e Sá, 1993; Costa, 1984; Valente et al.,1989).

[2] Esta autonomização significa que o aluno ser capaz de aplicar e transferir em diversos contextos um conhecimento já adquirido.

4.3 – Métodos de estudo e aprendizagem

As investigações recentes referem as estratégias de aprendizagem e os hábitos de estudo como necessários para uma aprendizagem académica (Ribeiro, 2002; Vasconcelos, 2003; Pereira, Rodrigues e Espírito, 2001). Reconhece-se que, com o próprio recurso a um método de estudo, cresce a responsabilização do aluno pelo seu processo de aprendizagem, permitindo que este acompanhe a inovação, tornando-se capaz de dar resposta às exigências de uma sociedade que se pretende educativa. Pelo contrário, assume-se que a ausência de métodos de estudo, ou a existência de métodos de estudo inadequados, leva ao insucesso de muitos alunos (Vasconcelos, 2003). Deste reconhecimento resulta que alguns fracassos escolares podem ser resolvidos se ensinarmos os alunos a pensar e a aprender a estudar. Daí advém a ideia de que "*aprender a aprender* se torna um objecto de capital interesse para a Educação. Saber aprender é sugerido como componente necessária para melhorar o estudo, torná-lo mais eficaz e, assim, reduzir o esforço desempenhado na realização das tarefas escolares" (Vasconcelos, 2003:18). Neste sentido, é urgente pensar em métodos de estudo como processos facilitadores e enriquecedores da aprendizagem significativa, sendo importante pensar em estratégias de aprendizagem e na relevância da sua utilização. O conceito de aprendizagem significativa, "visa enfatizar o papel do aluno como produtor de sentidos. (…) a acção do professor constrói-se em função da valorização do seu papel como agente de mediação entre o aluno e o saber culturalmente organizado, o que significa que deverá tentar implementar actividades cujos conteúdos sejam potencialmente significativos quer do ponto de vista da sua significância lógica" (Trindade e Cosme, 2001:44).

O conceito de método de estudo, segundo Vasconcelos (2003) "não é ambíguo nem impreciso (…), sendo referido como o conjunto de técnicas/estratégias às quais se recorre para conseguir estudar e, se possível, melhorar o rendimento escolar e a realização de testes de avaliação" (19). Deste modo, "os métodos de estudo integram estratégias facilitadoras do trabalho individual que, pelo facto, de se utilizarem várias vezes, convertem-se em hábitos de estudo" (id:ib).

O conceito de estratégias de aprendizagem é ambíguo e usado com múltiplos sentidos, nomeadamente como técnicas de estudo. Como refere Simão (2002),

> "As estratégias de aprendizagem situam-se a um nível bem distinto do das técnicas de estudo. Não se trata de fornecer ao aluno uma série de recursos para ter sucesso em algumas tarefas determinadas do currículo e assegurar o êxito nas aulas. As estratégias dizem respeito a operações ou actividades mentais que facilitam e desenvolvem os diversos processos de aprendizagem escolar. Através das estratégias podemos processar, organizar, reter e recuperar o material informativo que temos que aprender, cada vez que planificamos, regulamos e avaliamos esses mesmos processos em função do objectivo previamente traçado ou exigido pelas especificidades da tarefa" (74).

Assim, os manuais de técnicas de estudo referem-se às estratégias como técnicas orientadoras, úteis para aprender e ajudar o aluno no seu processo de aprendizagem. Deste modo, estratégias de aprendizagem são processos que servem de base para a realização de tarefas intelectuais e que conferem ao aluno a capacidade de examinar as tarefas e responder em acordo. Se a um nível complexo são definidas como planos formulados pelos alunos para atingirem objectivos de aprendizagem, a um nível mais específico referem-se a qualquer procedimento adoptado para a realização de uma determinada tarefa (Silva e Sá, 1993).

Sendo enorme a variedade de estratégias de aprendizagem, assim como os métodos de estudo, faz-se referência às que estão contempladas nas orientações metodológicas:

- "Recurso a actividades de planificação do tempo de estudo e de desenvolvimento: de competências de leitura e escrita, de resolução de técnicas específicas (elaboração de apontamentos, resumos e sínteses, preparação de testes, …).
- Promoção do autoconhecimento dos processos pessoais de aprendizagem e da subsequente definição de objectivos pessoais de aprendizagem.
- Assunção, pelos professores responsáveis, de um papel de observador/animador e de mediação entre os alunos e outros professores." (Carvalho e Araújo, 2003:22).

Segunda Parte – Contexto Experimental

5. Estudo prévio

6. Metodologia

7. Análise dos resultados

8. Conclusões, implicações e sugestões

5. Estudo Prévio

De acordo com Marconi & Lakatos (1992) um estudo prévio permite "a obtenção de uma estimativa sobre os futuros resultados, podendo, inclusive, alterar hipóteses, modificar variáveis e a relação entre elas. Dessa forma, haverá maior segurança e precisão para a execução da pesquisa" (130). Outra finalidade do estudo prévio, é verificar a adequação do tipo de amostragem escolhido e testar os instrumentos de recolha de dados. Também na opinião de Yin (1994):

> "The pilot case may be chosen for several reasons related to the criteria for selecting the final cases in the case study design. (…) The pilot case is used more formatively, assisting an investigator to develop relevant lines of questions" (74).

Tendo por base estes pressupostos, considerou-se importante, e de grande utilidade, a realização de um estudo prévio, que pode assumir-se, assim, como um "laboratório" para os investigadores, com o propósito de analisar situações onde os alunos assumissem o papel de professores, aos quais foi atribuída a designação de 'alunos-professores', e onde assumissem o papel de 'alunos', propriamente ditos, desses professores.

A realização deste estudo prévio, com carácter exploratório, teve, então, como principais objectivos:

- ensaiar no terreno uma proposta didáctica que implica um maior envolvimento dos alunos no processo de construção do conhecimento;
- seleccionar a amostra que seria utilizada na experiência e que melhor poderia iluminar o estudo experimental;
- aperfeiçoar o processo de recolha de dados;
- realizar observações e registos em vídeo procurando identificar problemas relevantes para o estudo, quer por se tratar de questões que perturbassem ou dificultassem o desenvolvimento das actividades, quer por poderem dar novas dimensões ao estudo;
- contribuir para proporcionar a aceitação, por parte dos alunos, da presença do investigador e da utilização dos registos em vídeo durante a aplicação da experiência educativa;
- identificar possíveis dificuldades de implementação da experiência.

5.1 – Design experimental

Para facilitar a compreensão do desenvolvimento da experiência prévia, que se desenvolveu no ano lectivo 2002/03, apresenta-se o esquema da mesma, na figura 5.1, na página seguinte. Genericamente, os alunos, em 2 sessões na sala de aula de Matemática e extra-aula na sala de informática desenvolveram, em grupo, após ter sido distribuído um documento – 'Proposta de Trabalho de Grupo' (anexo 2.1) – as planificações das aulas que iriam abordar. Na devida altura, leccionaram, na aula de Matemática, os conteúdos que lhes tinham sido atribuídos e redigiram um relatório, em sessões de Estudo Acompanhado, sobre a experiência. Posteriormente, a professora abordou os restantes temas das unidades didácticas em causa, retomando os que tinham sido leccionados pelos alunos, para colmatar alguma lacuna.

Conforme se verifica pela leitura da figura 5.1, o estudo prévio permitiu observar, directamente, os alunos na fase da planificação e na abordagem dos temas aos seus colegas. Tal observação foi complementada com: registos vídeo; grelha de observação (anexo 2.2); diário de bordo (anexo 2.3) e conversas informais. Recolheram-se, ainda, os planos de aula (anexo 2.4), outros artefactos relevantes, como as fichas de trabalho produzidas pelos alunos (anexo 2.5) e os relatórios (anexo 2.6). Os diversos instrumentos permitiram captar, de forma mais exaustiva possível, todo o desenvolvimento da aula, atendendo quer a aspectos de carácter global quer a aspectos específicos como, por exemplo, partes de diálogos estabelecidos entre 'aluno(s)-professor' e/ou 'aluno(s)-aluno(s)'.

Tais instrumentos foram posteriormente reformulados para serem utilizados no estudo propriamente dito.

Estudo Prévio

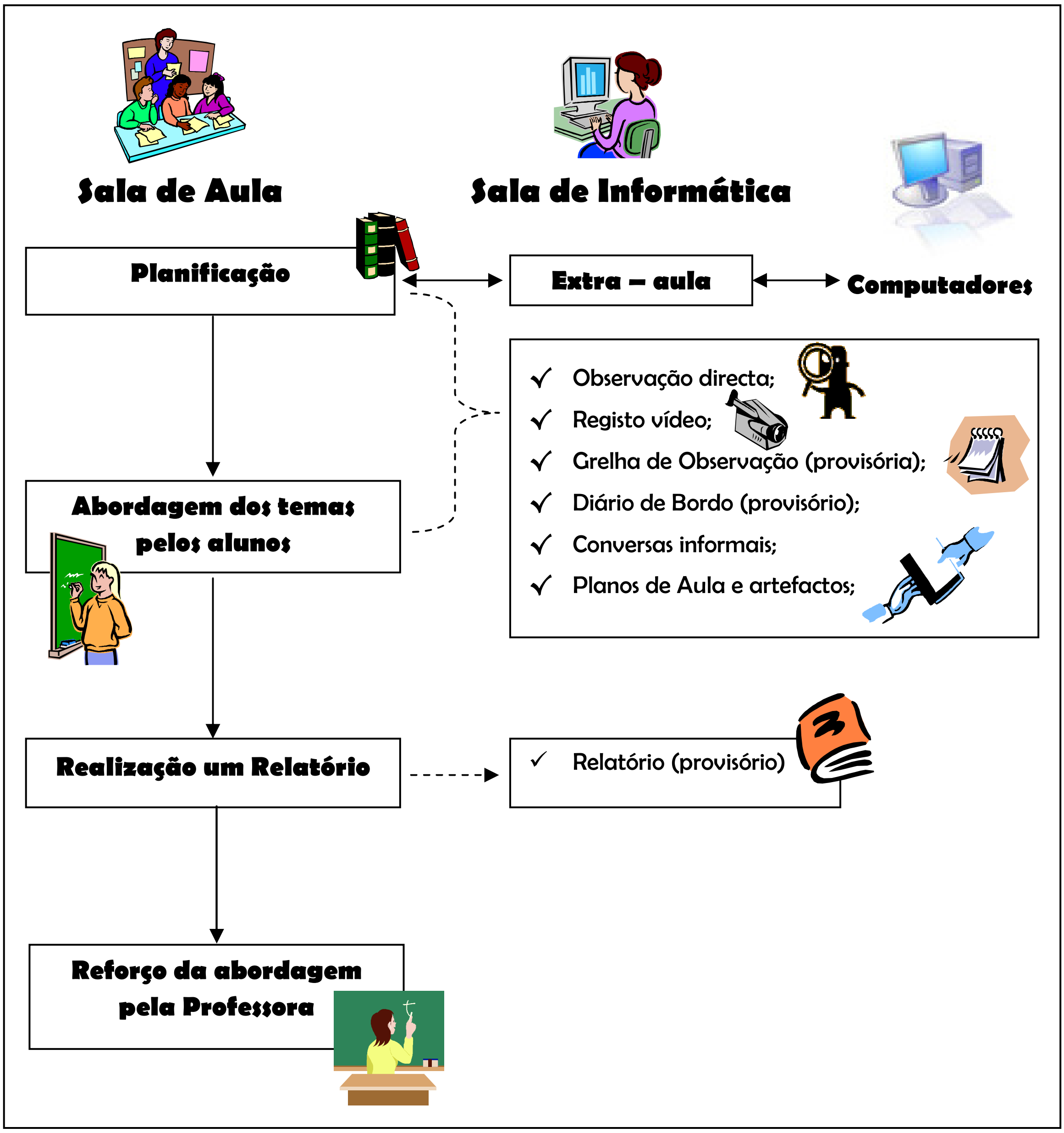


Fig. 5.1 – Design experimental do estudo piloto.

5.2 – Caracterização da amostra

Para efectuar o estudo prévio foram seleccionadas cinco turmas do Ensino Básico, duas do 7ºano de escolaridade e três do 8ºano de escolaridade perfazendo 110 sujeitos, sendo 52 do género masculino e 58 do feminino e tendo idades compreendidas entre os 12 e os 15 anos. Os sujeitos que participaram neste estudo frequentavam uma Escola Básica e Secundária da região litoral centro do País e foram seleccionados tendo em conta que eram alunos da investigadora no ano da implementação deste estudo. A escolha de um elevado número de turmas e, consequentemente, de sujeitos para a realização do estudo prévio foi determinante, pois permitiu, nomeadamente, obter um conjunto diversificado de vários pontos de vista dos sujeitos: como encaram o processo de ensino e aprendizagem da Matemática, a sua aprendizagem, a área curricular não disciplinar – Estudo Acompanhado – etc.

Segundo Abrantes (1994) "o envolvimento do investigador permite-lhe viver os acontecimentos por dentro, conseguir uma maior proximidade em relação às pessoas, e estabelecer com elas relações de colaboração (…). Isto tem o potencial de aumentar a validade dos dados que podem provir de conversas casuais (…). Além disso, permite ao investigador criar, ele próprio, situações que forneçam dados complementares em relação aos que resultam da observação naturalista" (211).

5.3 – Descrição do estudo prévio

O estudo prévio decorreu de Abril a Junho de 2003. Durante a fase inicial deste estudo, que decorreu até meados de Maio, foi proposto aos alunos, sob a forma de trabalho de grupo – 'Proposta de Trabalho de Grupo' (anexo 2.1) – que adoptassem o papel de 'professores' e, em grupo, planificassem e explorassem um conteúdo programático[1] proposto pela professora-investigadora. Poderiam recorrer a livros, Internet, etc. Para a realização da planificação pelos 'alunos-professores', em grupos de 3, 4 e 5 elementos, a professora-investigadora contemplou dois blocos de 90 minutos. Disponibilizou-se, ainda, para acompanhar os alunos, extra-aula, durante 45 minutos, na sala de informática para permitir que pudessem efectuar pesquisas na Internet sobre os conteúdos que iriam abordar.

[1] Os conteúdos abordados pelos 'alunos-professores' foram os seguintes:

- **7ºano –** Números primos e números compostos; raiz quadrada e cúbica; posição relativa de rectas e planos; área lateral e área total; volume da pirâmide e do cone;
- **8ºano –** Lugares geométricos: circunferência, circulo, coroa circular, superfície esférica, esfera, camada esférica, bissectriz e mediatriz, translações e vectores.

Posteriormente, de meados de Maio até meados de Junho, durante 5 blocos de 90 minutos, os ‘alunos-professores’ tiveram a oportunidade de assumirem o papel de professores.

Na abordagem dos conteúdos programáticos, a professora-investigadora permitiu que os ‘alunos-professores’ utilizassem os recursos que achassem mais adequados, desde a utilização do computador, retroprojector, quadro e giz, televisão e vídeo, sólidos geométricos, etc.

No final, foi pedido a cada grupo de ‘alunos-professores’ que realizasse um relatório (anexo 2.6), com o objectivo de reflectirem, segundo determinados itens, sobre o trabalho que tinham desenvolvido.

Para além das planificações (anexo 2.4) foi pedido, ainda, que entregassem, para posterior análise, todos os documentos que elaboraram (fichas de trabalho, acetatos, diapositivos, etc.) (anexo 2.5).

A professora-investigadora observou e registou, em vídeo e numa grelha de observação (anexo 2.2), os aspectos mais relevantes das aulas das cinco turmas envolvidas – sete blocos de 90 minutos para o 8ºano de escolaridade e sete blocos de 90 minutos para o 7ºano – desde a sua planificação até à abordagem dos temas. A professora-investigadora também elaborou um diário de bordo (anexo 2.3) onde registou, nomeadamente, as dinâmicas de sala de aula adoptadas pelos alunos, assim como as interacções que se conseguiram estabelecer na sala, no papel de professor e de alunos respectivamente.

O investigador, nesta fase, assumiu um papel em que, conforme Yin (1989, citado em Abrantes, 1994), “não é meramente um observador passivo mas desempenha algum papel na situação que está a ser estudada ou participa em actividades relacionadas com ela” (210). Esta postura do professor-investigador é pertinente visto que permite ao investigador estabelecer uma maior proximidade em relação aos sujeitos em estudo, de forma a estabelecer algumas conversas casuais, para seleccionar a amostra que necessita ao estudo em si.

5.4 – Avaliação dos resultados do Estudo Prévio

A implementação de um estudo prévio revelou-se importante para verificar a viabilidade da experiência, para pilotar os instrumentos de recolha de dados elaborados assim como para a selecção da amostra que seria utilizada no estudo experimental.

5.4.1 – Técnicas e instrumentos de recolha de dados

Considerou-se pertinente cruzar os dados obtidos através da observação directa, da gravação vídeo, de uma grelha de observação, de um diário de bordo, dos relatórios e das produções dos alunos, nomeadamente os documentos que serviram para a planificação das aulas e os utilizados nas aulas de abordagem dos temas.

A observação não foi igualmente fácil de efectuar, principalmente nas sessões de planificação, dado o número e as características dos alunos das diversas turmas, bem como o tipo de trabalhos (em grupo) que realizaram. Assim, o registo vídeo pode constituir um precioso auxiliar. No entanto, a escassez destes equipamentos nas escolas não facilita a captura de todos os acontecimentos na sala de aula. Este estudo também alerta para a necessidade de se habituarem, desde cedo, os alunos com a sua presença para que não sirva de elemento perturbador.

Durante as sessões de 'planificação' e de 'implementação', foi utilizada a observação directa, complementada pela grelha de observação (anexo 2.2) que permitiu registar todos os acontecimentos considerados relevantes para o estudo, nomeadamente as dinâmicas adoptadas e os materiais utilizados pelos 'alunos-professores' ao longo das sessões. Esta grelha não se revelou muito útil durante o estudo prévio porque as anotações aí colocadas poderiam constar do diário de bordo, o qual demonstrou ser um instrumento suficiente na recolha destes dados, evitando-se repetições desnecessárias.

Quanto aos relatórios, é notória a dificuldade dos alunos em expressarem as suas ideias. No entanto, consideramos que é de insistir nos mesmos, eventualmente reforçando alguns tópicos orientadores.

5.4.2 – Planificação das aulas

Dividiu-se a análise por anos de escolaridade e por turmas as quais se caracterizam brevemente no início deste ponto.

7ºAno

- **7ºA –** Esta turma tem dezasseis alunos incluindo dois com necessidades educativas especiais. De um modo geral, é considerada uma turma muito interessada, participativa e com uma imaginação muito fértil, não se registando casos de indisciplina. Apesar de os alunos, genericamente, apresentarem um desempenho oral muito interessante, os resultados dos testes não costumam ser muito elevados.

Os alunos desta turma, enquanto elaboraram a planificação da aula optaram por trabalhar em grupo de uma forma cooperativa, pois observou-se que todos os alunos participaram, em conjunto, na totalidade da planificação da aula. Observou-se ainda que, entre eles, discutiam a melhor forma de ensinar os colegas recorrendo, por vezes, a várias fontes de informação, como outros livros escolares além do livro adoptado, motores de busca como: www.google.pt ou o www.sapo.pt. Nesta turma houve um grupo que pediu emprestada a máquina de filmar à professora-investigadora para filmar uma peça de teatro através da qual explicavam a matéria aos colegas. Manifestaram-se interessados e empenhados na tarefa e até muito criativos. O diálogo seguinte traduz essa situação:

> "acho que é importante arranjarmos uma actividade para os nossos colegas aplicarem a matemática à realidade, como irmos para fora da sala, calcular o volume dos caixotes do lixo, as medidas do campo da bola, procurar relacionar vários objectos com a matemática, trazer as medidas desses objectos e pedir-lhes para calcularem o volume, a área total e lateral destes." (Joana, 7ºA).

- **7ºC –** Esta turma tem vinte e seis alunos, sendo mais de metade rapazes. São alunos pouco participativos e muito relutantes à adopção de novas metodologias existindo, por vezes, algumas questões de ordem disciplinar. Trata-se de uma turma bastante barulhenta, embora com um aproveitamento global bastante bom.

  Os alunos juntaram-se em grupo mas, numa fase inicial, limitaram-se a ler o livro adoptado, individualmente ou a pares. Posteriormente, em grupo, realizaram os exercícios deste livro. Salientou-se um grupo que pediu para se deslocar à biblioteca, para procurar mais livros escolares, e à sala de informática, onde efectuou alguma pesquisa na Internet, com a intenção de planificar uma aula diferente. Verificou-se que a grande maioria dos alunos trabalhou colaborativamente, pois distribuíram tarefas por todos os elementos do grupo e, na última aula de planificação, juntaram o que cada um tinha feito.

8ºAno

- **8ºA –** Esta turma, constituída por vinte discentes, apresentando, uma aluna, com necessidades educativas especiais, é uma turma homogénea, tanto no que diz respeito ao aproveitamento como ao comportamento distinguindo-se cinco alunas muito boas. Apesar de serem elementos pouco participativos, chegando mesmo alguns ao ponto de parecerem apáticos, parecem estar motivados para aprender e, normalmente, estão atentos. Geralmente, realizam, mesmo extra-aula, todas as tarefas que lhes são propostas.

Inicialmente, os alunos juntaram-se em grupo para ler, em conjunto, os conteúdos programáticos que tinham que "leccionar". De seguida, distribuíram as tarefas pelos elementos do grupo. Uns ficaram na sala de aula a resolver os exercícios do livro adoptado de forma a poderem seleccionar aqueles que iriam propor aos seus colegas. Outros pediram à professora-investigadora para se deslocarem à biblioteca e à sala de informática, com a intenção de pesquisar mais informação necessária à planificação. Os alunos trabalharam, maioritariamente, de uma forma colaborativa, pois cada elemento fez, individualmente, a sua parte da planificação.

- **8ºB –** Esta turma possui vinte e quatro alunos, sendo dezasseis raparigas e oito rapazes. Em termos de aproveitamento, é considerada uma turma mediana sobressaindo apenas dois alunos pela positiva. Embora as notas dos testes não sejam muito altas, a turma é considerada boa na oralidade, intervindo com propriedade. Exceptuam-se poucos alunos que, normalmente, não estão muito atentos, sendo necessário estar, frequentemente, a chamá-los à atenção.

  Aquando da planificação das aulas, verificou-se que dois grupos resolveram utilizar o computador para "leccionar" a aula aos seus colegas. Para isso, pediram à professora-investigadora para reservar a sala de informática para poderem usar o Word e o PowerPoint. Outros dois grupos referiram que necessitavam, apenas, do retroprojector e um grupo referiu que necessitava de um esquadro e um compasso para utilizar no quadro. A maioria organizou-se cooperativamente, tendo todos participado em conjunto na totalidade das tarefas. Exceptua-se um grupo, porque uma aluna planificou a totalidade da aula e, de seguida, explicou e distribuiu a cada elemento do grupo os conteúdos que iriam leccionar e a forma como o iriam fazer.

- **8ºC –** Esta turma possui vinte e quatro alunos e é muito heterogénea pois é constituída por alunos considerados muito bons e alunos rotulados de muito fracos, embora não existam questões de ordem disciplinar. Aqueles são interessados e participativos. Amiúde, verifica-se mesmo que os "bons" alunos conseguem explicar aos alunos com mais dificuldades os conceitos relativamente aos quais estes têm dúvidas. É uma turma onde os alunos, de um modo geral, estão atentos e executam todas as tarefas e actividades que lhes são propostas.

Nesta turma observou-se que dois dos cinco grupos trabalharam cooperativamente e os outros três trabalharam colaborativamente. Inicialmente, os 'alunos-professores' não sabiam como planificar a aula, verificando-se que alguns grupos começaram por ler o livro adoptado e, à medida que iam surgindo dúvidas no seio do grupo, discutiam em conjunto. Observou-se, ainda, que alguns grupos optaram por resolver todos os exercícios do livro adoptado relativos ao conteúdo que teriam de abordar. Assim, como uma aluna afirmou, "*seria mais fácil pedir aos colegas para os resolverem, e deste modo conseguir dar-lhes apoio e explicar melhor.*" Todos os grupos quiseram deslocar-se à biblioteca da escola, para procurar mais livros, e à sala de informática, para efectuar uma pesquisa na Internet, nomeadamente através do motor de busca Google (www.google.pt.).

Deste modo, no domínio da preparação das aulas verificou-se que os 'alunos-professores' adoptaram diferentes formas de trabalhar em grupo – uns grupos adoptaram o trabalho cooperativo e outros o trabalho colaborativo, salientando-se um grupo do 8º ano de escolaridade, tendo uma aluna elaborado, sozinha, a planificação da aula.

Na generalidade todos os grupos consultaram diversos livros escolares e também outros recursos, tais como, sólidos geométricos, compasso, régua e esquadro. Utilizaram também a Internet para pesquisa de informação, privilegiando os motores de busca Google e Sapo (www.google.pt e www.sapo.pt).

5.4.3 – Implementação das aulas

Neste ponto analisa-se, muito sinteticamente, a forma como os alunos "leccionaram" uma aula aos seus colegas, por anos de escolaridade e por turmas, destacando-se os aspectos mais relevantes para o estudo.

7ºAno

- **7ºA –** Nesta turma, a planificação que cada grupo tinha preparado foi cumprida embora as aulas se desenvolvessem de uma forma muito heterogénea.

Os grupos que tinham que abordar os conteúdos *Números primos e números compostos e Raiz quadrada e cúbica* dividiram a aula em duas partes. Na primeira, começaram por expor os conteúdos e, por fim, propuseram aos 'alunos' a resolução de exercícios do livro adoptado e a realização de uma ficha de trabalho, a pares ou em pequeno grupo.

O primeiro grupo apresentou um "teatro-vídeo" gravado, onde as personagens representavam os intervenientes principais numa aula (professor e seus alunos). O professor expunha os conteúdos oralmente e no quadro e, de seguida, questionava os seus alunos. Em termos de comportamento, reflectiram uma turma um pouco irrequieta. Após a apresentação do "teatro-vídeo" os 'alunos-professores' propuseram a realização de exercícios do livro adoptado. Relativamente ao segundo grupo, os 'alunos-professores' explicaram os conteúdos oralmente através e recorrendo ao quadro. Por fim, pediram aos colegas para resolverem uma ficha de trabalho, a pares ou em pequeno grupo. Cada 'aluno-professor' corrigia a ficha nos grupos e explicava aquilo que os 'alunos' não conseguiam resolver, ou porque não entendiam o que era perguntado ou porque não tinham percebido a matéria que o 'aluno-professor' tinha leccionado.

Em relação ao tópico: *posição relativa de rectas e planos*, os 'alunos-professores' iniciaram a aula apresentando o conceito de posição relativa de rectas e planos utilizando acetatos e o retroprojector (figura 5.2) e o quadro.

Sempre que os 'alunos' não percebiam o que estava a ser leccionado, os 'alunos-professores' recorriam a vários exemplos dentro da sala de aula, como se pode verificar no excerto que se apresenta de seguida:

> "**'aluno' –** *Stora, não percebi o que significa duas rectas serem perpendiculares.*
>
> **'aluno-professor' –** *Olha para o chão da sala. Se tu reparares, estes dois riscos que os mosaicos formam cruzam-se e fazem um ângulo de noventa graus, não é?* ".

E o 'aluno-professor' aponta para o chão com a intenção de fazer com que o 'aluno' compreenda o significado de duas rectas serem perpendiculares (figura 5.3).

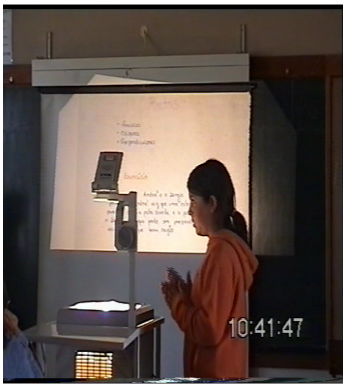


Fig.5.2 – 'Aluno-professor' explica os conceitos utilizando acetatos e o retroprojector.

Fig.5.3 – 'Aluno-professor' explica o conceito de rectas perpendiculares utilizando os mosaicos do pavimento da sala de aula.

Durante toda a aula, os 'alunos' interagiram oralmente com os 'alunos-professores', nomeadamente, colocando questões quando não entendiam o que estes estavam a explicar. Deste modo, a aula teve uma dinâmica muito interessante. Os últimos vinte minutos foram utilizados para a realização de uma ficha de trabalho e sua discussão, tendo os 'alunos-professores' pedido a vários 'alunos' para se deslocarem ao quadro para corrigirem os exercícios da ficha. No final, discutiu-se e sintetizou-se a resolução proposta por cada pequeno grupo.

De acordo com os conteúdos *Área lateral e Área total*, os 'alunos-professores' começaram por explicar oralmente e utilizando o quadro (figura 5.4) e um cubo de madeira, a noção de área lateral e total de um sólido.

De seguida e durante vinte minutos, realizaram-se "actividades de rua" – em pequeno grupo, os 'alunos' teriam de calcular a área lateral e total de alguns objectos que se encontravam fora da sala de aula, tais como, o caixote do lixo (figura 5.5), um banco de jardim – que foram muito do agrado dos 'alunos'.

Passado esse tempo, pediram que um dos elementos de cada pequeno grupo de 'alunos' expusesse no quadro o cálculo da área lateral e total de cada sólido que escolheram no exterior, o que fizeram com algumas dificuldades.

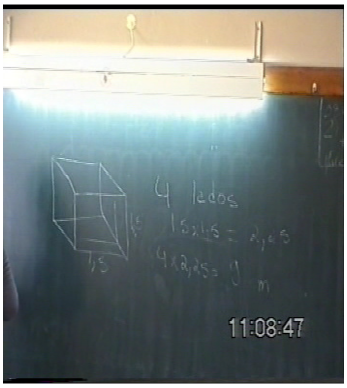


Fig. 5.4 – Resolução de um exercício no quadro.

Fig. 5.5 – 'Alunos' numa actividade realizada ao ar-livre.

Na aula seguinte, foi a vez de outro grupo abordar, também, conteúdos referentes à geometria – *volume da pirâmide e prisma e volume do cilindro e cone*. Neste grupo salienta-se o facto de estarem incluídos os dois alunos com necessidades educativas especiais, mas que conseguiram intervir de uma forma dinâmica, ajudando os seus colegas de grupo.

A aula foi dividida em duas partes. Na primeira, os 'alunos-professores' começaram por efectuar uma experiência com sólidos de enchimento e com água para demonstrarem a relação entre o volume de uma pirâmide e do respectivo prisma e de um cilindro e do respectivo cone, conforme as figuras ao lado ilustram (figura 5.6).

Fig. 5.6 – 'Aluno-professor' realiza uma experiência com sólidos de enchimento e água.

Neste caso, os 'alunos-professores', para leccionarem os conteúdos, começaram com uma situação concreta para evoluir para a teoria e, no final, pediram aos 'alunos' que resolvessem os exercícios respectivos do livro adoptado. Foi interessante observar como os alunos com necessidades educativas especiais se mostraram empenhados em tirar as dúvidas aos seus ‘alunos’ quando estes não conseguiam resolver os exercícios propostos, demonstrando que estavam por dentro da matéria que estavam a leccionar.

Neste grupo, os ‘alunos-professores’ convidaram os ‘alunos’ que apresentavam mais dificuldades, na resolução dos exercícios propostos, a irem ao quadro apresentar a sua resolução. De seguida, os ‘alunos-professores’ promoveram a discussão em grande grupo e, por fim, sintetizaram os conteúdos que abordaram nesta aula.

- **7ºC –** Nesta turma, a planificação que cada grupo tinha preparado também foi cumprida. As aulas desenvolveram-se de uma forma muito homogénea. Em todos os grupos observou-se a sequência ´teória-prática’, tendo apoiado a exposição com o quadro ou com retroprojector (figuras 5.7 a 5.9) à qual se seguiam a resolução de exercícios do livro adoptado referentes aos conteúdos respectivos, ou fichas de trabalho.

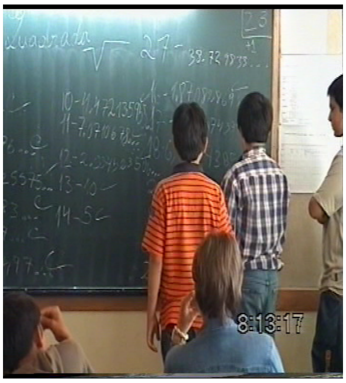


Fig.5.7 – ‘Alunos’ a resolverem no quadro um exercício proposto.

Fig.5.8 – ‘Aluno-professor’ explica um conceito adoptando o retroprojector.

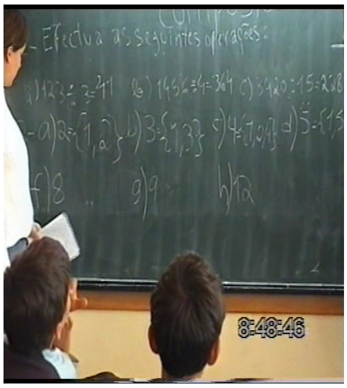


Fig.5.9 – ‘Aluno-professor’ explica um conceito utilizando o quadro.

Os ‘alunos-professores’ iniciavam a respectiva aula expondo os conteúdos utilizando acetatos, o retroprojector ou o quadro, como está representado nas figuras acima.

De seguida, questionavam os ‘alunos’ acerca do que tinham explicado e passavam à prática, resolvendo um “exercício tipo” no quadro e propunham a resolução dos exercícios do livro referentes aos conteúdos respectivos, ou então, escreviam no quadro exercícios para os ‘alunos’ resolverem a pares ou em pequeno grupo. Depois de todos os ‘alunos’ terem terminado a resolução dos exercícios em pequeno grupo ou a pares, pediam a um ‘aluno’ que resolvesse no quadro e explicasse aos colegas a sua resolução.

Conforme refere o João: “*a ideia de todos no grupo foi de ver se todos tinham percebido o que tínhamos explicado*”.

8º Ano

- **8ºA –** Nesta turma também se verificou a sequência “teoria-prática” para a abordagem dos conteúdos. Salientou-se um grupo que utilizou o computador para fazer uma apresentação em PowerPoint (anexo 2.5), para explicar a definição de *Lugar geométrico e Circunferência e Círculo*, tentando dar uma nova dinâmica à aula com a adopção das novas tecnologias (figura 5.10). Em contrapartida, três dos cinco grupos de ‘alunos-professores’ utilizaram o acetato, o retroprojector e o quadro para explicar os conteúdos aos seus ‘alunos’. Também foram utilizados alguns objectos, tais como, uma bola de futebol e um CD, para explicar aos alunos a noção de *esfera e superfície esférica* (figura 5.11). Somente um grupo utilizou apenas o quadro, onde explicou a noção de *mediatriz de um segmento de recta e circunferência circunscrita*, recorrendo ao compasso, régua e esquadro para desenhar estes lugares geométricos no quadro.

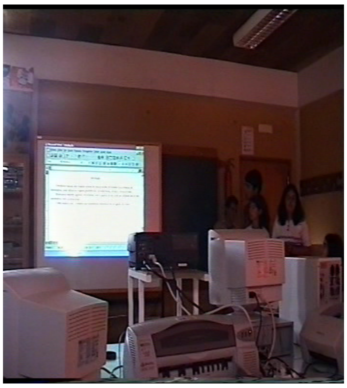


Fig.5.10 – ‘Aluno-professor’ explica os conceitos utilizando uma apresentação em *PowerPoint*.

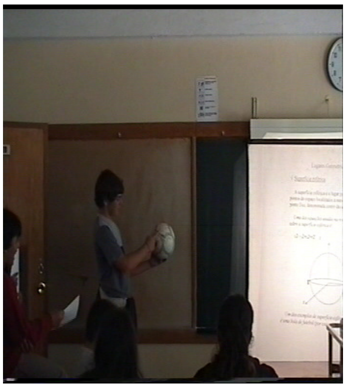


Fig.5.11 – ‘Aluno-professor’ utiliza uma bola de futebol como exemplo.

No decorrer de todas as aulas observou-se que os ‘alunos’, quando se encontravam a resolver as fichas de trabalho ou exercícios do manual, propostos pelos ‘alunos-professores’, juntavam-se preferencialmente a pares ou em pequeno grupo. Observou-se ainda que os ‘alunos’, sempre que não conseguiam resolver ou queriam saber se estavam a resolver bem, pediam ajuda aos ‘alunos-professores’. Estes, deslocavam-se de pequeno grupo em pequeno grupo, ou de par em par, com a intenção de ajudarem os ‘alunos’ na resolução dos exercícios ou fichas de trabalho.

Em relação à forma como eram discutidas as actividades desenvolvidas na aula, os ‘alunos-professores’ apresentavam a resolução correcta no quadro e os ‘alunos’ registavam essa resolução no caderno.

- **8ºB –** Nesta turma, verificou-se a seguinte sequência nas aulas: introdução de um conceito oralmente por recurso ao acetato, retroprojector e quadro.

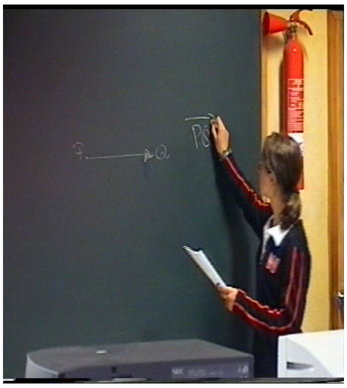


Fig.5.12 – Resolução de exercícios no quadro.

Nesta fase**,** salientou-se um grupo que utilizou o computador para "leccionar" os conteúdos (*Translações e vectores*) de uma forma diferente. Este grupo realizou uma apresentação oral com a ajuda do computador e do processador de texto Word. Seguiu-se a resolução de exercícios do manual escolar, ou a resolução de fichas de trabalho, ou ainda, a resolução de exercícios no quadro (figura 5.12).

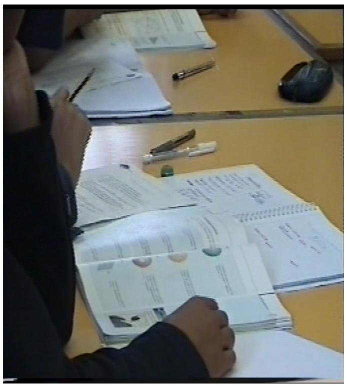


Fig.5.13 – 'Aluno' a resolver individualmente exercícios do livro.

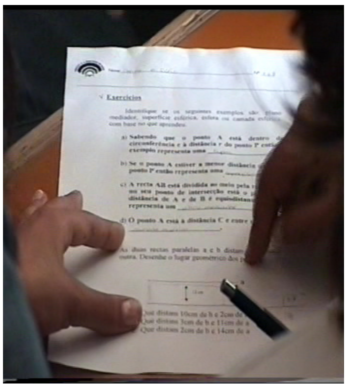


Fig.5.14 – 'Alunos' resolvem a pares uma ficha de trabalho.

Os 'alunos' participaram apenas quando solicitados pelos 'alunos-professores': "- *Perceberam? Têm duvidas?",* ou quando os 'alunos-professores' lhes pediam para irem ao quadro resolver um exercício proposto ou para efectuarem a correcção de uma questão de uma ficha de trabalho.

Observou-se nesta turma que os 'alunos' resolveram os exercícios no lugar, individualmente ou a pares, (figuras 5.13 e 5.14) por iniciativa própria pois, neste caso, os 'alunos-professores' não direccionaram os seus 'alunos' para um tipo de trabalho específico. Quanto à natureza das tarefas que os 'alunos-professores' propuseram, notou-se uma preocupação em seleccionar exercícios com um grau de dificuldade reduzido, de forma a serem resolvidos facilmente, sendo a grande maioria do tipo "mostra que…", "Indica…" e "Calcula…".

Como se pode analisar por um exercício de uma das fichas de trabalho propostas (anexo 2.5):

" 1. Na figura ao lado estão representados alguns vectores.
1.1.Indica dois vectores que tenham:

a. A mesma origem
b. A mesma extremidade.
c. O mesmo sentido
d. Sentidos contrários"

- **8ºC –** Nesta turma, os 'alunos-professores' também adoptaram a sequência 'teoria-prática'.

Utilizaram o acetato, o retroprojector e o quadro (figura 5.15). No entanto, um grupo que abordou o tema (*Bissectriz e mediatriz*) utilizou o computador com o processador de texto Word (figura 5.16) para explicar os conteúdos aos seus 'alunos'. Por fim, foram várias as tarefas propostas.

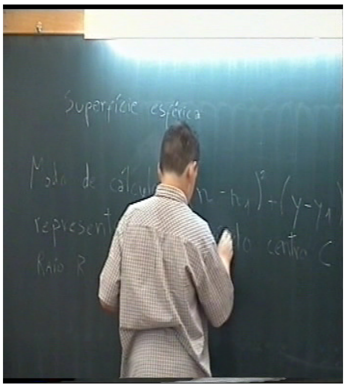


Fig.5.15 – Utilização do quadro pelo 'Aluno-professor' para explicar os conceitos.

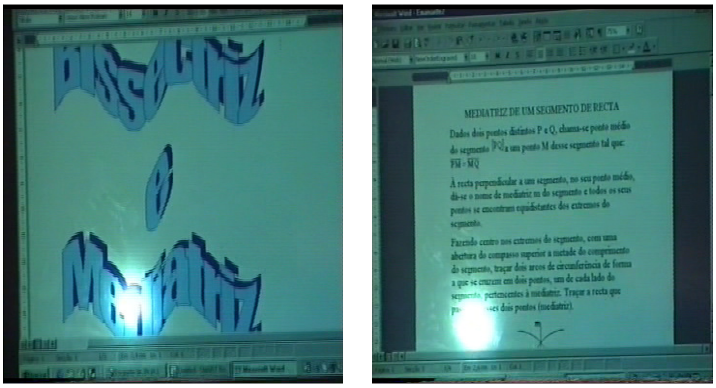
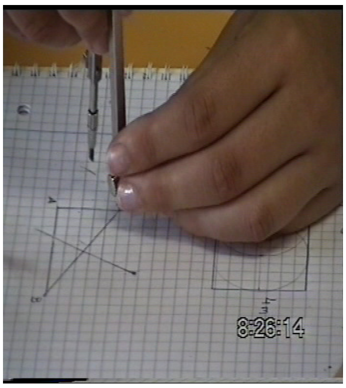


Fig.5.16 – Utilização do Word, por um grupo, para explicar os conceitos.



Um dos grupos propôs uma tarefa que incluía a utilização do compasso e da régua para a resolução dos exercícios de uma ficha de trabalho (figura 5.17).

Fig. 5.17 – Utilização do compasso na resolução de um exercício.

Houve grupos que propuseram a resolução de exercícios do manual e fichas de trabalho e, de seguida, pediram a alguns 'alunos' para irem ao quadro fazer a correcção desses exercícios. No fim da correcção discutia-se e sintetizava-se a resolução efectuada.

Observou-se que se estabeleceu uma camaradagem entre os 'alunos-professores' e os 'alunos', pois verificou-se que os 'alunos' tentaram estar o mais atentos possível para perceberem os 'alunos-professores', para colocar questões quando tivessem duvidas e, deste modo, conseguirem resolver os exercícios propostos. Convém referir que os 'alunos-professores' propuseram sempre a resolução dos exercícios e fichas de trabalho em pares ou em pequeno grupo.

Nesta turma verificou-se, também, uma empatia generalizada entre todos os participantes, tanto entre 'alunos-professores' e 'alunos', assim como entre os próprios 'alunos'. Notou-se um sentimento generalizado de entreajuda entre todos os pequenos grupos para a resolução dos problemas e, deste modo, todos conseguissem obter bons resultados.

Síntese

Relativamente à observação directa das práticas lectivas dos 'alunos-professores', nomeadamente das unidades em estudo do 7ºano e do 8ºano, verificou-se que todos os 'alunos-professores' cumpriram a planificação que elaboraram.

A observação destas aulas permitiu constatar que as relações que os 'alunos-professores' mantiveram com os seus 'alunos' foram positivas e abertas na maior parte dos casos.

As dinâmicas que privilegiaram foram pouco diversificadas e inovadoras. Apenas um grupo adoptou a expressão dramática como forma de leccionar os conteúdos.

Pela análise das aulas verificou-se que, em alguns casos, os tópicos matemáticos foram introduzidos pelos 'alunos–professores' através da utilização de meios como, por exemplo, o quadro, o manual, o retroprojector e o computador. Em alguns casos demonstraram criatividade e empenho para que os seus colegas percebessem os conteúdos a leccionar. Genericamente, o papel desempenhado pelos 'alunos' foi, pelo menos numa fase inicial, de meros receptores de informação pois, os 'alunos–professores' limitaram-se a expor a matéria. Seguia-se a resolução de exercícios de consolidação, utilizando fichas de trabalho e exercícios do livro, seguindo uma sequência 'teórico-prática'.

Em relação aos materiais utilizados, observou-se que os 'alunos-professores' utilizaram alguns materiais, nomeadamente, sólidos geométricos, calculadora, régua e esquadro, quadro e giz, fichas de trabalho, retroprojector e acetatos, etc. Os meios informáticos foram também os meios utilizados pelos 'alunos–professores' como forma mais criativa para exporem os conteúdos aos seus 'alunos'.

Em relação à forma de trabalho desenvolvido, verificou-se que os 'alunos', em sala de aula, trabalharam, maioritariamente, a pares (figura 5.18) e em pequeno grupo (figura 5.19) e que raramente trabalhavam individualmente (figura 5.20) e nunca trabalharam em grande grupo (turma). Quando trabalhavam em pequeno grupo verificou-se que os 'alunos' estabeleciam interacções cooperativas e colaborativas.

Fig.5.18 – 'Alunos' a trabalharem a pares.

Fig.5.19 – 'Alunos' a resolverem exercícios em pequeno grupo.

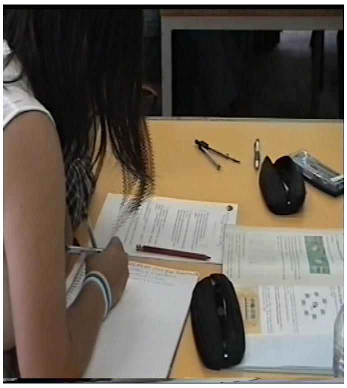


Fig.5.20 – 'Aluno' a trabalhar individualmente.

Relativamente ao tipo de comunicação estabelecido entre os 'alunos-professores' e os 'alunos', o preferencial foi a comunicação oral, ou seja, os diálogos entre 'aluno-professor' e 'alunos' e entre os 'alunos'.

5.4.4 - Análise comentada dos relatórios

Dos relatórios efectuados pelos alunos (anexo 2.6), recolhemos algumas reflexões acerca da experiência à qual foram submetidos, de assumirem o papel de professores. Dessas reflexões seleccionaram-se algumas consideradas mais pertinentes, das quais transcrevemos alguns excertos.

Analisando os relatórios dos alunos verificou-se que estes sentiram algumas dúvidas enquanto estavam a planificar a aula – *"O nosso trabalho foi sobre Mediatriz e a Bissectriz, no princípio do trabalho tivemos algumas dúvidas mas conseguimos ultrapassá-las através da leitura* *de outros livros do 8ºano…”; “nós explicámos aos nossos alunos a posição relativa de rectas e planos, no início sentíamos algumas dúvidas mas, começamos por ler o nosso livro e por fazer todos os exercícios deste, foi assim, que ultrapassamos as nossas dificuldades”.*

Quanto às dificuldades que sentiram quando leccionaram os conteúdos, foram várias as opiniões dos alunos – *“ a nossa maior dificuldade foi arranjar objectos que nos ajudassem a explicar a matéria”…* (opinião expressa por uma aluna do 8ºano) e, segundo um aluno do 7º ano, “*O trabalho, a nosso ver, poderia ter corrido melhor se não tivéssemos deixado um pouco para a última da hora”.*

Relativamente à forma como foi encarada a aula dada, os alunos afirmam “*Nós utilizamos o retroprojector, acetatos e fichas, tivemos um pouco de dificuldade em apresentar porque tivemos medo que os nossos colegas não percebessem”* (aluno do 7ºA); “*Utilizamos o retroprojector e o quadro da sala, régua e o livro, mas foi complicado estar na pele do professor, pois pensávamos será que eles vão perceber? E se fazem alguma pergunta e nós não conseguimos responder*?” (aluno do 8ºC)*; “Tentei expressar as minhas ideias de forma clara e expressiva…”;* (aluno do 7ºC) *“A apresentação foi um pouco espalhafatosa, porque muitos se atrapalharam, estavam nervosos e às vezes engasgavam-se...”* (alunos do 8ºB), “*Nós tivemos nervosos porque foi o nosso primeiro trabalho de Matemática e receávamos que os nossos “alunos” não compreendessem a matéria”* (alunos do 7ºC).

Em relação às questões, (…) ‘Gostaste ou não das aulas e porquê?’; ‘Achas que aprendeste mais e melhor neste tipo de aulas?‘; ‘Onde pesquisaste e trataste da informação que foste obtendo?’; ‘Aprendes mais/ melhor numa aula normal?’; os alunos expressam opiniões contrárias – uns afirmam gostar e outros não, como podemos retirar das afirmações seguintes “*Bem, nós achamos este trabalho mais fácil, do que na aula porque assim nós aprendemos, pois somos obrigados a fazê-lo e na aula podemos estar desatentos e não ouvir e assim não aprendemos”* (aluna do 7ºC); *“Não aprendo mais assim, porque acho que nas aulas normais aprendo mais, pois o professor já seleccionou o que é mais importante”* (aluna do 8ºC). Em contrapartida, os alunos do 7ºA referem *“Achamos que aprendemos algumas coisas com o trabalho, pois somos obrigados a procurar a matéria e a retirar o que é mais importante para os nossos colegas aprenderem”* (aluno do 7ºA); “Gostei deste tipo de aulas pois tivemos de ser criativos. Apresentamos alguns exemplos da vida real…” (aluno do 8ºA).

A vivência matemática dos alunos parece ter-se modificado a partir do momento em que foram confrontados com a situação de “leccionarem” alguns conteúdos programáticos aos seus colegas. Essa mudança pressupõe que os alunos se aperceberam da importância da sua participação em todo o processo de ensino e aprendizagem, abandonando o papel de meros receptores de informação e, deste modo, assumirem um papel mais activo neste processo.

5.5 – Conclusões

O desafio colocado aos alunos para que estes assumissem o papel de professores, revelou-se exequível. O estudo prévio revelou-se bastante importante para o estudo propriamente dito. Tal como Marconi e Lakatos (2002) citado em Lobo (2004:110) referem, "verificadas as falhas, devem-se reformular os instrumentos, conservando, modificando, ampliando ou eliminando itens; explicitando melhor alguns ou modificando a redacção de outros." Assim, no final do estudo prévio e baseada nestes autores, a investigadora concluiu que o número de instrumentos de recolha de dados era insuficiente e, por conseguinte, procedeu à alteração do número de instrumentos a utilizar posteriormente na experiência, passando estes a serem seis ao invés de quatro que foram utilizados neste estudo prévio. Deste modo, os instrumentos posteriormente a utilizar no estudo experimental são: o questionário na versão Inicial e Final e o teste de avaliação nas versões pré-teste, pós-teste e teste Final. A investigadora concluiu também que, no caso específico do instrumento "relatório", que foi pedido aos alunos que preenchessem no final das sessões (anexo 2.6), deveriam ser alterados alguns itens. O instrumento "grelha de observação" (anexo 2.2) vai deixar de ser utilizado visto não ser relevante dada a utilização do "diário de bordo" (anexo 2.3), o qual irá incluir os itens da "grelha de observação" (anexo 2.2).

Desta forma, a observação directa dos alunos e dos 'alunos-professores' neste contexto, permitiu à investigadora reflectir e filtrar a informação necessária, para que, aquando da implementação da experiência tudo corresse da melhor forma. Os instrumentos utilizados nesta fase foram posteriormente reformulados para serem utilizados no estudo propriamente dito.

6. Metodologia

O insucesso na disciplina de Matemática, em muitos casos, persiste em acompanhar muitos alunos ao longo de todo o seu percurso escolar. Tal facto não é um acontecimento de agora, mas vem preocupando toda uma comunidade educativa desde alguns anos a esta parte. A procura de algumas respostas para a possível causa, ou causas, do insucesso tem mobilizado, em todo o mundo, estudiosos e investigadores, desde psicólogos, sociólogos, filósofos, professores e outros.

O estudo das representações e as práticas dos professores tem sido um tema recorrente na investigação em Educação, nomeadamente em Matemática, que parece concluir sobre a existência duma influência recíproca entre aquelas valências, o que poderá justificar, pelo menos parcialmente, o estado actual do processo educativo. Como refere Canavarro (1993) "alguns investigadores parecem sugerir uma relação quase linear entre as concepções e as práticas" (40). Entre eles pode referir-se Ernst (1991, citado em Canavarro, 1993) – "As concepções dos professores sobre a natureza da Matemática e as suas teorias pessoais acerca do seu ensino e aprendizagem são importantes factores na determinação de como eles ensinam Matemática na sala de aula…" (40). Também segundo a APM, na introdução do seu primeiro Caderno de Educação e Matemática (1988, referido em Canavarro, 1993) "Tem sido reconhecido que a concepção que o professor tem do que é a Matemática exerce uma influência decisiva no modo como conduz as suas aulas." (41). No entanto, Canavarro refere (1993) "se bem que a investigação tem documentado casos onde a consistência entre concepções e práticas pode ser reclamada, ela tem igualmente trazido à luz casos onde são as incongruências que marcam a relação" (41).

No obstante, muito pouco ainda se sabe acerca das representações que os alunos possuem acerca da matemática e do seu processo de ensino e de aprendizagem e, principalmente, acerca das evidências da cultura matemática demonstradas pelos alunos.

Nesta perspectiva, este estudo admite, como principal objectivo, evidenciar manifestações da cultura matemática dos alunos. Mais concretamente pretende-se aprofundar o estudo sobre as representações dos alunos acerca da matemática e do seu processo de ensino e de aprendizagem e, confrontá-las com as suas práticas quando estes assumem um novo papel — o de professor — ao nível da planificação e implementação de aulas de matemática. Como tal planificação será realizada numa sessão de 'Estudo Acompanhado', assim como em duas sessões na sala de aula de Matemática, aproveita-se a oportunidade para avaliar o impacto(e) de tal actividade na construção de uma nova visão, mais positiva e correcta, da área de 'Estudo Acompanhado'. Em relação à implementação das aulas, pretende-se reflectir sobre as dinâmicas de sala de aula que se privilegiam quando os intervenientes são 'pares peritos' e qual o seu impacto no desenvolvimento de competências múltiplas, transversais e matemáticas, quer a nível dos ‘alunos-professores’ quer a nível dos alunos propriamente ditos.

Neste capítulo, descreve-se a metodologia de investigação que se elegeu para o presente estudo. Começa-se por fazer uma pequena introdução, onde se refere a problemática da investigação e as finalidades e objectivos do presente estudo, à qual se segue o ponto das opções metodológicas. De seguida, apresenta-se o design experimental, que explicita as diversas etapas da experiência realizada com o auxílio de um esquema representativo, e identifica-se e caracteriza-se a amostra seleccionada para o desenvolvimento deste trabalho. Caracterizam-se, logo após, as técnicas e os instrumentos utilizados no decurso do estudo, dando conta da finalidade de cada um.

Posteriormente, descrevem-se as diversas etapas de investigação, nomeadamente as sessões de preparação e as sessões onde os ‘alunos-professores’ leccionaram a aula que tinham preparado. Finalmente, descreve-se o tratamento dos dados recolhidos ao longo do estudo para posterior análise.

6.1 – Opções metodológicas

Yin (1993) refere que, a natureza das principais questões que se colocam, o tipo de controlo que se pode ter sobre as variáveis e o facto de se tratar ou não de um fenómeno que se desenvolve no momento do estudo, são os três factores essenciais para a escolha de uma metodologia de investigação.

Matos e Carreira (1994), também consideram que a escolha do método de investigação deve efectuar-se em função da natureza do problema em estudo e das questões que se pretende responder.

Também para Abrantes (1995) a escolha da metodologia a utilizar numa investigação depende de vários factores: dos objectivos do estudo, do tipo de questões a que se pretende responder, do fenómeno estudado e das condições em que esse fenómeno decorre.

Nesta perspectiva, e atendendo às finalidades que o plano de trabalho persegue, optou-se, quanto ao grau de generalização, por um paradigma de ‘estudo de caso’ e quanto à obtenção e tratamento dos dados por um paradigma, essencialmente, qualitativo dos dados recolhidos, o que não exclui que se possa utilizar, simultaneamente, procedimentos quantitativos que sejam necessários para facilitar a ‘análise de conteúdo’ (Cabrita, 1998) com base nos dados recolhidos e contribuir para uma melhor interpretação dos resultados.

Segundo Pardal e Correia (1995): “Muito utilizada, a análise de conteúdo consiste genericamente numa técnica de investigação através da qual se viabiliza, de modo sistemático e quantitativo, a descrição do conteúdo da comunicação. Esta pode apresentar-se sob a forma escrita (um discurso, uma dissertação, um livro) ou sob formas não escrita (filmes, fotografias, emissões radiofónicas, programas televisivos). Em qualquer caso, a análise de conteúdo incide sobre a captação de ideias e de significações da comunicação (…)” (Cabrita, 1988:403).

Para Merriam (1988) o ‘estudo de caso’ é a metodologia ideal para compreender e interpretar os fenómenos educativos, pois a “compreensão das perspectivas daqueles que são estudados, oferece uma maior promessa de trazer contribuições significativas para o conhecimento base e práticas da educação, possibilitando uma “interpretação no contexto” mais profundo e favorecendo a percepção da interacção entre factores significantes, característicos do fenómeno”, (Romão, 1998:65).

Yin (1989) refere que o ‘Estudo de Caso’ é uma metodologia de investigação especialmente adequada quando “as questões do como e porquê são fundamentais, quando o investigador tem muito pouco controlo sobre os acontecimentos e quando o foco do estudo é um fenómeno que se passa num contexto real” (13) e quando, desta forma, o fenómeno em estudo não se pode isolar do seu contexto – “Um estudo de caso é uma investigação empírica que investiga um fenómeno contemporâneo no seu contexto real, quando as fronteiras entre fenómeno e contexto não são evidentes, e no qual são usadas múltiplas fontes de evidência.” (23).

O ‘estudo de caso’ oferece ao investigador um meio de investigar fenómenos imersos em unidades sociais complexas que incluem múltiplos elementos, potencialmente importantes para a compreensão do fenómeno que está a estudar. Além disso, proporciona-lhe uma forma de compreender aqueles que estuda, no sentido de ser capaz de se colocar “no seu lugar” e perceber as suas motivações, razões e comportamentos, no contexto em que estes se movem. Trata-se não apenas de relatar os factos como verdadeiros e autênticos para quem está de fora mas, também, como legítimos e adequados para quem está por dentro (Goetz e LeCompte, 1984). Naturalmente que esta aproximação ao mundo interior dos participantes nem sempre é totalmente conseguida e depende muito da interacção que o investigador estabelece com os participantes no estudo. Convêm realçar o facto de nenhuma interpretação ser livre (Denzin, 1989), uma vez que todas as observações e análises são, necessariamente, filtradas pelas ideias, valores e concepções do investigador.

O presente estudo incide sobre alunos que assumiram o papel de professores, que designamos por 'alunos-professores'. Os 'alunos-professores' efectuaram a pesquisa, recolha e tratamento de informação relativamente a determinados conteúdos, previamente 'negociados' com o professor de Matemática, segundo a unidade didáctica "Números Reais – Inequações" e, posteriormente, abordaram na sala de aula os conteúdos que prepararam.

Desta forma, no estudo, envolveram-se duas turmas do 9ºano de Escolaridade "num contexto não laboratorial e decorreu em condições realistas" (Abrantes, 1994:213), pois foi efectuado em contexto real de sala de aula, tratando-se, assim, de uma investigação empírica.

6.2 – Design experimental

De forma a facilitar a compreensão da exposição, que se seguirá, relativa à experiência realizada, apresenta-se o esquema da mesma, representada na figura seguinte, (figura 6.1). Este estudo (que decorreu de Janeiro a Março de 2004) iniciou-se com a aplicação, na área curricular não disciplinar – Estudo Acompanhado, de um Questionário Inicial (anexo 3.1) aos sujeitos que constituem a referida amostra. Visava a obtenção de dados que permitissem a caracterização da amostra, quanto à idade, género e representações sobre a matemática e o seu processo de ensino e de aprendizagem e sobre o Estudo Acompanhado. Após o preenchimento do referido questionário, os indivíduos realizaram, na aula de Matemática, um teste (anexo 3.2) na modalidade de pré-teste de modo a ser possível, essencialmente, diagnosticar os conhecimentos prévios que estes possuíam sobre o tema que iriam estudar e planificar – "Números Reais. Inequações." Secundariamente, serviria para averiguar da evolução dos conhecimentos construídos.

Passou-se, então, ao momento em que se realizaram sessões de planificação da unidade didáctica que decorreram na aula de Matemática (2 sessões), em Estudo Acompanhado (1 sessão) e na sala de informática (1 sessão). Nesta, os alunos tiveram a oportunidade de navegar na Internet com o objectivo de pesquisar mais informação que contribuísse para enriquecer a planificação. A duração das sessões foi de cerca de 90 minutos cada, à excepção da sessão na sala de informática que teve a duração de 45 minutos.

Numa fase posterior, em quatro sessões, com a mesma duração, os 'alunos-professores' leccionaram os conteúdos que planificaram de forma livre.

Estudo Experimental

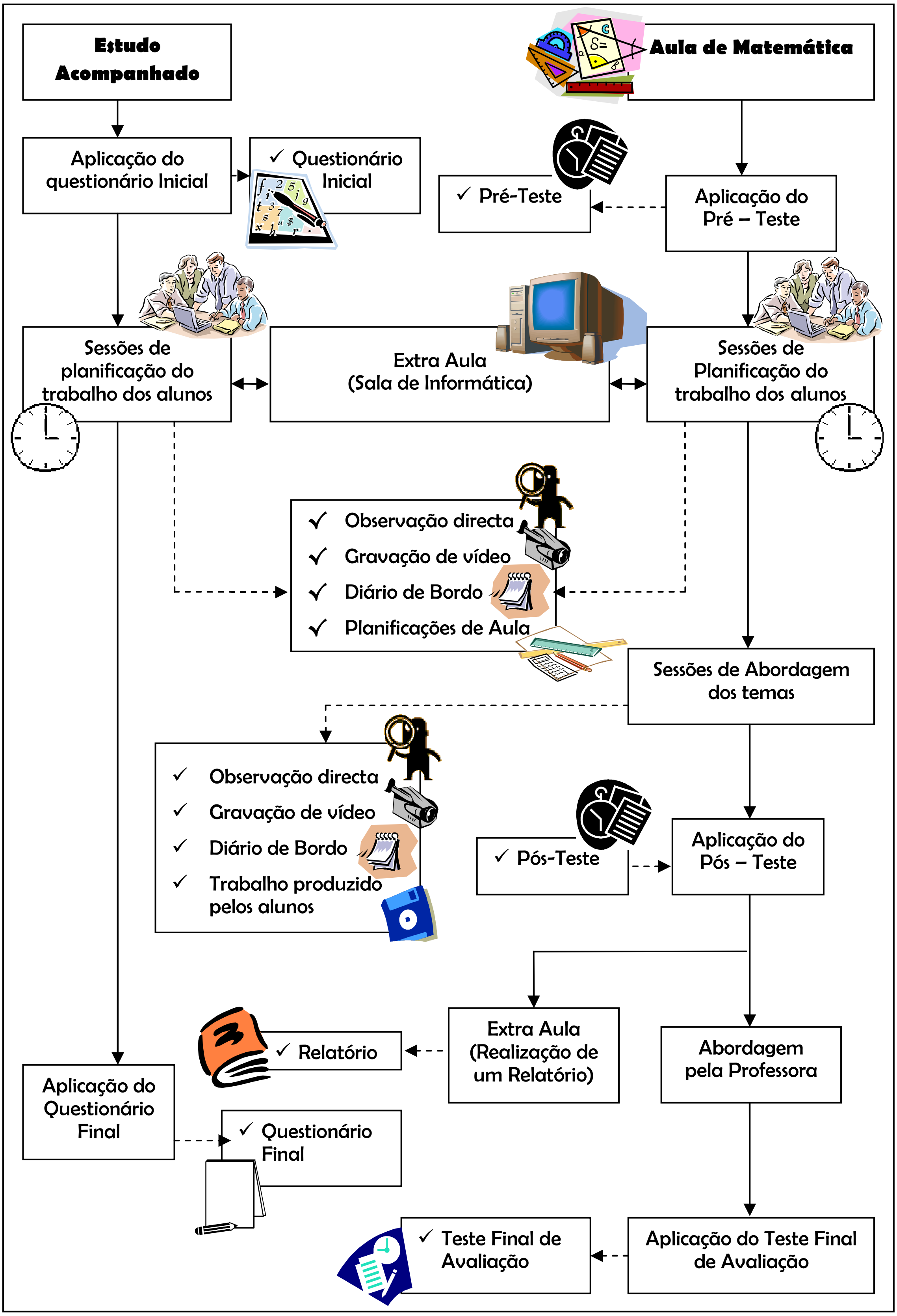


Fig. 6.1 – Design experimental.

Estas fases, foram alvo de observação directa apoiada com o recurso a gravação vídeo. Redigiu-se, ainda, um diário de bordo (anexo 3.3) e efectuaram-se algumas conversas casuais com a professora e com alguns alunos, de forma a indagar algum aspecto considerado pertinente esclarecer. Também se recolheram documentos produzidos pelos alunos, como seja a planificação da aula (anexo 3.4), fichas de trabalho, acetatos, diapositivos, etc, assim como, documentos utilizados para avaliação (anexo 3.5).

No final das sessões temáticas os indivíduos preencheram um Questionário Final (anexo 3.6) numa sessão do Estudo Acompanhado e, em seguida, realizaram, na aula de Matemática, o teste (anexo 3.2) na modalidade pós-teste. Ainda efectuaram um relatório sobre a experiência (anexo 3.7), no qual era pedido aos alunos que reflectissem sobre a actividade desenvolvida, de acordo com alguns parâmetros. De seguida, a professora efectuou algumas sessões para colmatar lacunas na matéria que os ‘alunos-professores’ leccionaram para que os discentes não ficassem, de alguma maneira, prejudicados. No final, realizaram outro teste de avaliação (anexo 3.8).

Os dados obtidos foram, posteriormente, alvo de uma apurada análise que permitisse dar resposta às questões implícitas da investigação. Para facilitar tal análise, sistematizaram-se alguns desses dados em grelhas de correcção: uma relativa ao Questionário Inicial (anexo 3.9), outras para os testes (anexo 3.10) e ainda outra para o Questionário Final (anexo 3.11).

6.3- Selecção e caracterização dos participantes

Em investigação, a questão da amostragem é de importância crucial porque raramente se dispõe do tempo e dos meios suficientes para conduzir uma investigação incidindo sobre todos os indivíduos que, potencialmente, poderiam ser alvo do estudo (Bryman et al., 1993 em Romão, 1998).

A escolha dos casos a estudar, dentro de um determinado fenómeno ou situação, não obedece à lógica da *amostragem estatística* dos métodos de tipo quantitativo. Nestes, o que se pretende é obter uma amostra aleatória que seja representativa de uma dada população para a qual se generalizam os resultados que se venham a verificar na amostra. Num estudo de caso qualitativo, a lógica é a da *amostragem intencional.* Patton (1987) usa o termo “purposeful sampling” que procura seleccionar casos que sejam ricos em informação relativamente às principais questões em estudo. Ainda segundo este autor, a intenção da “amostragem intencional” é seleccionar casos cuja riqueza possa “iluminar” as questões em estudo.

Também segundo Abrantes (1994) "A decisão deve ser tomada em cada situação, consoante as circunstâncias e os objectivos específicos da investigação" (212) e "ao contrário das investigações de tipo quantitativo – em que a amostra deve ser grande, aleatória e representativa – no estudo de caso qualitativo ela tem que ser pequena" (217).

Tratando-se de indivíduos, o termo mais utilizado é de o de *sujeito*, referindo-se a cada um dos elementos que constituem a amostra. (Almeida e Freire, 1997).

Assim, e atendendo aos objectivos que o estudo persegue, este incidiu sobre duas turmas intactas de alunos a frequentarem o 9ºano de escolaridade numa Escola Básica da região Litoral Centro do País. A investigadora tinha sido a professora titular, no ano lectivo anterior, destas e de mais três turmas com quem se realizou um estudo prévio. Desta forma, a investigadora já estava familiarizada com a amostra seleccionada, situação que lhe pareceu bastante favorável ao desenvolvimento do estudo, e que constitui um dos motivos para a escolha realizada. Como o principal papel do investigador no terreno é o de conversar e registar sistematicamente "as actividades, os comportamentos, as interacções verbais, as maneiras de fazer, de estar e de dizer (…) as situações, os acontecimentos" (Costa, et al., 2000:132), então, é necessário que o investigador faça parte do contexto social em estudo, ou que seja previamente familiarizado com o mesmo. Outra das razões para a escolha das duas turmas, de entre as cinco onde o estudo prévio foi realizado, foi o facto da professora titular, neste ano lectivo, ter colaborado com a investigadora em projectos da escola no ano lectivo anterior e assim, a investigadora conhecer a metodologia desta, e vice-versa.

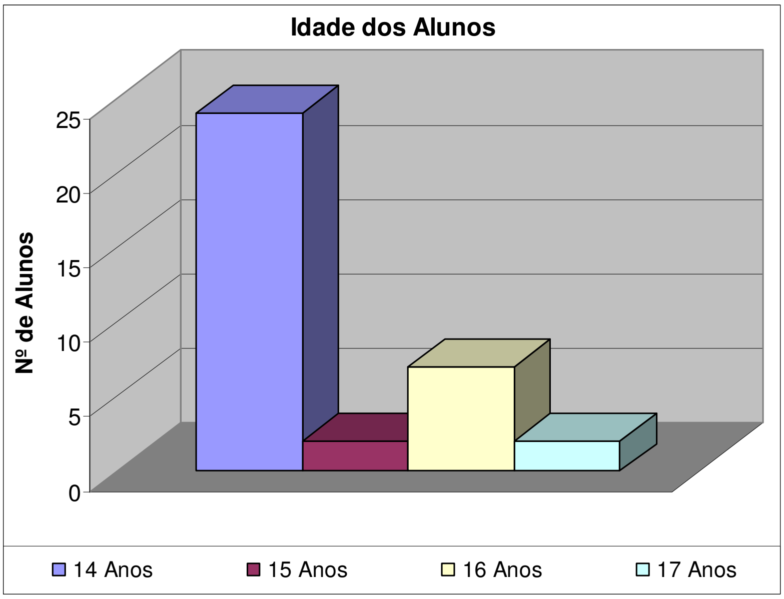
A turma E, constituída por dezasseis alunos, porque integrava uma aluna com necessidades educativas especiais, pode-se considerar, de um modo geral, uma turma homogénea no que diz respeito ao comportamento, porque não são barulhentos nem conflituosos entre si e demonstram gostar de trabalhar em conjunto.

Em relação ao aproveitamento, este considera-se satisfatório, salientando-se duas alunas com nível cinco, três alunos com nível quatro, sete com nível três e os restantes com nível dois (4 alunos). Apesar de se mostrarem pouco participativos, dado que não fazem muitas questões, estão sempre atentos. Na grande maioria das vezes, realizam todas as tarefas e actividades que lhes são propostas pela professora, demonstrando, deste modo, que estão motivados para aprender.

A turma G, constituída por dezanove alunos, três dos quais a frequentar o 9º ano pela segunda vez, pode-se considerar, do ponto de vista escolar, uma turma com um nível satisfatório, salientando-se também duas alunas com nível cinco, uma com nível quatro, dez com nível três e seis com nível dois. A nível do comportamento é uma turma heterogénea, porque enquanto alguns alunos não perturbam, participam nas actividades propostas pelo professor e estão atentos, um pequeno grupo costuma estar desatento quando não percebe a matéria, perturbando assim a aula. No entanto, não são conflituosos entre si e conseguem trabalhar em grupo, com excepção dos alunos que costumam perturbar. Perante novas actividades reagem bem, pois demonstram algum entusiasmo pelo desafio.

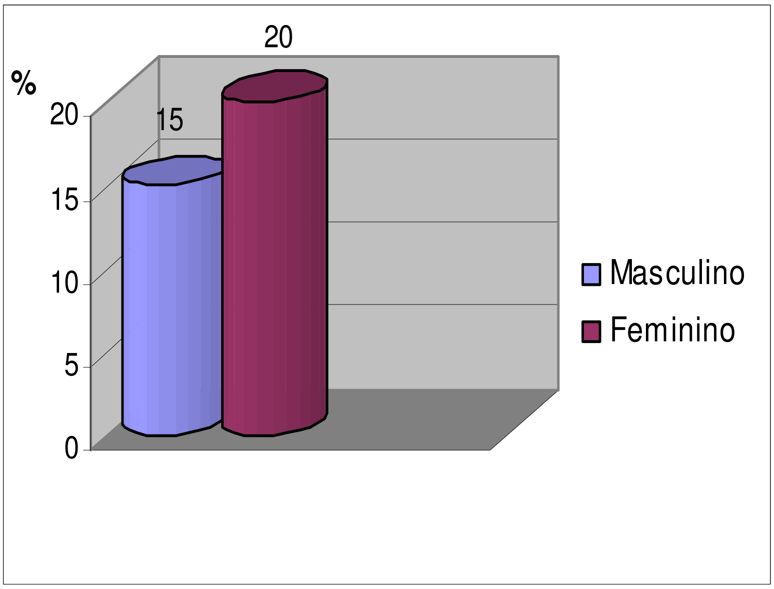
Para uma melhor caracterização da amostra, foram utilizados dados obtidos a partir do Questionário Inicial (anexo 3.1), nomeadamente, a caracterização biográfica (a idade, o género, etc.).

Pela análise do gráfico seguinte, verificamos que os sujeitos participantes tinham idades compreendidas entre 14 e 17anos (ver gráfico 6.1), tendo vinte e quatro alunos 14 anos; dois 15 anos; sete 16 anos e dois 17 anos.



Gráf. 6.1 – Caracterização da amostra relativamente à idade.

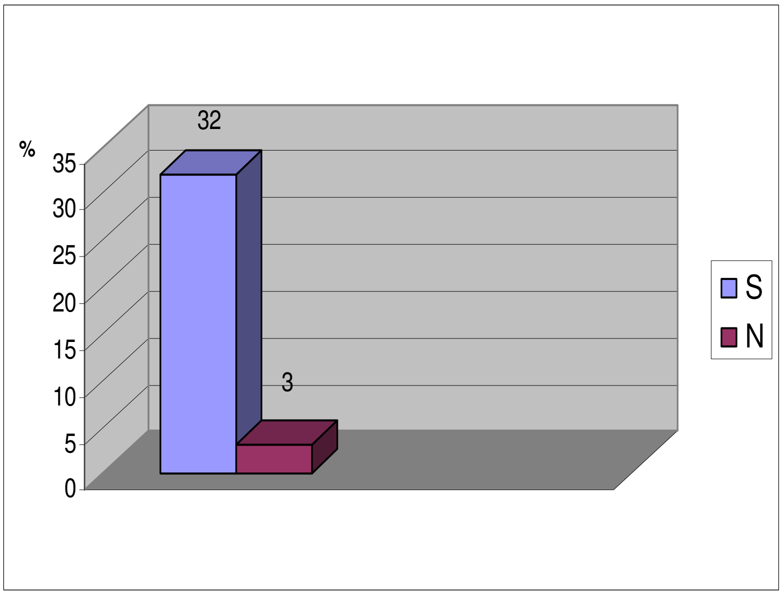
Vinte participantes são do género feminino e quinze do sexo masculino, conforme se pode observar no gráfico 6.2.



Gráf. 6.2 – Caracterização da amostra relativamente ao género.

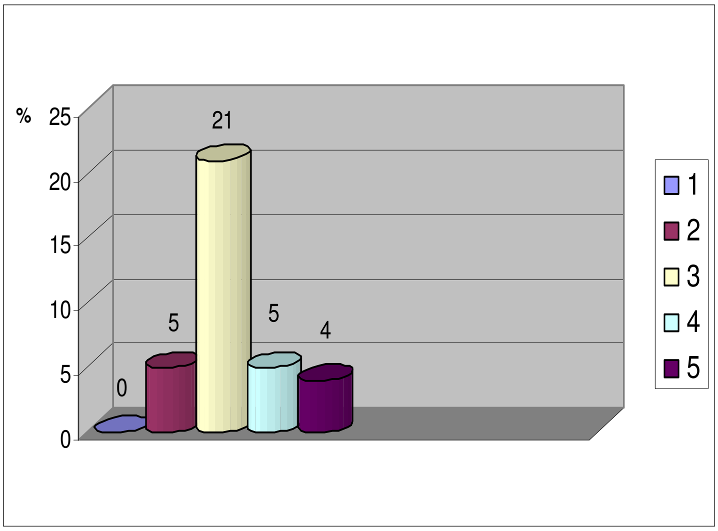
Com o intuito de averiguar o nível de conhecimentos dos alunos na disciplina de Matemática, foram analisados os parâmetros: repetência, no 9ºano de escolaridade (ver gráfico 6.3) e o nível atingido na disciplina de Matemática no ano lectivo anterior (ver gráfico 6.4).

Relativamente à frequência podemos verificar que 32 dos alunos frequentam, pela primeira vez, o 9ºano de Escolaridade e 3 estão a repetir.



Gráf. 6.3 – Primeira frequência no 9º ano de Escolaridade.

No que diz respeito ao nível atingido no ano lectivo anterior, verificou-se que a grande maioria (21) dos sujeitos que compõe a amostra obteve nível 3, 5 alunos tiveram nível 2 ou 4 e 4 alunos terminaram com nível 5. Considera-se deste modo, que o aproveitamento escolar da amostra foi satisfatório.



Gráf. 6.4 – Aproveitamento escolar dos alunos no ano lectivo anterior.

Joana[1], a professora que concordou em participar neste estudo, é professora efectiva de nomeação definitiva da disciplina de Matemática, na escola onde o estudo experimental se realizou. Em termos de habilitações, possui a licenciatura em Matemática, variante em ensino. Dá aulas há menos de dez anos e tem leccionado na zona litoral centro, bem como em escolas dos arredores de Lisboa. Tem trinta e dois anos, estatura média e veste-se num estilo informal e jovial. Comunicadora por natureza, tem facilidade de expressão e nota-se que gosta de conversar com os colegas e alunos. É uma pessoa com capacidade de realização, empenhada nas coisas pelas quais se interessa e receptiva a novos projectos. No entanto, a sua actividade profissional tem-se cingido às obrigações de carácter lectivo. A sua primeira experiência de ensino corresponde ao seu ano de estágio, do qual pouco fala.

6.4 – Técnicas e instrumentos de recolha de dados

> "Os dados não são mais do que pedaços e peças de informação encontrados à nossa volta. Podem ser concretos e mensuráveis (…). Se um bocado de informação se torna ou não em dados num estudo de investigação, depende somente do interesse e perspectiva do investigador" (Merriam, 1988:67).

[1] O nome utilizado é fictício.

Numa investigação, compete ao investigador decidir que tipos de dados estão mais de acordo com o objecto da sua investigação e com as questões que pretende responder, assim como as técnicas que se devem utilizar na recolha desses dados.

Costa et al. (2000), Bell (1997), Abrantes (1994), de entre outros, estão em concordância ao defenderem que um processo de estudo de caso não se pode, apenas, basear num único instrumento de recolha de dados, mas de uma pluralidade de técnicas utilizadas alternada ou simultaneamente pelo investigador, de acordo com a informação que se pretende obter.

A metodologia de 'estudo de caso' utiliza procedimentos e técnicas para descrever e analisar uma variedade de elementos presentes num fenómeno em estudo, devendo esta descrição realçar o que há de peculiar no caso (unidade de análise, cuja definição clara e precisa constitui um dos passos mais importantes nesta metodologia).

Assim, num estudo de caso, pode ser conveniente recorrer a uma variedade de técnicas e instrumentos de recolha de dados, incluindo alguns de natureza quantitativa, de modo a completar a informação recolhida e aumentar a sua validade.

A triangulação – isto é, o uso, de uma forma combinada, de múltiplos métodos de recolha de dados – pode ser prática útil, em especial quando se lida com uma situação complexa (Abrantes, 1994; Romão, 1998).

Como sublinha Patton (1987 em Abrantes, 1994), utilizar vários métodos permite "combinar os pontos fortes e corrigir as deficiências de cada uma das fontes de dados" (212). Merriam (1988 em Abrantes, 1994) considera que "testes projectivos, exames de conteúdo, dados estatísticos de questionários – podem ser usados como documentos em apoio de uma investigação de estudo de caso" (212).

Yin (1989) considera a existência de várias fontes de recolha de dados nos estudos de caso como: documentos, observação directa e/ou participante, entrevista e artefactos físicos. Esta combinação de instrumentos de recolha de informação, confere credibilidade aos estudos de caso.

Partindo deste pressuposto, na elaboração deste estudo caso consideraram-se importantes as seguintes fontes de recolha de dados:

(I) Questionários inicial e final e respectiva grelha de análise;

(II) Planificações das intervenções dos 'alunos-professores'*;*

(III) Teste de avaliação das aprendizagens dos alunos nas modalidades pré- e pós-teste e respectiva grelha de análise.

(IV) Teste Final aplicado no final da intervenção da professora;

(V) Observação directa da investigadora apoiada por gravação vídeo das aulas e diário de bordo dos momentos mais relevantes;

(VI) Relatórios, efectuados no final das aulas experimentais, por todos os alunos;

(VII) Conversas informais para aprofundar algum aspecto considerado pertinente esclarecer;

(VIII) Todos os artefactos considerados de interesse, em particular as produções dos alunos durante as aulas objecto de estudo.

Deste modo, quanto às técnicas de investigação seleccionadas, destinadas à recolha de dados, foram privilegiadas a da inquirição, da observação directa e da análise documental. Neste caso, a investigadora interveio na parte experimental e procedeu, directamente, à recolha de dados, apelando essencialmente ao seu sentido de observação, tendo-se, também dirigido directamente aos alunos para obter essas informações.

Na tabela 6.1. explicitam-se as diversas técnicas, instrumentos utilizados na experiência, de acordo com os principais momentos investigativos.

Momentos	**Técnicas/Instrumentos**
Antes da realização das sessões	Questionário Inicial Pré–Teste
Durante a realização das sessões (planificação/abordagem dos temas)	Observação directa Gravação vídeo Diário de Bordo Trabalhos realizados pelos alunos
Após a realização das sessões	Questionário Final Pós–Teste / Teste Final de Avaliação Relatórios

Tab. 6.1 – Principais instrumentos utilizados nos vários momentos da experiência.

O primeiro instrumento a ser utilizado foi o Questionário Inicial, apresentado no (anexo 3.1), aplicado na área curricular não-disciplinar – Estudo Acompanhado, antes das aulas leccionadas pelos alunos. Pretendia-se, com tal instrumento, conhecer as representações e opiniões dos alunos em torno da problemática da cultura matemática, nomeadamente, acerca da matemática e do seu ensino e aprendizagem e acerca do Estudo Acompanhado.

De seguida, os alunos realizaram, um pré-teste (anexo 3.2), numa aula de Matemática, com o qual se pretendia, essencialmente, 'diagnosticar' se já possuíam alguns conceitos sobre a unidade didáctica que iriam abordar – "Números Reais. Inequações". Posteriormente, permitiria ajuizar da evolução dos conceitos construídos.

Após a realização do pré-teste, por todos os alunos, em ambiente natural de sala de aula, estes foram distribuídos, por quatro grupos e, "vestiram" o papel de "professor", planificando e posteriormente, leccionando a unidade didáctica – Números Reais. Inequações. Durante estas sessões, foi utilizada a observação directa, com apoio de um sistema vídeo, complementado pela utilização do diário de bordo (anexo 3.3), o que permitiu registar todos os acontecimentos considerados relevantes, nomeadamente os comportamentos e atitudes ao longo das sessões.

Nesta fase, foram recolhidos todos os documentos produzidos pelos alunos – planificações (anexo 3.4), material didáctico, nomeadamente fichas de trabalho, acetatos (anexo 3.5).

Terminada a abordagem dos conteúdos programáticos pelos 'alunos-professores', efectuaram um pós-teste a fim de se analisar se os conceitos que estes deveriam possuir no final, tinham sido interiorizados.

Para além da realização do pós-teste, foi pedido aos alunos o preenchimento de um Questionário Final (anexo 3.6) por forma, a analisar e comparar as representações e opiniões dos alunos, em torno da problemática da cultura matemática, e do Estudo Acompanhado antes e após a realização do estudo.

Por fim, foi pedido aos alunos a elaboração de um relatório (anexo 3.7) com o objectivo de ser mais um instrumento de recolha de dados para o estudo. Nesse relatório, era pedido aos sujeitos que efectuassem uma reflexão sobre o trabalho que desenvolveram, segundo determinados itens. Este permitiu que se recolhessem mais elementos para compreender a vivência dos alunos na situação da experiência. Com o intuito de não prejudicar, de alguma forma, os alunos, a professora leccionou um bloco de 90 minutos, onde tirou algumas dúvidas aos alunos e reforçou alguns conteúdos que não foram tão bem explicados pelos 'alunos-professores'. De seguida, efectuou um teste final de avaliação, com a mesma estrutura que o teste efectuado nas versões pré e pós-teste (anexo 3.8).

Sempre que necessário, estabeleceram-se conversas informais com os alunos e com a professora, de modo a esclarecer comportamentos ou situações ocorridas que, aparentemente, se afiguravam pertinentes.

6.4.1 - Questionários e respectivas grelhas de registo de respostas

> “ Os investigadores usam o questionário (…) para transformar em dados a informação directamente comunicada por uma pessoa (ou sujeito). Ao possibilitar o acesso ao que está “dentro da cabeça de uma pessoa”, (…) o que gosta e não gosta (valores e preferências) e o que pensa (atitudes e crenças) (…). Esta informação pode ser transformada em números ou dados quantitativos (…) ou contando o número de sujeitos que deram determinada resposta, dando assim origem a dados de frequência.” (Tuckman, 2000: 307).

Apesar de todas as limitações que encerra, como refere Tuckman (2000:308) “pode ser (e muitas vezes é) a mais eficiente” e a mais rápida forma de obtenção da informação que se pretende.

A opção por utilizar um Questionário Inicial e um Questionário Final, com as características que estes têm, deveu-se ao pressuposto de que a cultura matemática dominante num determinado contexto social é influenciada e influencia a forma como a matemática é abordada em contexto de sala de aula. Por essa razão, pareceu-nos relevante, antes da nossa investigação, caracterizar a cultura matemática dos alunos intervenientes na investigação. Para isso, analisou-se, a partir do questionário, algumas variáveis – as representações que os alunos possuem acerca da matemática e do seu ensino e aprendizagem e as suas opiniões sobre: a área curricular não-disciplinar – Estudo Acompanhado.

Uma primeira versão destes instrumentos foi “validada” por 4 docentes dos Ensinos Superior, 4 do Secundário e 4 do Básico, e foi pilotada com 10 alunos do 9º ano de escolaridade e alterada em função das sugestões recolhidas e dificuldades detectadas no seu preenchimento.

De uma forma global, estes questionários pretendem contribuir, de forma ilustrada, para respostas a questões, como:

- Como dizem os alunos que planificariam aulas em que pudessem assumir o papel de professores?
- Como dizem os alunos que leccionariam aulas em que pudessem assumir o papel de professores?

- Que representações da matemática e do seu processo de ensino e de aprendizagem manifestam antes e depois de se assumirem como professores?
- Que representações do ‘Estudo Acompanhado’ manifestam antes e depois da vivência em tal experiência?

Na elaboração do questionário teve-se em consideração princípios como a simplicidade e clareza e foram adoptados dois tipos de itens: itens de composição curta e itens objectivos – escolha múltipla e de alternativa.

Relativamente ao Questionário Inicial, este é composto por uma primeira parte, com a qual se pretende efectuar uma caracterização biográfica da amostra em estudo e que permitiu obter informações sobre a idade, o género e também sobre a frequência no 9ºano de escolaridade e o nível atingido à disciplina de Matemática no 3ºperiodo do ano lectivo transacto. A segunda parte é relativa às suas representações sobre a matemática e o seu ensino e aprendizagem. Pretende-se auscultar as opiniões dos alunos sobre 30 afirmações, algumas das quais formuladas, intencionalmente, na negativa, acautelando uma maior reflexão sobre cada item.

Numa terceira parte, designada por “Aulas “típicas” de Matemática”, as questões convergem para o processo de ensino e de aprendizagem da matemática, distribuindo-se em oito questões. Na primeira questão solicita-se a opinião dos alunos acerca de como estes caracterizam uma aula “típica” de matemática. A segunda questão é distribuída por 4 itens e ausculta-se a opinião dos alunos sobre a forma de trabalho que desenvolveram ao longo do seu percurso escolar. Relativamente à terceira questão, pretende-se saber o modo como os alunos trabalharam em grupo durante o seu percurso escolar. Esta questão foi distribuída em 4 parâmetros. A quarta questão, que se divide em 13 itens, é relativa aos materiais usados durante o percurso escolar. Em relação à quinta, esta aborda a forma como eram discutidas as actividades desenvolvidas nas aulas de Matemática, sendo distribuída por 7 afirmações. Relativamente à sexta questão, distribuída por 13 itens, refere-se ao tipo e instrumentos de avaliação das aprendizagens que eram utilizados na aula de Matemática. Na sétima questão, de resposta directa, pretende-se saber apenas se os alunos gostam ou não de Matemática, e porquê. Para justificar a sua resposta, foram-lhes apresentadas 5 opções que classificaram numa escala de 1 a 5, por ordem de importância. Com a oitava questão pretende-se saber apenas se os alunos se consideram, ou não, bons alunos a Matemática.

Na quarta parte, pede-se aos alunos que descrevam uma aula de matemática ‘ideal’. A primeira questão permite saber se os alunos gostam do tipo de aula que descreveram. Considerou-se também relevante saber o que alterariam e como descreveriam uma aula ideal (questão 2) segundo alguns itens: Estrutura geral (questão 2.1), Forma de trabalho (questão 2.2), Materiais utilizados (questão 2.3), Tipo e instrumentos de avaliação (questão 2.4) e Outro(s) (questão 2.5). Segue-se a terceira questão em que é pedido a planificação de uma aula de acordo com os itens: Objectivos da aula (questão 3.1), Conteúdos (questão 3.2), Estratégias a utilizar (questão 3.3), Tarefas a desenvolver (questão 3.4), Materiais de apoio (questão 3.5), Formas de trabalho (questão 3.6), Avaliação (questão 3.7) e Outro(s) (questão 3.8).

A quinta parte é relativa ao Estudo Acompanhado. Pede-se aos alunos que refiram como se tem desenvolvido esta área curricular não-disciplinar. Há quanto tempo têm aulas de “Estudo Acompanhado” (questão 1), para que disciplinas têm trabalhado nesta área (questão 2). Em relação à terceira questão pretende-se auscultar a opinião dos alunos acerca da utilização das várias estratégias de aprendizagem, assim como dos métodos de estudo, a partir de 16 afirmações. Finalmente solicita-se aos alunos que descrevam as aulas de “Estudo Acompanhado” que têm tido (questão 4), se têm gostado (questão 5) e se alterariam alguns aspectos da aula (questão 6).

Em relação ao Questionário Final (anexo 3.6), este é constituído por quatro partes. Relativamente à primeira parte, que engloba 30 parâmetros e algumas questões de resposta aberta, procura-se indagar sobre as representações que os alunos possuem acerca da matemática e do seu ensino e aprendizagem, após terem assumido o papel de professores.

A segunda parte é referente à experiência desenvolvida e é composta por sete questões. Inicialmente foi pedido aos alunos que reflectissem sobre a forma como abordaram os conteúdos (questão 1) e como trabalharam na aula de Matemática (questão 2) e em grupo (questão 3). Considerou-se também relevante identificar quais os materiais que foram utilizados (questão 4). Questionou-se ainda sobre o modo como foram discutidas as actividades desenvolvidas (questão 5) e que tipo e instrumentos de avaliação das aprendizagens e/ou classificações foram utilizados (questão 6).

Na questão 7 inquiriu-se os alunos sobre se gostam ou não de Matemática, e pediu-se que utilizando uma escala de 1 a 4 (colocar por ordem crescente de importância) reflectissem sobre 6 parâmetros e justificassem.

Segue-se a terceira parte, onde se inquirem os alunos sobre se gostaram ou não da experiência de ser “professor” (questão 1) e o que alterariam segundo alguns parâmetros: estrutura geral (questão 2.1), forma de trabalho (questão 2.2), os materiais utilizados (questão 2.3), o tipo e instrumentos de avaliação (questão 2.4) e outro(s) (questão 2.5). No final, é-lhes solicitado que descrevam outra aula segundo os itens: Objectivos de aula (questão 3.1), Conteúdos (3.2), Estratégias a utilizar (questão 3.3), Tarefas a desenvolver (questão 3.4), Materiais de apoio (questão 3.5), Formas de trabalho (questão 3.6), Avaliação (questão 3.7) e Outro(s) (questão 3.8).

Por fim, a quarta parte refere-se ao Estudo Acompanhado e é constituída por três questões, uma das quais engloba 16 parâmetros. Nesta parte é pedido aos alunos que reflictam sobre esta área durante a realização deste estudo. A primeira questão é referente à utilização das várias estratégias de aprendizagem e métodos de estudo. A segunda refere-se ao gosto pelas aulas de "Estudo Acompanhado" no âmbito da situação experimental.

Na terceira questão é solicitado aos alunos que enunciem o que alterariam nas aulas de "Estudo Acompanhado".

Em relação às grelhas de registo de respostas dos questionários, foram elaboradas com a intenção de apoiar a investigadora na organização dos dados em bruto e, posteriormente, proceder ao respectivo tratamento estatístico através da elaboração de tabelas e gráficos, para uma melhor análise, utilizando o programa de folha de cálculo Microsoft Excel.

As grelhas de registo de respostas foram elaboradas com a intenção de registar as respostas dos sujeitos aos vários itens, sendo a resposta assinalada com um 1 ("um") na opção respectiva. As últimas linhas destas grelhas registam as frequências absolutas e relativas a cada opção apresentada para os vários itens. As opções podem variar para cada questão:

- ✓ "Discordo totalmente", "Discordo parcialmente", "Concordo parcialmente", "Concordo totalmente";
- ✓ "Nunca", "Raramente", "Várias vezes", "Sempre".

6.4.2- Testes de avaliação das aprendizagens e respectivas grelhas de correcção

Para proceder à avaliação que, simultaneamente: (i) fornecia dados para efectuar o diagnóstico das aprendizagens construídas pelos alunos até ao momento anterior ao desenvolvimento das sessões; (ii) viria a ser usado, como termo de comparação entre níveis de aprendizagem atingidos antes e depois do desenvolvimento da planificação, foi efectuado um teste. Este instrumento, além de ser aplicado e resolvido num momento anterior ao desenvolvimento das sessões (pré-teste), foi também utilizado no momento pós sessões (pós-teste).

Foi também aplicado um outro teste depois da professora ter leccionado alguns conceitos que, por observação directa e por análise dos documentos fornecidos pelos alunos, se constatou que não tinham sido bem abordados pelos ‘alunos-professores’. Na sua elaboração teve-se em conta, não só o público-alvo, os objectivos a atingir e os conteúdos a tratar como, ainda, a forma como possivelmente seriam abordados pelos ‘alunos-professores’.

A elaboração destes testes teve em conta aspectos de construção de conhecimentos matemáticos, tais como, resolução de problemas, conhecimento de conceitos e procedimentos e conexão com a própria vida real.

Os testes (anexo 3.2 e 3.8) foram estruturados para que a sua resolução, individual, se efectuasse sem consulta e em tempo útil lectivo (cerca de 90 minutos).

A estrutura dos testes, nas versões pré e pós-teste e teste final de avaliação, foi da responsabilidade do professor, que colaborou na parte experimental da investigação, e da investigadora que, em conjunto, depois de várias reuniões, decidiram quais os parâmetros a avaliar[2]. No entanto, é de salientar que as questões do teste foram elaboradas pela professora, já que a investigadora não queria interferir na forma como o professor iria avaliar a unidade didáctica.

Uma primeira versão do teste de avaliação (versão pré e pós-teste), composta por 12 questões, e do teste final de avaliação, composto por 7 questões, foi enviada a professores dos vários graus de ensino, desde o básico ao Universitário, com o pedido de um breve comentário que contivesse sugestões sobre os mesmos, nomeadamente no que respeita a: clareza dos enunciados, adequação das questões ao público, objectivos e conteúdos.

Após uma reflexão sobre as sugestões apresentadas pelos vários juízes, foram introduzidas as que considerámos mais pertinentes, dando lugar à versão definitiva que agora se apresenta.

6.4.3 - Observação directa

A recolha de dados baseada na observação de fenómenos do interesse do investigador é normalmente feita através da chamada observação directa – “a observação directa é aquela em que o próprio investigador procede directamente à recolha das informações, sem se dirigir aos sujeitos interessados” (Quivy e Campenhoudt, 2003:164). Como “não há ciência sem observação, nem estudo científico sem um observador” (Pardal e Correia, 1995: 49), a observação directa foi uma importante técnica de recolha de dados, utilizada ao longo de toda a investigação. Dado que a investigadora esteve sempre presente em todas as sessões desde a preparação ate à implementação, teve a oportunidade de realizar observações não participantes, já que a

[2] Estes parâmetros foram divididos em conceitos e procedimentos; resolução de problemas; comunicação matemática, dado serem os propostos pelo grupo de Matemática da escola onde o estudo foi efectuado.

investigadora desempenhava, essencialmente, o papel de espectadora (Cabrita, 1998) e de registar alguns dos principais acontecimentos. Segundo Patton (1990) essa recolha de informação deve ser feita de forma sistemática de modo a maximizar as oportunidades de obter dados importantes e permitir a compreensão holística do caso em questão.

A observação directa efectuada permitiu registar “comportamentos e acontecimentos à medida que estes vão tendo lugar, tratando-se, portanto, de um registo em primeira-mão.” (Merriam, 1988, cit. Romão, 1998: 74). Observaram-se assim, actuações e/ou as interacções que se estabeleceram entre ‘aluno–professor’/’aluno(s)’ e ‘aluno(s)’/’aluno(s)’. Assim, consideraram-se questões que se enquadravam na organização da aula, no “estilo de ensino”, nas dinâmicas utilizadas, na comunicação, no tipo de perguntas e nos materiais utilizados. Consideraram-se, ainda, questões que se prendiam com as atitudes, os comportamentos, outras competências que se desenvolveram.

6.4.4 – Diário de Bordo

> “Depois de voltar de cada observação, entrevista, ou qualquer outra sessão de investigação, é típico que o investigador escreva (…) o que aconteceu (…) o investigador registará ideias, estratégias, reflexões e palpites, bem como padrões que emergem” (Bogdan e Biklen, 1994:150).

De acordo com esta perspectiva, a investigadora elaborou um diário de bordo, com uma estrutura “livre” de acordo com a observação directa e por recurso ao registo vídeo. Este efectuou-se em todas as sessões temáticas.

Desta forma, o diário de bordo permitiu registar o desenvolvimento do estudo, e de todas as situações imprevistas que se pudessem afigurar pertinentes, nomeadamente no que respeita aos comportamentos observados, atitudes, questões, reacções, etc. Além disso, foram registadas algumas das interacções que se estabeleceram, nomeadamente entre aluno-aluno, aluno-‘aluno-professor’. No final de cada sessão o diário era organizado e completado.

6.4.5 – Relatórios e documentos considerados significativos

No final de cada sessão foram reunidos os documentos considerados significativos para os propósitos do estudo, nomeadamente, as planificações e os materiais elaborados pelos ‘alunos-professores’ que serviram de suporte para estes abordarem a unidade didáctica – Números reais, Inequações. Estes documentos são constituídos por fichas de trabalho, acetatos, diapositivos, etc., que serviram de suporte para explicar alguns conteúdos programáticos, assim como os documentos que estes seleccionaram para avaliar os colegas.

Além desses, foi pedido a cada aluno, no final das sessões, que elaborasse um relatório segundo determinados itens (anexo 3.7), com o objectivo de alcançar, segundo Erickson (1986) o "significado (…) de acordo com as interpretações que fizeram" (Guimarães, 2004:42). O primeiro passo é referente à identificação de quem elaborou o relatório, nomeadamente a identificação do seu grupo e dos seus elementos constituintes. No segundo passo é solicitado a identificação do tema (conteúdos abordados). Relativamente ao terceiro passo é pedido ao aluno que efectue uma breve descrição sobre as aulas de planificação. Esta descrição é subdividida em 7 campos:

- Distribuição de tema;
- Fontes consultadas;
- Tipo de apoio;
- Dificuldades sentidas;
- Sentimento durante a planificação;
- Gosto por esta fase;
- Aquisição de novos conhecimentos.

Em relação ao quarto passo, é solicitado ao aluno que efectue uma breve descrição sobre a aula de implementação da experiência. Esta descrição baseia-se em 5 campos:

- Gosto por assumir o papel de professor;
- Dificuldades sentidas durante a abordagem dos conteúdos;
- Gosto e aprendizagem neste tipo de aula;
- Aprendizagem do 'aluno-professor';
- Concentração e colaboração relativamente a uma aula normal;

Em relação ao quinto passo é pedido ao aluno que enuncie os aspectos positivos e negativos deste tipo de aula.

Nesta perspectiva pretende-se analisar algumas opiniões expressas pelos alunos, assim como as reflexões que estes destacam como mais relevantes, quando actuam como 'aluno-professor' e 'aluno', durante o estudo.

A recolha deste material teve grande utilidade para o estudo, pois permitiu, à investigadora, analisar e cruzar estes dados com os obtidos nos questionários e por observação directa, e assim, responder a algumas das questões formuladas no início do estudo.

6.5 – Descrição da Experiência

Como já se referiu, este estudo foi construído por diversas fases, iniciando-se pela aplicação de um Questionário Inicial (anexo 3.1), realizado numa sessão de Estudo Acompanhado com a duração de 90 minutos. Para o preenchimento do questionário o professor responsável por esta área curricular não disciplinar e a investigadora destinaram 45 minutos. Através da observação directa, a investigadora apercebeu-se de alguns comentários efectuados pelos alunos, demonstrando alguma dificuldade na questão 3 do grupo IV, pois era solicitado aos alunos que efectuassem a planificação de uma aula segundo alguns critérios, de uma forma livre, *"O que são objectivos de aula?"; "stora, o que é isto de estratégias a utilizar…"* Na mesma questão, os alunos comentaram *"Que bom! Vou ser o professor…que fixe!"; "isto de ser professor é complicado…escrever objectivos, estratégias, avaliação, é muita coisa…".*

Seguiu-se a aplicação do pré-teste (anexo 3.2), numa aula de Matemática com a duração de 90 minutos, que funcionou como teste diagnóstico. Estavam presentes a professora e a investigadora. Esta aula decorreu normalmente. Apenas alguns alunos demonstraram bastante preocupação pelo facto de não saberem alguns dos conceitos, como se pode perceber pelos comentários: *"stora, eu não sei nada…vai contar para avaliação?"; "como que podemos fazer um teste sem termos dado esta matéria? …".* Foi explicado aos alunos que só se pretendiam aferir os conhecimentos que já possuíam. Numa fase posterior, iriam pesquisar sobre o tema e voltariam a realizar um teste.

Seguiram-se três sessões de planificação: uma na aula da área curricular não-disciplinar – Estudo Acompanhado, e duas na aula de Matemática, todas com a duração de 90 minutos, com a presença da professora e investigadora. Nestas aulas, a investigadora limitou-se a observar e a retirar as suas notas de campo para o seu diário de bordo (anexo 3.3), a professora limitou-se a escrever o sumário e preocupou-se com as situações de indisciplina, pois, quando necessário, chamava à atenção dos alunos que estavam a perturbar. Extra-aula, a investigadora esteve com os alunos na sala de informática, durante 45 minutos, com o objectivo de pesquisarem informação para a elaboração da sua planificação. Os 'alunos-professores' foram distribuídos por 4 grupos, com 4 elementos. A sua distribuição não foi negociada com os alunos, pois, segundo a professora, tal iria originar alguma confusão e alguns grupos, possivelmente, não iriam trabalhar. Esta distribuição foi negociada, sim, mas entre a professora e a investigadora, visto que esta tinha sido professora dos alunos no ano lectivo anterior. As aulas de planificação ocorreram num ambiente calmo e os alunos mostraram-se entusiasmados pelo desafio de serem "professores". A investigadora apercebeu-se, a partir de um comentário, por parte dos alunos da turma G que costumavam perturbar a aula, que estes também estavam envolvidos na planificação: *"stora podemos planificar a aula como quisermos?"; "será que vamos conseguir que os colegas percebam a matéria"; "temos de elaborar uma aula divertida e nenhuma seca!!!"*. Alguns grupos trabalharam de uma forma cooperativa e outros de uma forma colaborativa e organizaram o trabalho recorrendo a livros obtidos da biblioteca da escola, e ao livro adoptado. Os grupos que utilizaram o acetato nestas aulas começaram por organizar o que lá iam colocar.

Em quatro sessões, também de 90 minutos cada, os alunos procederam à abordagem dos temas, isto é, os 'alunos-professores' assumiram o papel de professor e leccionaram os conteúdos programáticos respectivos, adoptando as metodologias e os materiais que acharam mais adequados para "ensinar" os colegas. No entanto, alguns dos materiais foram elaborados extra-sala, tais como fichas de trabalho e alguns acetatos. A investigadora utilizou a gravação de vídeo e a observação directa de forma a poder retirar as suas notas de campo e para posteriormente escrever o seu diário de bordo (anexo 3.3). Recolheu também todos os materiais relevantes à investigação (anexo 3.4 e 3.5). A investigadora não teve qualquer participação nestas sessões, limitando-se a filmar, observar e retirando algumas notas, pois não queria influenciar a abordagem que os alunos iriam efectuar. A professora também não interveio, mas recolheu algumas notas de alguns conteúdos que não foram bem abordados pelos alunos, para, posteriormente, explicá-los aos alunos, visto que a experiência não podia prejudicar a aprendizagem dos alunos.

No final das sessões, todos os alunos de cada grupo elaboraram um pequeno relatório (anexo 3.7), extra-aula, sobre o trabalho desenvolvido. Neste foi-lhes pedido que efectuassem uma reflexão do trabalho que tinham desenvolvido, guiado por questões orientadoras, nomeadamente como prepararam a aula (como foi distribuído o tema pelo grupo; que fontes foram utilizadas; que tipo de apoio tiveram; que dificuldades sentiram e como as ultrapassaram; como se sentiram ao preparar a aula; se gostaram ou não desta fase de preparação; se aprenderam coisas novas); como decorreu a aula que tinham leccionado (se gostaram de estar no papel de professor; se estavam à vontade ou se sentiam dificuldades em explicar aos colegas; se acharam que os colegas aprenderam e gostaram deste tipo de aula; se ele próprio aprendeu mais e melhor ao dar a aula; se sentiram que os colegas colaboraram mais e estiveram com mais atenção) e, por fim, identificar aspectos positivos e negativos que achavam neste tipo de aula, onde tinham assumido o papel de professores. Realizaram também um pós-teste (anexo 3.2), na aula de Matemática durante 90 minutos, com as mesmas questões do teste realizado antes da experiência (pré-teste), de modo a permitir registar uma evolução, ou não, no que respeita à aprendizagem do tema explorado. A professora iniciou esta aula ditando o sumário e depois entregou o pós-teste. A reacção dos alunos foi muito diversa, pois, enquanto alguns comentaram *“que bom, neste teste…vou tirar positiva, o outro tinha-me corrido mal”; ”a stora podia começar a fazer testes deste tipo…é porreiro”*, outros perguntaram *“este teste também conta para avaliação?”* (a professora respondeu que sim, pois apercebeu-se que, se respondesse que não, os alunos não se iriam esforçar para responder bem). A investigadora retirou algumas notas de campo como comentários e reacções e preencheu o respectivo diário de bordo.

Ainda numa aula de “Estudo Acompanhado” foi preenchido um Questionário Final (anexo 3.6), durante 45 minutos, tempo destinado pela investigadora e pelo professor responsável por esta área curricular não disciplinar. Por observação directa, a investigadora recolheu alguns comentários dos alunos sobre o preenchimento do respectivo questionário, e apercebeu-se que tiveram algumas dificuldades, mas menos do que no Questionário Inicial, nas questões de resposta aberta, nomeadamente quando era solicitado que descrevessem uma aula. As maiores dificuldades sentidas pelos alunos continuaram a ser verificadas quando era pedido que enunciassem os objectivos da aula – *“o que significa objectivos de aula, stora?”; “stora, é complicado escrever uma aula segundo estes parâmetros. Posso deixar alguns em branco?”*. Mas também houve comentários em que os alunos sentiam que, depois de terem leccionado uma aula, já era fácil descrevê-la segundo alguns parâmetros, *“agora sim… já consigo descrever melhor uma aula pois já passei pela experiência de ser professor…”; ”é bem mais fácil agora…”*.

Depois do preenchimento do questionário final, a professora, numa aula de Matemática de 90 minutos, abordou alguns conteúdos que detectou que não foram bem abordados pelos alunos, em fichas de trabalho e na exposição oral que efectuaram. Desta forma, foi deixado espaço para a professora de Matemática poder colmatar lacunas que pudessem advir da experiência. A investigadora esteve presente nesta aula e retirou algumas notas de campo, nomeadamente alguns comentários que serviram para a elaboração do diário de bordo.

Por fim, após a abordagem pela professora, num bloco de 90 minutos, foi realizado um teste final de avaliação na aula de Matemática. As respectivas grelhas de resultados encontram-se em anexo (anexo 3.10). Este teste é constituído por sete questões que remetem para o conhecimento de conceitos e procedimentos. A investigadora esteve presente a recolher dados considerados relevantes para o estudo.

Em suma, pode-se afirmar que o papel da investigadora durante as sessões que compuseram o estudo resumiu-se, fundamentalmente, à observação e à recolha de notas de campo para a elaboração de um diário de bordo de cada sessão, acerca do que considerava relevante para o seu estudo, isto é, as interacções aluno-aluno, aluno-'aluno-professor' e vice-versa, bem como a dinâmica geral da aula, de forma a procurar as evidencias da cultura matemática dos alunos. Por fim, após a recolha dos dados obtidos, procedeu-se à sua análise, essencialmente, qualitativa. Uma preocupação central deste trabalho era a de conceder a cada aluno a possibilidade de desenvolver uma maneira pessoal de encarar o ensino da matemática e realizar actividades matemáticas, o que implica uma valorização de objectivos afectivos e sociais (e não só cognitivos).

6.6 – Tratamento e apresentação de dados

Segundo Hébert (1990) "existem diferentes técnicas de recolha de dados que podem servir para instrumentar as investigações qualitativas" (Lobo 2004: 127). Merriam (1988) "aconselha a que nos estudos de caso qualitativos sejam utilizadas as três técnicas de recolha de dados indicadas por Patton (1987) para a investigação qualitativa: entrevistas, observações directas e análise documental" (Canavarro, 1993: 65).

Neste estudo, foram utilizadas as seguintes fontes de recolha de dados – testes, observação directa, gravação vídeo, um diário de bordo, questionários aos alunos e documentos e artefactos.

No tratamento dos dados assim obtidos, essencialmente qualitativo, foram privilegiadas operações que não exigiam quantificação e medida. No entanto, a análise foi quantificada quando se revelou pertinente. Para Almeida e Freire (1997) o tratamento de dados, realizado de acordo com a natureza de cada instrumento utilizado, dá a oportunidade ao investigador de tirar conclusões da sua investigação.

6.6.1 – Questionários, testes de avaliação das aprendizagens e respectivas grelhas de registo de resultados.

Os dados recolhidos através do: Questionário de Inicial, Questionário Final, teste de avaliação das aprendizagens na modalidade pré e pós-teste e teste final de avaliação, foram tratados, essencialmente, através da análise de frequências, utilizando o programa Excel. Para cada questão os dados foram organizados em forma de tabela com as frequências absolutas de cada resposta, ou seja, os dados foram organizados através da tabulação. Esta parte do processo estatístico, possibilita ao investigador sintetizar os dados recolhidos de forma a poderem ser melhor compreendidos e interpretados (Marconi & Lakatos, 1992). Em relação às questões abertas, estas foram categorizadas de acordo com o tipo de respostas padrão dadas pelos alunos.

Posteriormente, os dados foram apresentados em gráficos e apresentadas transcrições de respostas que traduzem determinada afirmação feita.

6.6.2 – Observação directa, registo vídeo, diário de bordo, documentos e produções dos alunos e relatórios

Os dados relativos às sessões de planificação, obtidos por observação directa apoiada pelo registo vídeo e pelo diário de bordo e complementados pelo relatório dos alunos foram tratados atendendo às categorias previamente definidas: estratégia adoptada pelo grupo para realizar a planificação, fontes consultadas, dificuldades sentidas, gosto manifestado por esta actividade.

Os documentos e materiais seleccionados e/ou produzidos pelos alunos e a própria implementação das aulas, alvo de observação directa, e apoiada pelo registo vídeo e pelo diário de bordo, foram analisados atendendo às categorias: objectivos, selecção de informação relevante e sua correcção, estrutura geral da aula, forma de trabalho eleita, tipo de materiais adoptados, formas de discussão das actividades, tipos e instrumentos de avaliação privilegiados.

Em relação à leccionação, e com base nos mesmos instrumentos, que foram complementados pelos relatórios dos alunos, ainda se analisaram os dados atendendo às categorias: gosto por assumir o papel de professor, dificuldades sentidas durante a abordagem dos conteúdos, gosto e aprendizagem neste tipo de aula, aprendizagem do 'aluno-professor', concentração e colaboração relativamente a uma aula normal.

Sempre que possível, transcrevem-se registos quer da professora quer dos próprios alunos. Em relação aos relatórios, analisam-se de acordo com as categorias previamente definidas e nele contempladas, transcrevendo-se respostas peculiares ou que traduzam determinado padrão de resposta.

7. Análise dos Resultados

Neste capítulo, apresentam-se os resultados das análises a que os vários dados obtidos ao longo da investigação foram submetidos.

De acordo com o que foi referido anteriormente acerca da apresentação dos dados recolhidos ao longo do trabalho de campo, através dos Questionários Inicial e Final, aqueles serão, maioritariamente, organizados em tabelas e gráficos. Para além de ajudarem o investigador na distinção de diferenças, semelhanças e relações, os gráficos e as tabelas facilitam, ao leitor, "a compreensão e a interpretação rápida da massa de dados, podendo este, com apenas uma olhada, apreender importantes detalhes e relações" (Marconi & Lakatos, 2002, citado em Lobo:133).

Dos dados recolhidos através do diário de bordo serão utilizados extractos das afirmações dos alunos, registadas pela investigadora durante a situação experimental. Os documentos e produções também efectuados pelos alunos nesta situação, serão alvo de uma análise de conteúdo, a partir das categorias enunciadas anteriormente.

Assim, neste ponto 7, começa-se por apresentar as opiniões, e/ou representações iniciais que os alunos possuem antes de assumirem o papel de professor, a partir da análise de dados obtidos do Questionário Inicial aplicado aos sujeitos, nomeadamente acerca da matemática e do seu processo de ensino e aprendizagem (ponto 7.1.1 e 7.1.2). Em relação aos conhecimentos prévios à situação experimental que os alunos deviam possuir, foi efectuada uma análise dos resultados de um teste de avaliação, suportada pela ferramenta Microsoft Excel – que se dá a conhecer no ponto 7.1.3.

De seguida, no ponto 7.1.4 explicita-se uma análise de conteúdo às respostas dos sujeitos no Questionário Inicial, sobre a sua opinião acerca de uma aula de matemática "ideal".

No ponto 7.2, cruzam-se os dados recolhidos das observações efectuadas nas sessões de planificação (7.2.1) e de abordagem dos temas (7.2.2), com os dados obtidos a partir de uma planificação de uma aula elaborada pelos alunos no Questionário Inicial, segundo os itens: objectivos de aula, conteúdos, estratégias a utilizar, tarefas a desenvolver, materiais de apoio, formas de trabalho, avaliação e outro(s).

Segue-se a análise dos dados recolhidos através do Questionário Final, relatada no ponto 7.3 de forma a perceber evoluções das representações e/ou opiniões dos alunos após terem assumido o papel de professores, acerca da matemática e do seu ensino e aprendizagem. Em relação à experiência em que participaram, analisaram-se as opiniões obtidas a partir do Questionário Final e dos relatórios realizados no final da situação experimental.

Relativamente aos conhecimentos construídos, cruzaram-se os dados obtidos nos testes de avaliação, nas versões pré-teste e pós-teste.

Neste ponto, ainda foi apresentada uma análise de conteúdo de uma aula de matemática “ideal” expressa no Questionário Final.

Finalmente, no ponto 7.4 é analisada a evolução das representações e/ou opiniões dos alunos sobre a área curricular não disciplinar – ‘Estudo Acompanhado’. Em relação às questões de resposta aberta faz-se uma análise de conteúdo.

7.1 – A matemática e o processo de ensino e aprendizagem da matemática – representações, opiniões e conhecimentos iniciais dos alunos

Neste ponto dão-se a conhecer as opiniões, representações e conhecimentos dos alunos no início da experiência investigativa realizada, principalmente a partir das respostas ao Questionário Inicial e ao teste na versão pré-teste.

7.1.1 - Representações iniciais sobre a matemática e o seu ensino e aprendizagem

Na tabela 7.1 apresentam-se as representações iniciais dos alunos acerca da matemática em relação aos 8 primeiros parâmetros contemplados no Questionário Inicial (anexo 3.1).

Pela análise da mesma, pode-se observar que, em relação ao parâmetro 1 “Uma vez adquirido, o conhecimento matemático não sofre alterações”, 60% dos inquiridos diz concordar parcialmente, 28% refere discordar parcialmente e 6% indicam discordar ou concordar totalmente.

No que se refere ao parâmetro 2 “Em matemática, está tudo criado, nada se cria de novo”, as opiniões são muito mais divergentes, pois, 37% dos inqueridos assinalaram concordar parcialmente, 29% discordar na totalidade, 23% discordar parcialmente e 11% concordar totalmente.

Em relação à afirmação “A matemática é um conjunto de regras e factos que não têm nenhuma relação entre si”, a maioria dos alunos referem discordar – 43% parcialmente e 31% na totalidade. Só 20% diz concordar parcialmente e 6% concordar na totalidade.

No que concerne ao parâmetro 4, “As relações que se estabelecem entre a matemática e outras áreas promovem o seu desenvolvimento mútuo”, cujas opiniões estão representadas na tabela 7.1, pode-se constatar que vinte e seis alunos dizem estar em acordo, sendo as suas respostas distribuídas pelas categorias concordo totalmente (43%) e parcialmente (31%). Só 23% dos inquiridos diz discordar parcialmente e apenas 1 aluno assinala discordar totalmente.

Tab. 7.1 – Representações iniciais acerca da matemática.

	Parâmetros	Questionário Inicial								
		a		b		c		d		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	Uma vez adquirido, o conhecimento matemático não sofre alterações.	2	6	10	28	21	60	2	6	35
2	Em matemática, está tudo criado, nada se cria de novo.	10	29	8	23	13	37	4	11	35
3	A matemática é um conjunto de regras e factos que não têm nenhuma relação entre si.	11	31	15	43	7	20	2	6	35
4	As relações que se estabelecem entre a matemática e as outras áreas promovem o seu desenvolvimento mútuo.	1	3	8	23	11	31	15	43	35
5	A matemática não tem nenhuma relação com o dia-a-dia.	20	57	9	25	3	9	3	9	35
6	Saber matemática é fundamental na vida das pessoas	1	3	0	0	20	57	14	40	35
7	As pessoas que sabem matemática são mais inteligentes que as outras	11	31	11	31	11	32	2	6	35
8	Nem todas as pessoas têm as mesmas capacidades para a matemática.	2	6	3	9	10	29	20	56	35

Legenda: a) Discordo totalmente; b) Discordo parcialmente; c) Concordo parcialmente; d) Concordo totalmente; t) Total; fi – Frequência absoluta; Fri – Frequência relativa

No que se refere ao 5º parâmetro, "A matemática não tem nenhuma relação com o dia-a-dia", a maioria dos alunos parece discordar – 57% totalmente e 25% parcialmente. Além disso, apenas 6 alunos concordam, 3 parcialmente e outros 3 totalmente.

Em relação à 6ª afirmação "Saber matemática é fundamental na vida das pessoas", 97% dos alunos referem concordar com esta afirmação, 57% concordar parcialmente e 40% na totalidade. Apenas 3% dos inquiridos responderam que discordavam totalmente.

No que concerne à afirmação nº 7, "As pessoas que sabem matemática são mais inteligentes que as outras", as opiniões registadas distribuem-se da seguinte forma: 32% diz concordar totalmente, 31% refere discordar na totalidade, 31% discordar parcialmente e, por fim, apenas 6% dos inquiridos parecem concordar totalmente. Neste caso, verifica-se que a opinião maioritária é a discordância (62%).

No que diz respeito ao parâmetro nº 8 "Nem todas as pessoas têm as mesmas capacidades para a matemática", 85% alunos parecem concordar – 56% totalmente e 29% parcialmente. Dos restantes 15%, 9% discorda parcialmente e 6% totalmente.

Em relação aos 6 parâmetros correspondentes às "Representações iniciais acerca do ensino da matemática", iremos analisar as respostas dadas pelos alunos, recorrendo também a uma tabela 7.2.

Tab. 7.2 – Representações iniciais acerca do ensino da matemática.

Parâmetros		Questionário Inicial										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	Fi
9	O principal objectivo da Matemática é desenvolver o raciocínio dos alunos.	2	6	4	11	18	51	11	32	0	0	35
10	Em Matemática é fundamental a comunicação de ideias.	1	3	5	14	20	57	9	26	0	0	35
11	Para ensinar matemática basta saber matemática.	15	43	8	23	9	25	3	9	0	0	35
12	Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".	10	29	9	26	11	31	4	11	1	3	35
13	O melhor método para ensinar matemática é – o professor explica a "fórmula" e os alunos resolvem muitos exercícios até a decorarem.	7	19	10	29	9	26	8	23	1	3	35
14	A Matemática podia ser dada de uma forma mais interessante.	0	0	5	14	12	34	18	52	0	0	35

Legenda: a) Discordo totalmente; b) Discordo parcialmente; c) Concordo parcialmente; d) Concordo totalmente; t) Total; fi – Frequência absoluta; Fri – Frequência relativa; nr – Não responderam

Quanto ao parâmetro 9, "O principal objectivo da Matemática é desenvolver o raciocínio dos alunos", 83% dos inquiridos diz concordar, distribuídos por 51% parcialmente e 32% totalmente. Somente 11% dizem discordar parcialmente e 6% totalmente.

No que se refere à afirmação 10 " Em Matemática é fundamental a comunicação de ideias", cujas representações estão representadas na tabela 7.2, pode-se observar que 57% dos alunos diz concordar parcialmente e 26% totalmente e apenas 17% diz discordar – 14% parcialmente e 3% totalmente.

Como se pode observar, em relação à afirmação 11 "Para ensinar matemática basta saber matemática" a maioria dos alunos (66%) parece discordar – 43% totalmente e 23% parcialmente. Dos restantes 25% diz concordar parcialmente e apenas 9% na totalidade.

Em relação ao parâmetro 12 "Em Matemática não se pode ser muito criativo, é aquilo e aquilo mesmo", 55% dos inquiridos responde que discorda – 29% totalmente e 26% parcialmente. No entanto, 42% parecem concordar, distribuídos da seguinte forma: parcialmente 31% e totalmente

11%. Houve um aluno que não respondeu. Nesta afirmação denota-se que os alunos não parecem ter uma ideia muito consensual.

No que diz respeito à afirmação nº 13 "O melhor método para ensinar matemática é – o professor explica a 'fórmula' e os alunos resolvem muitos exercícios até a decorarem", pode-se observar que 49% diz concordar e 48% refere discordar com a afirmação. No entanto, 29% diz discordar parcialmente e 23% concordar totalmente e apenas 19% discorda totalmente.

No que concerne à afirmação nº 14 "A Matemática podia ser dada de uma forma mais interessante", a grande maioria dos alunos 86% parece concordar. Entre estes 52% diz concordar na totalidade e 34% concordar parcialmente. Os restantes 14% dizem discordar parcialmente e nenhum refere discordar totalmente.

Relativamente às "Representações acerca da aprendizagem da matemática", elaboraram-se 16 questões. As respostas dos alunos, relativamente a estes parâmetros encontram-se registadas na tabela seguinte (7.3).

Em relação à afirmação "O gosto pela matemática não se pode desenvolver – ou se tem ou não se tem", verifica-se que 43% parece discordar parcialmente, 29% concordar parcialmente, 17% discordar na totalidade e 11% concordar na totalidade.

No que concerne ao parâmetro 16, "O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutros espaços além da escola", 57% dos alunos diz concordar parcialmente, 23% concordar totalmente, 14% discordar parcialmente e 6% discordar na totalidade.

Relativamente ao parâmetro 17 "O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutras áreas disciplinares (disciplinas)", 49% refere concordar parcialmente, 26% discordar parcialmente, 22% concordar totalmente e 3% discordar na totalidade.

Em relação ao 18º parâmetro "O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas em áreas curriculares não disciplinares (estudo acompanhado; área de projecto e formação cívica) ", a maioria dos alunos manifesta o seu desacordo (72%) – 17 alunos (49%) parecem discordar parcialmente e 23% na totalidade. Apenas 28% dos alunos manifesta concordar, dos quais 11% na totalidade.

Relativamente ao parâmetro nº 19, "O mais importante na Matemática é conhecer as 'formulas' e saber aplicá-las", verifica-se, que 86% dos alunos concorda, distribuídos por 57% parcialmente e 29% totalmente. Só 11% afirmam discordar parcialmente e apenas 1 aluno discordar na totalidade.

Tab. 7.3 – Representações iniciais acerca da aprendizagem da matemática.

Parâmetros		Questionário inicial										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
15	O gosto pela matemática não se pode desenvolver – ou se tem ou não se tem.	6	17	15	43	10	29	4	11	0	0	35
16	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutros espaços além da escola.	2	6	5	14	20	57	8	23	0	0	35
17	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutras áreas disciplinares (disciplinas).	1	3	9	26	17	49	8	22	0	0	35
18	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas em áreas curriculares não disciplinares (estudo acompanhado; área de projecto; formação cívica).	8	23	17	49	6	17	4	11	0	0	35
19	O mais importante na Matemática é conhecer as 'formulas' e saber aplicá-las.	1	3	4	11	20	57	10	29	0	0	35
20	Nas aulas de Matemática, o aluno não pode ter um papel muito activo.	12	34	16	46	7	20	0	0	0	0	35
21	Em Matemática, deve-se trabalhar sempre sozinho.	16	46	12	34	6	17	1	3	0	0	35
22	Em Matemática, utiliza-se pouco material didáctico e isso era importante para se aprender melhor a matéria.	2	5	15	43	15	43	2	6	1	3	35
23	A Matemática presta-se muito ao trabalho em grupo.	3	9	13	37	15	43	4	11	0	0	35
24	Os 'testes' são os únicos instrumentos que os professores utilizam para avaliar os alunos.	24	68	8	23	2	6	1	3	0	0	35
25	Os 'testes' não permitem avaliar tudo o que um aluno sabe sobre a Matemática.	2	6	3	9	8	23	22	62	0	0	35
26	Os professores deviam utilizar outro tipo de avaliação dos alunos.	1	3	6	17	20	57	8	23	0	0	35
27	A culpa dos maus resultados a Matemática é principalmente dos alunos, porque não estudam.	4	11	8	23	17	49	5	14	1	3	35
28	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, faziam-no duma forma muito diferente da dos professores.	2	6	15	43	10	29	8	22	0	0	35
29	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas gostavam mais desta disciplina	5	15	13	37	13	37	4	11	0	0	35
30	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas obtinham melhores resultados.	7	20	16	46	8	23	4	11	0	0	35

Legenda: a) Discordo totalmente; b) Discordo parcialmente; c) Concordo parcialmente; d) Concordo totalmente; t) Total; fi – Frequência absoluta; Fri – Frequência relativa; nr – Não responderam

No que concerne ao parâmetro nº 20, “Nas aulas de Matemática, o aluno não pode ter um papel muito activo”, a esmagadora maioria (80%) parece discordar, dos quais 46% discordar parcialmente e 34% discordar totalmente. Apenas 20% dos inquiridos dizem concordar parcialmente. Ainda na tabela 7.3, e respeitante ao parâmetro nº 21 “Em Matemática, deve-se trabalhar sempre sozinho”, podemos observar que a grande maioria dos alunos (80%) parece discordar com tal afirmação – 46% totalmente e 34% parcialmente. Apenas 17% dizem concordar parcialmente e 3% concordar totalmente.

Em relação ao parâmetro nº 22 “Em Matemática, utiliza-se pouco material didáctico e isso era importante para se aprender melhor a matéria”, na tabela anterior, observa-se que as opiniões dos alunos ocupam as posições centrais, pois, 43% diz concordar parcialmente e a mesma percentagem (43%) discordar parcialmente. No entanto, 5% parecem discordar totalmente, 6% concordar totalmente e 3% dos alunos não responderam.

Como aí se pode observar, em relação à afirmação “A Matemática presta-se muito ao trabalho em grupo”, 43% afirmam que concordam parcialmente, enquanto que 37% diz discordar parcialmente e 9% totalmente.

Relativamente ao parâmetro 24º “Os ‘testes’ são os únicos instrumentos que os professores utilizam para avaliar os alunos”, pode-se observar que a opinião maioritária é a discordância 91%, apenas 9% dos inquiridos afirmaram concordar.

Em relação ao parâmetro nº 25 “ Os ‘testes’ não permitem avaliar tudo o que um aluno sabe sobre a Matemática”, pode-se constatar que 62% dizem concordar totalmente e 23% parcialmente. Dos restantes, os que discordam, 9% parece discordar parcialmente e 6% totalmente.

De acordo com a tabela anterior, os alunos manifestaram as suas opiniões acerca do parâmetro nº 26 “Os professores deviam utilizar outro tipo de avaliação dos alunos”. Aqui, nota-se que a opinião dominante é a concordância – 57% parcialmente e 23% totalmente – enquanto que 17% diz discordar parcialmente e 3% totalmente.

Acerca do parâmetro nº 27 “A culpa dos maus resultados a Matemática é principalmente dos alunos, porque não estudam”, as opiniões distribuem-se da seguinte forma: 49% diz concordar parcialmente, 23% discordar parcialmente, 14% concordar na totalidade e 11% discordar totalmente. Verifica-se então que, relativamente a este parâmetro, a maioria dos alunos (63%) manifesta concordância.

Em relação ao parâmetro nº 28 “Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, faziam-no duma forma muito diferente da dos professores”, de acordo com a tabela, 43% dos alunos refere discordar parcialmente, 29% concordar parcialmente, 22% concordar totalmente e 6% discordar na totalidade.

Analisando a tabela 7.3, no que diz respeito ao parâmetro nº 29 "Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas gostavam mais desta disciplina", constata-se que 37% dos alunos diz discordar parcialmente e a mesma percentagem concordar parcialmente, 15% refere discordar totalmente e 11% concordar totalmente.

Relativamente à opinião dos alunos no que diz respeito à afirmação nº 30 "Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas obtinham melhores resultados" 46% parecem discordar parcialmente, 23% concordar parcialmente, 20% discordar na totalidade e 11% concordar na totalidade.

7.1.2 – Opiniões iniciais sobre uma Aula "típica" de Matemática

Relativamente a este tema, foram elaborados 5 parâmetros, relativamente aos quais os alunos manifestaram a sua opinião sobre a forma como surgem os conceitos. Os resultados irão ser apresentados de seguida (tabela 7.4).

Tab. 7.4 – Opiniões iniciais acerca da forma como se abordam os conteúdos.

Parâmetros		Questionário Inicial										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	O professor expõe a matéria e propõe a resolução de exercícios de consolidação.	0	0	1	3	24	69	10	28	0	0	35
2	O professor propõe primeiro a resolução de exercícios sobre uma matéria que ainda não foi abordada cuja resolução implica a consulta de livros e outros materiais.	8	23	19	54	7	20	1	3	0	0	35
3	O professor propõe a resolução de problemas e os conceitos surgem no seguimento dessa actividade.	2	6	7	19	23	66	3	9	0	0	35
4	O professor sugere o estudo prévio de determinada matéria e convida alguns alunos a expô-la.	3	9	13	37	15	42	2	6	2	6	35
5	Outro (s). Qual (ais)?	1	3	0	0	1	3	0	0	33	94	35

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre e nr) Não responderam

Em relação à afirmação "O professor expõe a matéria e propõe a resolução de exercícios de consolidação", 69% dos alunos respondeu "Várias Vezes", 28% "Sempre" e 3% "Raramente". Isto está de acordo com o referido por vários autores (Rosa, 1999; Romão, 1998; Carvalho e César, 1998; Garofalo, 1989; Mendes, 1997; Ponte, Boavida, Graça, Abrantes, 1997, Morais, Almeida e Dias, 2000) acerca de um tipo de aula dominante.

No que respeita ao parâmetro nº 2 "O professor propõe primeiro a resolução de exercícios sobre uma matéria que ainda não foi abordada cuja resolução implica a consulta de livros e outros materiais", as opiniões dos alunos distribuem-se pelas categorias: "Raramente" 54%, "Nunca" 23%, "Várias Vezes" 20% e "Sempre" 3%.

Em relação ao parâmetro nº 3 da tabela 7.4 "O professor propõe a resolução de problemas e os conceitos surgem no seguimento dessa actividade", as opiniões dos alunos dividem-se pelo: "Várias Vezes" 66%, "Raramente" 19%, "Sempre" 9% e "Nunca" com 6%.

No que concerne à afirmação nº 4 "O professor sugere o estudo prévio de determinada matéria e convida alguns alunos a expô-la", as opiniões dos alunos dividiram-se entre, 42% "Várias Vezes", 37% "Raramente", 9% "Nunca", 6% "Sempre", e 2 alunos não respondem.

Ainda se pode observar que, relativamente à questão nº 5 "Outro (s). Qual (ais)?", apenas 2 alunos responderam - 1 aluno afirmou "Nunca" e outro "Várias Vezes", mas não apresentaram nenhuma alternativa.

A tabela seguinte representa as opiniões dos alunos relativamente à questão "Ao longo do teu percurso escolar, nas aulas de Matemática, que forma de trabalho desenvolveste"?

Tab. 7.5 – Opiniões iniciais sobre a forma de trabalho desenvolvido.

Parâmetros		Questionário Inicial										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	Individual	0	0	9	26	20	57	5	14	1	3	35
2	A pares	1	3	3	9	29	82	1	3	1	3	35
3	Em pequeno grupo	0	0	14	40	17	49	4	11	0	0	35
4	Em grande grupo (turma)	6	17	20	57	8	23	1	3	0	0	35

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre e nr) Não responderam

Da análise da mesma, pode-se concluir que a forma de trabalho privilegiada parece ser, predominantemente, o trabalho a pares, individual e em pequeno grupo, com 82%, 57% e 49% respectivamente, para o item "Várias Vezes". Por outro lado, no parâmetro "Em grande grupo (Turma)", o item predominante é o "Raramente" 57%.

As respostas à questão ”Ao longo do teu percurso escolar, nas aulas de Matemática como trabalhas em grupo?” – encontram-se representadas na tabela seguinte.

Tab. 7.6 – Opiniões iniciais sobre a forma como trabalham em grupo.

Parâmetros		Questionário Inicial										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	Cooperativamente (todos participavam na totalidade das actividades).	0	0	7	20	21	60	7	20	0	0	35
2	Colaborativamente (distribuíam-se as tarefas pelos diversos elementos e depois reuniam-se os vários contributos para o trabalho final).	1	3	3	9	23	66	8	22	0	0	35
3	Um aluno ou alguns alunos desenvolviam o trabalho sem que os outros colaborassem, embora figurasse o nome de todos	9	26	17	48	7	20	2	6	0	0	35
4	Outro (s). Qual (ais)?	0	0	0	0	0	0	0	3	35	100	35

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre e nr) Não responderam

Verifica-se que 60% dos alunos afirmaram trabalhar cooperativamente (parâmetro 1) “Várias Vezes”, 20% “Sempre” e 20% “Raramente”.

Quanto ao parâmetro 2 (“Colaborativamente”), 66% dos alunos afirmaram que trabalham “Várias Vezes”, 22% “Sempre”, 9% “Raramente”.

Relativamente ao parâmetro nº 3, “Um aluno ou alguns alunos desenvolviam o trabalho sem que os outros colaborassem, embora figurasse o nome de todos”, o item que mais se destaca é o “Raramente”, que reúne 48% das respostas, 26% “Nunca”, 20% “Várias Vezes” e 6% “Sempre”.

Finalmente, no que diz respeito ao parâmetro nº 4, “Outro (s). Qual (ais)?”, nenhum aluno o assinalou e não apresentou outras sugestões.

Com a intenção de conhecer a opinião dos alunos sobre quais os materiais que utilizam na aula de matemática, formulou-se a questão “Ao longo do teu percurso escolar, nas aulas de Matemática, que materiais usaste?” que se subdividiu em treze parâmetros. Os resultados das respostas são apresentados na tabela seguinte.

De acordo com a tabela 7.7 observamos que, relativamente ao parâmetro nº 1, ”Materiais não estruturados (palhinhas, caricas, botões, etc. …)”, 54% respondeu “Nunca”, 34% respondeu “Raramente” e 9% “Várias Vezes”.

Em relação ao segundo parâmetro, "Sólidos geométricos", 63% dos inquiridos afirmou que durante o percurso escolar, na aula de Matemática, utilizou "Várias Vezes" os sólidos Geométricos, 23% Raramente e 14% afirma "Nunca".

Tab. 7.7 – Opiniões iniciais sobre os Materiais utilizados.

Parâmetros		Questionário Inicial										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	Materiais não estruturados (palhinhas, carícas, botões, etc.)	19	54	12	34	3	9	0	0	1	3	35
2	Sólidos geométricos	5	14	8	23	22	63	0	0	0	0	35
3	Tangram	6	17	16	46	13	37	0	0	0	0	35
4	Geoplano	19	54	9	26	4	11	0	0	3	9	35
5	Computador	8	23	13	37	11	31	2	6	1	3	35
6	Calculadora (científica/gráfica)	0	0	1	3	14	40	19	54	1	3	35
7	Acetatos/transparências	0	0	10	29	20	57	5	14	0	0	35
8	Videograma (vídeos)	19	54	13	37	3	9	0	0	0	0	35
9	Diaporamas (slides)	25	71	5	14	3	9	0	0	2	6	35
10	Régua/compasso/esquadro	1	3	6	17	24	69	4	11	0	0	35
11	Fichas de trabalho	1	3	1	3	20	57	10	28	3	9	35
12	Jogos. Qual(ais)?	5	14	7	20	6	17	0	0	17	49	35
13	Outro (s). Qual(ais)	2	6	0	0	0	0	0	0	33	94	35

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre e nr) Não responderam.

No que se refere à utilização do Tangram, 46% afirmou que "Raramente " utilizaram, 37% "Várias Vezes" e 17% afirmou "Nunca".

Quanto à utilização do Geoplano na sala de aula, 54% afirmou que "Nunca" usou, 26% "Raramente", 11% "Várias Vezes" e 9% não respondeu.

No que concerne à utilização do computador, observamos que 37% dos alunos afirmaram "Raramente" ter usado, 31% "Várias Vezes", 23% dos inquiridos afirmaram que "Nunca" e 6% "Sempre" utilizaram.

Em relação ao uso da calculadora, podemos observar que 54% dos alunos afirmaram que usou "Sempre", 40% "Várias Vezes, 3% "Raramente" e 1 aluno não respondeu.

Relativamente à utilização de acetatos/transparências na aula de Matemática, o item "Várias Vezes" é o que reúne maior número de respostas (57%), seguindo-se 29% "Raramente" e 14% "Sempre". Quanto ao Videograma/Vídeos, não parecem ter sido ferramentas muito utilizadas na aula de Matemática, uma vez que 54% dos alunos afirmaram que "Nunca" e 37% "Raramente" os usaram. No que diz respeito a Diaporamas, 71% dos alunos afirmaram que "Nunca" utilizaram, 14% "Raramente" e 6% não responderam. Pode-se observar também que, quanto ao material didáctico régua, compasso e esquadro, o item "Várias Vezes" reúne 69% das opiniões, 17% "Raramente", 11% "Sempre" e 3% "Nunca". Quanto ao parâmetro 'Fichas de Trabalho', observamos que 57% dos alunos tiveram a opinião que se utilizam "Várias Vezes" e 28% "Sempre", 3% "Nunca" e 9% não responderam. Em relação ao parâmetro nº 12 "Jogos. Qual (ais)?", 49% dos alunos não responderam a esta questão, 20% afirmaram "Raramente", 17% "Sempre". Apenas um aluno fez referência a um dos jogos – o "Jogo do 24". No que respeita ao parâmetro nº 13, apenas dois alunos afirmaram que "Nunca" foram utilizados outros materiais.

De seguida, analisam-se os resultados obtidos à seguinte questão: "Ao longo do teu percurso escolar, nas aulas de Matemática, como eram discutidas as actividades desenvolvidas (ver tabela seguinte).

Tab. 7.8 – Opiniões iniciais sobre as discussões das actividades desenvolvidas.

Parâmetros		Questionário Inicial										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	O(A) professor(a) apresentava a resolução correcta e os alunos registavam essa resolução no caderno.	0	0	4	11	23	66	8	23	0	0	35
2	O professor convidava um aluno a ir ao quadro apresentar a sua resolução.	0	0	1	3	28	80	6	17	0	0	35
3	Cada grupo expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.	2	6	16	46	17	48	0	0	0	0	35
4	Só um grupo ou aluno (que acertou ou resolveu correctamente) expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.	6	17	16	46	12	34	1	3	0	0	35
5	O professor convidava alunos com menos dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.	1	3	16	46	16	46	2	5	0	0	35
6	O professor convidava os alunos com mais dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.	1	3	2	6	24	69	8	22	0	0	35
7	Outra(s). Qual(ais)?	1	3	0	0	0	0	0	0	34	97	35

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre e nr) Não responderam.

Como se pode observar pela tabela 7.8, em relação ao parâmetro nº1 “O(A) professor(a) apresenta a resolução correcta e os alunos registavam essa resolução no caderno”, 66% dos alunos afirmaram “Várias Vezes”, 23% “Sempre” e apenas 11% “Raramente”.

Relativamente ao parâmetro nº 2 “O professor convidava um aluno a ir ao quadro apresentar a sua resolução”, 80% dos alunos respondeu “Várias vezes”, 17% “Sempre” e 3% “Raramente”.

Em relação à afirmação nº 3 “Cada grupo expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se”, a maior parte das opiniões distribuiu-se pelos itens “Várias Vezes” e “Raramente”, com 48% e 46% respectivamente, e 6% dos alunos afirmaram “Nunca”.

No que se refere ao parâmetro nº 4 “Só um grupo ou aluno (que acertou ou resolveu correctamente) expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se”, grande parte dos alunos respondeu “Raramente” (46%), 34% considerou “Várias Vezes” e 17% “Nunca”.

Em relação ao parâmetro nº 5 “O professor convidava alunos com menos dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se”, os itens Várias Vezes” e “Raramente” reúnem a mesma percentagem (46%), 16% afirmaram “Nunca” e 5% “Sempre”.

Quanto ao parâmetro nº 6 da tabela, “O professor convidava os alunos com mais dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se”, verifica-se que 69% dos inquiridos respondeu “Várias Vezes”, 22% “Sempre” e 6% “Raramente” e 3% “Nunca”.

No parâmetro nº 7 “Outra (s). Qual (ais)”, apenas 1 aluno expressou a sua opinião, que foi “Nunca”.

Segue-se a análise dos resultados obtidos com as respostas à seguinte questão “Ao longo do teu percurso escolar, nas aulas de Matemática, que tipo de instrumentos de avaliação das aprendizagens e/ou classificação eram utilizados?”. A opinião dos alunos está expressa na tabela 7.9.

De acordo com esta tabela, verifica-se que, de uma maneira geral, a opinião dos alunos acerca do parâmetro “O professor praticava uma avaliação contínua” incidiu nos itens “Várias Vezes” com 60%, “Sempre” 31% e “Raramente” 9%.

Em relação ao parâmetro nº 2 “O professor só praticava uma avaliação sumativa”, a opinião dos alunos variou entre “Raramente” 43%, 31% “Várias Vezes”, “Nunca” 17% e 9% “Sempre”.

No que diz respeito ao parâmetro nº 3, "O professor praticava uma avaliação diagnóstica", as opiniões variaram entre 51% "Várias vezes", 43% "Raramente" e 3% "Nunca" e "Sempre".

Em relação ao parâmetro nº 4, "O professor só avaliava/classificava pelos 'testes'", os alunos opinaram da seguinte forma: 49% "Raramente", 37% "Nunca" e 14% "Várias Vezes".

Tab. 7.9 – Opiniões iniciais sobre os instrumentos de avaliação utilizados.

Parâmetros		Questionário Inicial										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	O Professor praticava uma avaliação contínua	0	0	3	9	21	60	11	31	0	0	35
2	O professor só praticava uma avaliação sumativa	6	17	15	43	11	31	3	9	0	0	35
3	O Professor praticava uma avaliação diagnóstica.	1	3	15	43	18	51	1	3	0	0	35
4	O professor só avaliava/classificava pelos "testes".	13	37	17	49	5	14	0	0	0	0	35
5	O professor considerava sempre o "caderno diário" para avaliar/classificar os alunos	6	17	15	43	11	31	3	9	0	0	35
6	O professor propunha "trabalhos para casa"	1	3	3	8	22	63	9	26	0	0	35
7	O professor propunha trabalhos de investigação ou de pesquisa	2	6	16	45	17	49	0	0	0	0	35
8	O professor considerava sempre os "trabalhos de casa" para avaliar/classificar os alunos.	0	0	8	22	17	49	10	29	0	0	35
9	O professor considerava sempre os trabalhos de investigação ou de pesquisa para avaliar/classificar os alunos.	4	11	5	15	22	63	4	11	0	0	35
10	O professor considerava sempre a participação dos alunos nas aulas para efeitos de avaliação/ classificação.	0	0	15	43	16	46	4	11	0	0	35
11	O professor considerava sempre as atitudes e valores para efeitos de avaliação/ classificação.	0	0	3	9	18	51	12	34	2	6	35
12	Tudo o que era feito nas aulas ou como"trabalho de casa" só era considerado para avaliar/classificar os alunos em caso de indecisão entre dois níveis.	5	14	15	43	12	34	3	9	0	0	35
13	Outro(s) parâmetro (s). Qual (ais).	1	3	0	0	0	0	0	0	34	97	35

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre e nr) Não responderam

Quanto ao parâmetro nº 5, "O professor considerava sempre o 'caderno diário' para avaliar/classificar os alunos", 43% dos inquiridos responderam "Raramente" e 31% "Várias Vezes", 17% "Nunca" e 9% "Sempre".

Relativamente ao parâmetro nº 6 "O professor propunha 'trabalhos para casa'", 63% dos alunos, foram da opinião que o professor propõe a resolução de "trabalhos de casa" Várias Vezes", 26% "Sempre", 8% "Raramente" e apenas 3% "Nunca".

Em relação ao parâmetro nº 7, "O professor propunha trabalhos de investigação ou de pesquisa", as opiniões maioritárias incidiram sobre os itens " Varias Vezes" 49%, "Raramente" 45%.

Acerca do parâmetro nº 8 da tabela anterior, "O professor considerava sempre os 'trabalhos de casa' para avaliar/classificar os alunos", a opinião dos alunos variou entre os itens "Várias Vezes" 49%, "Sempre" 29% e 22% "Raramente".

No que concerne ao parâmetro nº 9, "O professor considerava sempre os trabalhos de investigação ou de pesquisa para avaliar/classificar os alunos", 22 alunos (63 %) considerou "Várias Vezes", 15% "Raramente" e 11% considerou "Sempre" e "Nunca".

No que diz respeito ao parâmetro nº 10, "O professor considerava sempre a participação dos alunos nas aulas para efeitos de avaliação/classificação", 46% respondeu "Várias Vezes", 43% "Raramente" e 11% "Sempre".

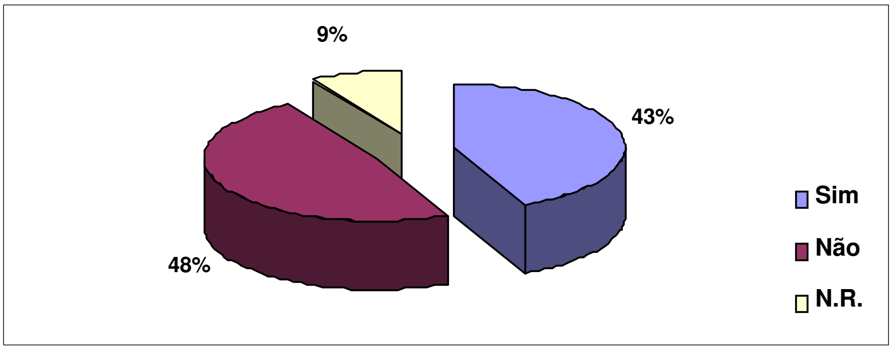
De acordo com a tabela 7.9, relativamente ao parâmetro nº 11, "O professor considerava sempre as atitudes e valores para efeitos de avaliação/classificação", 51% dos alunos apontou para o item "Várias Vezes", 34% "Sempre", 9% afirmou "Raramente" e 2 alunos não responderam.

Em relação ao parâmetro nº 12, "Tudo o que era feito nas aulas ou como 'trabalho de casa' só era considerado para avaliar/classificar os alunos em caso de indecisão entre dois níveis", as opiniões dos alunos foram as seguintes: "Raramente" 43%, "Várias Vezes" 34%, "Nunca" 15% e 9% "Sempre".

Quanto ao parâmetro nº 13 " Outro(s) parâmetro(s). Qual(ais)?" Apenas um aluno manifestou a sua opinião "Nunca".

Relativamente à questão "Gostas de Matemática?", 48% dos alunos afirmou que não, 43% afirmou que gosta e 9% não respondeu, como se pode verificar pela análise do gráfico 7.1.

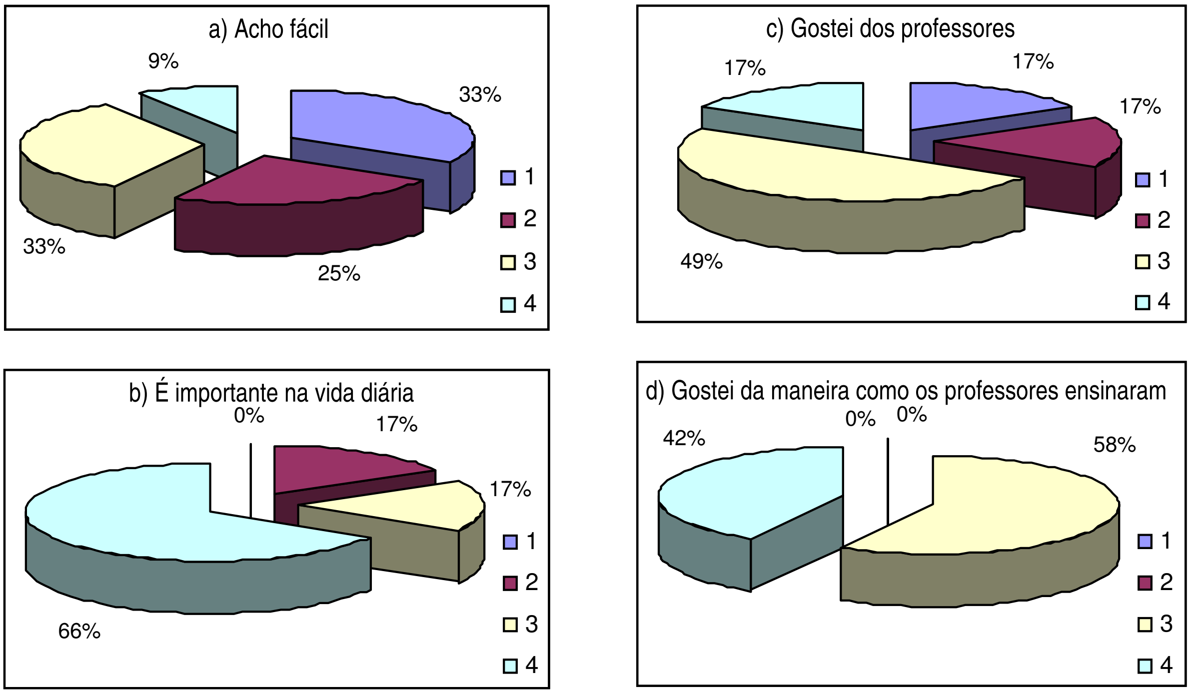
Gráf. 7.1 – Gosto pela Matemática no início da experiência.



Quando questionados acerca do porquê do gosto pela matemática, os alunos classificaram as afirmações apresentadas numa escala de 1 a 4, valorizando com 4 a que consideravam ter mais importância e com 1 a que consideravam ter menos importância (gráfico 7.2).

Assim, valorizam a importância que tem na vida diária (66% para o valor 4) e a maneira como os professores ensinaram (42% para o nível 4 e 58% para o nível 3). Segue-se o terem gostado do professor (49% para o nível 3).

Gráf. 7.2 – Motivos iniciais que levam os alunos a gostar da Matemática.



Pela observação dos resultados obtidos com esta questão, expressos nos gráficos acima, podemos ainda concluir o seguinte:

a) Para a primeira afirmação, ou motivo, apresentado – "Acho fácil" – a maioria (58%) classificou-o com 1 ou 2, ou seja, considerou que este motivo não tem muita importância para o facto de gostarem de Matemática. Apenas 42% dos alunos classificou este motivo com 3 ou 4.

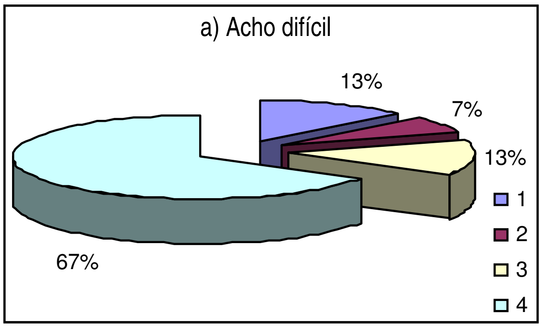
b) Relativamente ao segundo motivo – "É importante na vida diária" – a grande maioria (83%) atribuiu a classificação de 3 ou 4 (17% e 66%, respectivamente), ou seja, a maior parte dos alunos considerou este motivo bastante importante para o facto de gostarem de Matemática. Refira-se também que, para este motivo, nenhum aluno atribuiu a classificação de 1, realçando ainda mais esta importância.

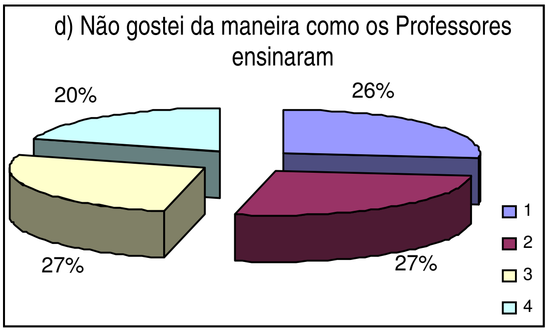
c) O gosto pelo professor, terceiro motivo, também é considerado bastante importante, pois, a maioria (66%) dos alunos, atribuiu-lhe a classificação de 3 ou 4 (49% e 17%, respectivamente).

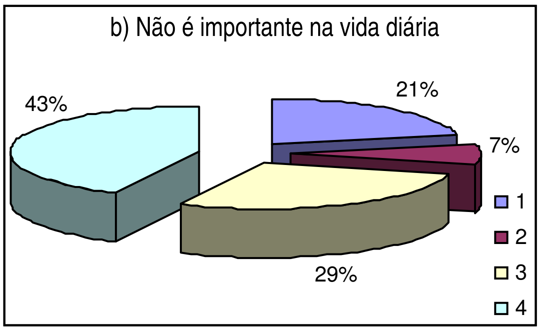
d) O modo como o professor ensina, quarto motivo, é inequivocamente considerado muito importante, pois a totalidade dos alunos atribui-lhe a classificação de 3 ou 4, 58% atribuiu-lhe a classificação de 3 enquanto que os restantes 42% atribuiu-lhe a classificação de 4. Neste caso, não existiu nenhuma classificação de 1 ou 2, o que reflecte bem o peso deste motivo para levar os alunos a gostarem de Matemática.

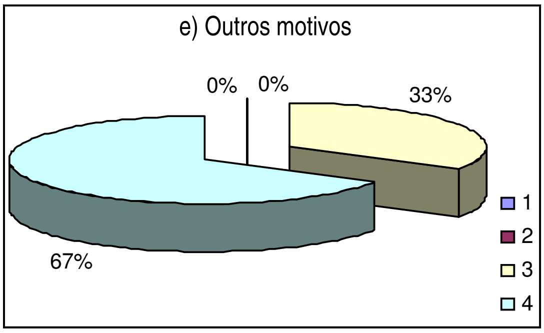
De acordo, ainda, com o gráfico 7.1, 48% dos alunos afirmaram não gostar de Matemática. A estes alunos foi-lhes colocada a mesma questão – "Não gostas de matemática, porquê?" – tendo-lhes sido igualmente pedido que classificassem os motivos apresentados numa escala de 1 a 4.

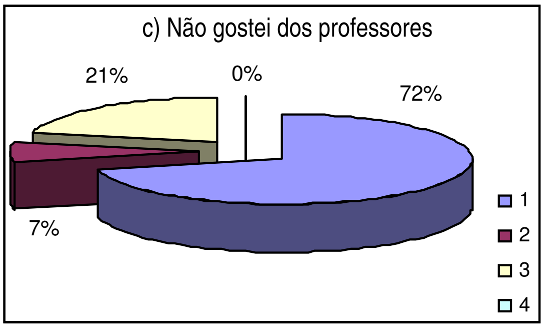
Gráf. 7.3 – Motivos iniciais que levam os alunos a não gostar da Matemática.











Pela observação dos gráficos acima pode-se concluir que:

a) Para a afirmação, ou motivo, apresentado – “Acho difícil” – a maioria (67%) dos alunos classificou este motivo com 4, ou seja, considerou que este motivo é muito importante para o facto de não gostarem de Matemática.

b) No que diz respeito ao segundo motivo – “Não é importante na vida diária” – a grande maioria (72%) atribuiu-lhe a classificação de 3 ou 4 (29% e 43%, respectivamente), ou seja, a maior parte dos alunos considerou, também, este motivo bastante importante para o facto de não gostarem de Matemática. Este motivo recebeu ainda a classificação de 1 ou 2 para 28% dos alunos.

c) Relativamente ao terceiro motivo – “Não gostei dos professores” – a maioria (72%) atribuiu-lhe a classificação de 1, considerando, assim, ter pouca importância. Refira-se ainda que nenhum dos alunos atribuiu a este motivo a classificação de 4.

d) Para a quarta afirmação – “Não gostei da maneira como os professores ensinaram” – os alunos dividiram as suas opiniões, (53%) atribuiu-lhe a classificação 1 ou 2 (26% e 27% respectivamente), e 47% atribui-lhe a classificação de 3 ou 4 (27% e 20% respectivamente).

e) “Outros motivos” – nesta afirmação a totalidade dos alunos (100%) atribui-lhe a classificação 3 e 4 (33% e 67% respectivamente). Neste caso, não existiu nenhuma classificação de 1 ou 2, o que reflecte bem a existência de outros motivos, para além dos já enumerados, para o facto de não gostarem de Matemática. De seguida (figuras 7.1 e 7.2) apresentam-se alguns (dos outros) motivos apresentados pelos alunos:

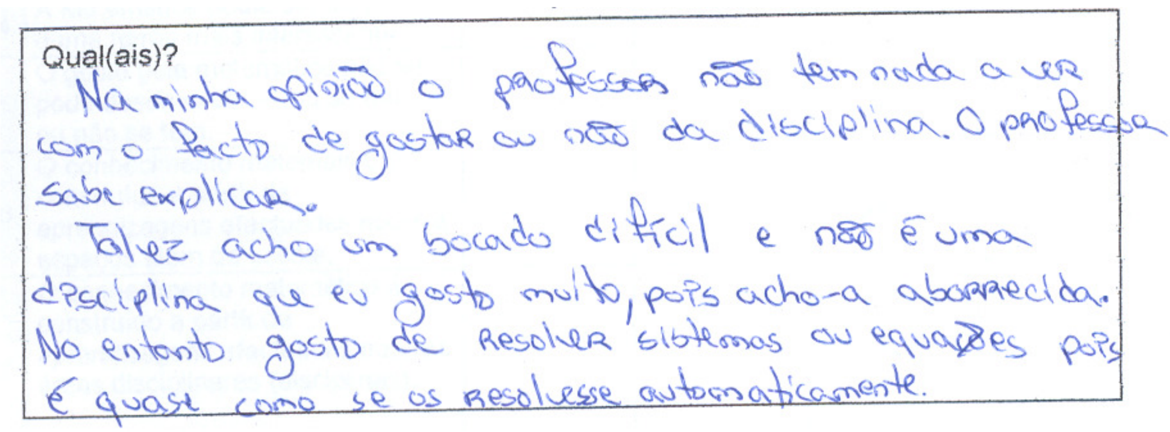

Qual(ais)?
Na minha opinião o professor não tem nada a ver com o facto de gostar ou não da disciplina. O professor sabe explicar.
Talvez acho um bocado difícil e não é uma disciplina que eu gosto muito, pois acho-a aborrecida. No entanto gosto de resolver sistemas ou equações pois é quase como se os resolvesse automaticamente.

Fig.7.1 – Opinião de um aluno acerca da afirmação “Qual(ais)?” em relação a outros motivos pelos quais não gostam de Matemática.

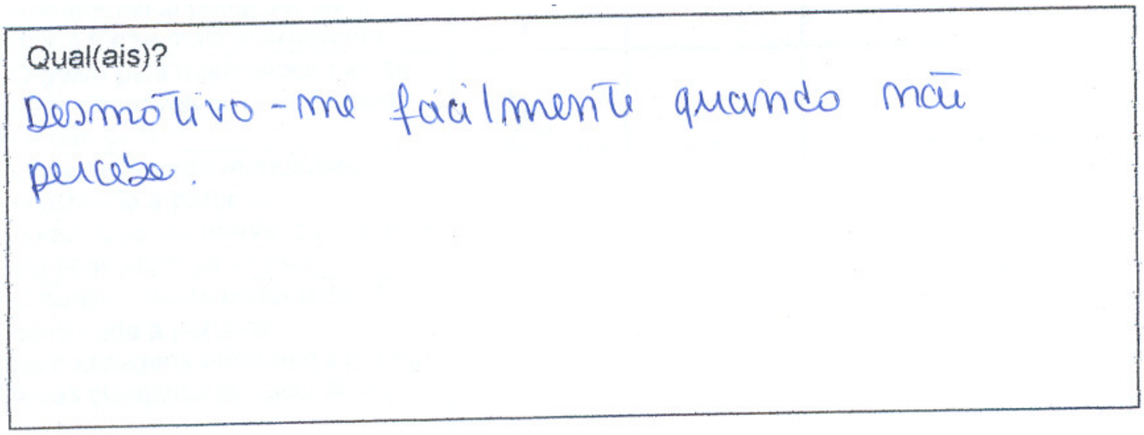
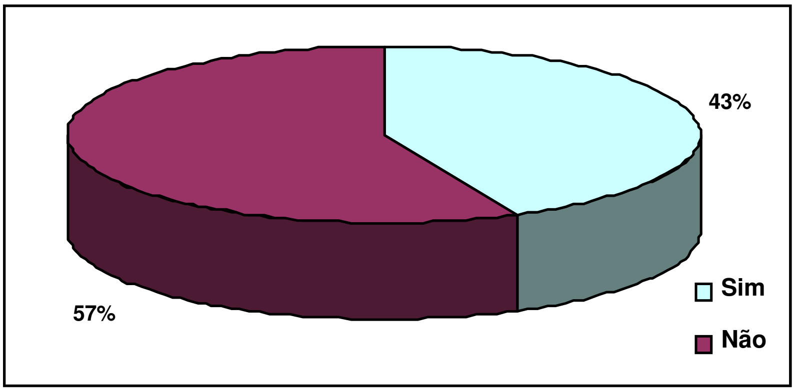

Qual(ais)?
Desmotivo-me facilmente quando não percebo.

Fig.7.2 – Opinião de outro aluno acerca da mesma afirmação "Qual(ais)?" em relação a outros motivos pelos quais não gostam de Matemática.

Em relação ao facto de se considerarem bons alunos a matemática, 57% dos sujeitos respondeu afirmativamente (gráfico 7.4) enquanto que 43% afirmou que não se considera bom aluno a Matemática.

Gráf. 7.4 – Opinião dos alunos sobre se são bons a Matemática.



De salientar a justificação de um aluno que afirmou, "acho difícil, e quando não percebo desmotivo-me facilmente". Outros justificam que não compreendem a matéria leccionada, e dão algumas justificações para tal, tais como: *"às vezes não compreendo os problemas"; "talvez me custe a perceber os exercícios, a matéria dada"*; "*tenho muita dificuldade em compreender as matérias"*; *"tenho muitas dificuldades desde o 1º período."*; *"porque não gosto da disciplina de Matemática, e a matéria é difícil"; "porque eu não consigo fazer alguns exercícios sem a ajuda do professor"; "porque acho que a matemática para mim baralha-me muito e é complicada ao nível dos exercícios"*.

Porquê? Porque não gosto de matemática e não encarrilho isso

Porquê? Porque não consigo perceber bem a matéria, embora estude mas não consigo perceber bem, há algumas partes da matéria que até entendo mas depois começo-me a baralhar.

Porquê?
Porque não gosto da disciplina, não me consigo adaptar à disciplina e porque é uma disciplina que requer muita capacidade de conhecimento e concentração.

Fig.7.3 – Respostas de alguns alunos que não se consideram bons alunos a Matemática.

Relativamente aos alunos que se consideram bons alunos a Matemática, as justificações que apresentaram referem-se essencialmente aos resultados da avaliação que obtiveram e à compreensão da matéria dada, como referem dois alunos: "*porque tive notas muito razoáveis nos testes, compreendo a matéria dada* e *tiro boas notas e percebo e aplico os conhecimentos.*" Salienta-se ainda a afirmação de outro aluno que refere: "*porque consigo ter positiva nos três períodos.*"; *"porque tirei notas razoáveis e, além disso não sou uma aluna problemática"*. Há alunos que justificam o facto de serem bons alunos porque conseguem resolver problemas, exercícios e sabem aplicar fórmulas com facilidade. De registar a afirmação de um aluno que refere: "*não sou assim um Bom aluno, sou um aluno razoável consigo fazer o pedido, os exercícios faço-os com facilidade, portanto não é preciso ser um grande «crânio» a matemática para tirar boas notas"; "participo nas aulas, gosto da disciplina e interesso-me por ela. Obtenho resultados bons"*.

Porquê? Porque tenho um raciocínio rápido, sei fazer contas que não sejam muito grandes de cabeça e tento me esforçar.

Porquê?
Consigo resolver problemas, sistemas, equações, consigo desenvolver a matéria dada pelo professor.
Faço sempre os trabalhos de casa e tiro dúvidas quando não entendo alguma fórmula.
Apesar de não apreciar muito a disciplina tento compreendê-la e saber resolver problemas e fórmulas pois podem servir no meu dia-a-dia.

Fig.7.4 – Respostas de alguns alunos que se consideram bons alunos a Matemática.

7.1.3 – Conhecimentos prévios

Com o objectivo de aferir que conhecimentos matemáticos possuíam os alunos relativamente à unidade didáctica “Números reais. Inequações”, antes da sua abordagem formal, foi aplicado um pré-teste (anexo 3.2), que, secundariamente, também permitiu analisar as evoluções que tal conhecimento sofreu após a leccionação desta unidade.

A análise da tabela 7.10, relativa aos dados do pré-teste, dos alunos da turma E do 9º ano de escolaridade, permite-nos verificar que os 16 alunos obtiveram uma média global de 28,3%.

Tab. 7.10 – Resultados totais e em percentagem por aluno no pré-teste da turma 9ºE.

Pré – Teste													
Alunos	**Questões**												**Total (%)**
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	10	8	5	6	10	9	9	6	9	10	6	12	
EA1	4	3,5	2,5	2	10	6	3	0	0	0	0	12	**43**
EA2	7	4,5	4	2	10	6	4	0	0	0	0	12	**49,5**
EA3	4	3	2	2	5	3	3	0	0	0	0	12	**34**
EA4	4	6	1,5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	**13,5**
EA5	6	0	0	2	0	3	3	0	0	0	0	12	**26**
EA6	6	3,5	0	2	5	1	1	0	0	0	0	9	**27,5**
EA7	6	0	2	2	0	2	3	0	0	0	0	12	**27**
EA8	2	0	1	2	0	0	0	0	0	0	0	0	**5**
EA9	4	2	0,5	1	0	3	3	0	0	0	0	0	**13,5**
EA10	5	3	0,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**8,5**
EA11	7	0	2	2	0	3	4	0	0	0	0	10	**28**
EA12	7	3	1,5	2	0	2	3	0	0	0	0	5	**23,5**
EA13	6	5	2,5	2	10	2	3	0	0	0	0	11	**41,5**
EA14	5	2,5	1,5	3	0	1	3	0	0	0	0	12	**28**
EA15	4	4	2	1	10	6	3	0	0	0	0	12	**42**
EA16	4	4,5	1,5	2	10	5	4	0	0	0	0	12	**43**
Média	5,1	2,8	1,6	1,8	3,8	2,7	2,5	0,0	0,0	0,0	0,0	8,2	
%	51	35	32	30	38	30	27,8	0	0	0	0	68,3	**28,3**

Além disso, o grau de dispersão é forte, dado que o desvio padrão é 13,4% e, portanto, o coeficiente de variação é de 47,2% (tabela 7.11). Segundo D’Hainaut (1997), citado em Vizinho

(2002:329), "se o desvio padrão é inferior a 15% da média pode considerar-se que a dispersão é fraca. Se for superior a 30% a dispersão é forte".

Tab. 7.11 – Valores da média, variância, desvio padrão e coeficiente de variação no pré-teste do 9ºE.

Média (x)	Variância (S^2)	Desvio padrão (S)	Coeficiente de variação (Cv)
28,3%	178,7%	13,4%	47,2%

Para tal, contribuiu o facto de cinco alunos (EA1, EA2, EA13, EA15 e EA16) terem obtido pontuações superiores a 40%, tendo apenas seis discentes (EA1, EA2, EA3, EA13, EA15 e EA16) registado valores superiores à média. Além disso, 4 alunos (EA4, EA8, EA9 e EA10) tiveram pontuações inferiores a 15%.

Possíveis motivos que poderão justificar o número de alunos que obteve pontuações superiores à média no pré-teste prendem-se com o facto de este contemplar conteúdos já abordados em anos transactos, como é o caso das questões 5 e 12, nas quais 5 e 8 alunos, respectivamente, obtiveram a cotação máxima. Também na questão 1, a maioria dos alunos (9) teve 50% ou mais da cotação.

Pela análise da tabela dos resultados totais e em percentagem, por aluno, do pré-teste da turma 9ºE, verificou-se que, relativamente às questões que envolviam noções do 9ºano de escolaridade, tais como, a noção de intervalo, condição, representação geométrica e inequação, correspondentes às questões 8,9 e 10 e 11, nenhum aluno respondeu.

Pela análise da tabela 7.13, relativa aos dados do pré-teste obtidos pelos alunos da turma G do 9ºano de escolaridade pode-se verificar que os alunos obtiveram uma média global de 22,1%.

Além disso, o grau de dispersão é muito forte dado que o desvio padrão é de 19,7 e, portanto, o coeficiente de variação é de 89% (tabela 7.12).

Tab. 7.12 – Valores da média, variância, desviam padrão e coeficiente de variação no pré-teste do 9ºG.

Média (x)	Variância (S^2)	Desvio padrão (S)	Coeficiente de variação (Cv)
22,1%	386,1%	19,7%	89%

Tab. 7.13 – Resultados totais e em percentagem por aluno no pré-teste da turma 9ºG.

Pré – Teste													
Alunos	**Questões**												**Total (%)**
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	10	8	5	6	10	9	9	6	9	10	6	12	
GA1	5	6,5	1,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**13**
GA2	7	4	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	**13**
GA3	6	4	1,5	2	0	0	0	0	0	0	0	0	**13,5**
GA4	6	3	1	3	0	2	2	4	0	0	0	6	**27**
GA5	3	0	1,5	2	0	2	1	0	0	0	0	11	**20,5**
GA6	5	0	1,5	0	0	0	1	0	0	0	0	0	**7,5**
GA7	4	4	0	3	0	0	0	0	0	0	0	9	**20**
GA8	5	2	2	2	10	6	2	0	0	0	0	12	**41**
GA9	4	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	11	**18**
GA10	5	5	0	1	0	1	1	0	0	0	0	11	**24**
GA11	4	4,5	1	2	5	2,5	0	0	0	0	0	0	**19**
GA12	10	8	5	6	10	9	6	6	8	9	0	12	**89**
GA13	9	3,5	2,5	3	0	6	4	6	0	0	2	12	**48**
GA14	8	3	1	1	0	0	2	0	0	0	0	0	**15**
GA15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12	**12**
GA16	4	1,5	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	**7,5**
GA17	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	**2**
GA18	3	3,5	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	**9,5**
GA19	7	2	2	2	5	2	0	0	0	0	0	0	**20**
Média	5,1	2,9	1,3	1,6	1,6	1,7	1,0	0,8	0,4	0,5	0,1	5,1	
%	51	36,3	26	26,7	16	18,9	11,1	13,3	4,4	5	1,7	42,5	**22,1**

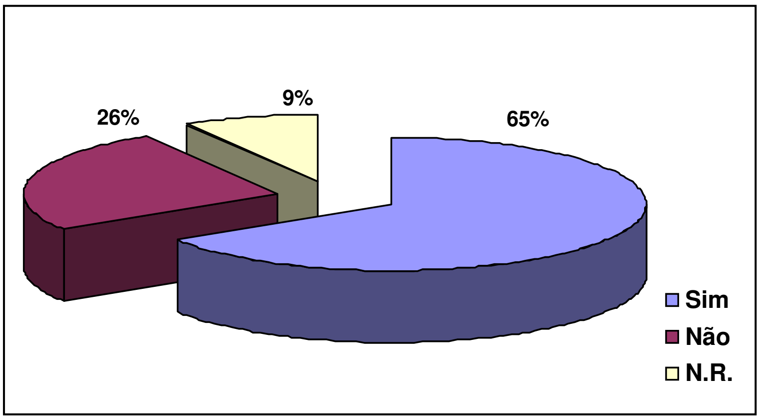
Três alunos (GA8, GA12 e GA13 e) obtiveram pontuações superiores a 40%, tendo apenas cinco (GA4, GA8, GA10, GA12 e GA13) registado valores superiores à média. Mais uma vez, foram as questões 1 e 12 que registaram melhores resultados. Salienta-se o facto de, na questão 2, 7 alunos terem pontuações superiores ou iguais 50% da cotação desta questão. Esta situação pode ficar a dever-se ao facto da professora ter informado, inadvertidamente, os alunos acerca da unidade que iriam estudar a seguir, assim como a turma em causa ter na sua constituição três alunos que frequentam pela segunda vez o 9º ano de escolaridade.

7.1.4 – Opiniões iniciais sobre uma aula de Matemática " Ideal"

Neste ponto expressam-se as opiniões dos alunos acerca de uma aula de Matemática "ideal", obtidas através do Questionário Inicial (anexo 3.1).

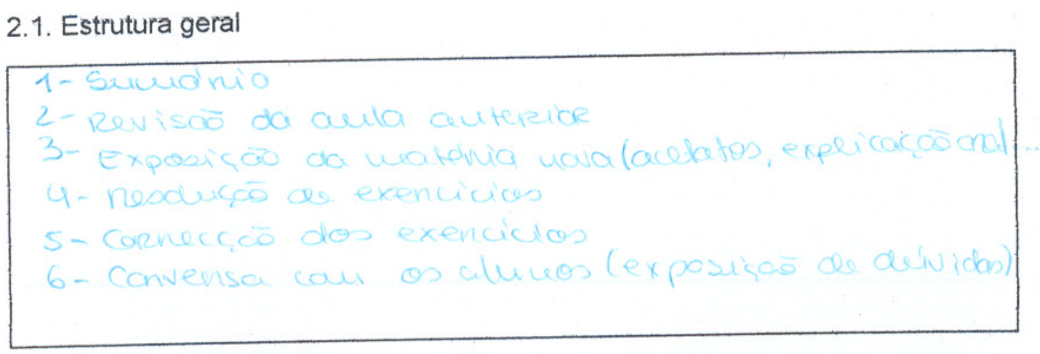
A resposta à questão "Gostas do tipo de aulas de matemática que descreveste?" está representada no gráfico seguinte, e nele se pode constatar que 21 alunos (65%) responderam afirmativamente, 26% disse não gostar e 9% dos alunos não respondeu.

Gráf. 7.5 – Opinião acerca das aulas que descreveram.



Descrição de uma aula de Matemática "ideal"

No que diz respeito à "estrutura geral" de uma aula ideal, salienta-se o facto de a maioria dos alunos terem uma noção de estrutura de uma aula, retratada nos excertos seguintes, retirados dos questionários – figuras 7.5, 7.6, 7.7 – que muito se aproxima da estrutura de uma aula dominante referida por (Abrantes, 1994; Mendes, 1997; Ponte, 1997, Romão, 1998; Rosa, 1999, Morais, Almeida e Dias, 2000).


2.1. Estrutura geral

1- Sumário
2- Revisão da aula anterior
3- Exposição da matéria nova (acetatos, explicação oral...
4- Resolução de exercícios
5- Correcção dos exercícios
6- Conversa com os alunos (exposição de dúvidas)

Fig.7.5 – Resposta de um aluno sobre a estrutura geral de uma aula "ideal".

escrevia primeiro o sumário, depois
explicava as vezes que fosse preciso de
uma maneira facil e depois explicava os
exercicios faceis.

Fig.7.6 – Opinião de um aluno sobre a estrutura geral de uma aula "ideal".

Aula Ideal- o professor expor a materia
os alunos fazem os exercicios e
depois usam-se metodos diferentes e mais
divertidos para compreender a materia
que não ficou na cabeça com a 1ª explicação

Fig.7.7 – Opinião de outro aluno sobre a estrutura geral de uma aula "ideal".

As transcrições seguintes, seguem a mesma lógica:

- ✓ *"O professor ditava o sumário, depois expunha a matéria, explicava-a bem e depois mandava os alunos fazerem exercícios";*
- ✓ *"Falar sobre o tema. Exercícios engraçados e exploração de novos exemplos, jogos sobre a matéria. Levantamento de dúvidas e esclarecimento destas de outra maneira. Escrever o sumário";*
- ✓ *"Expor a matéria e explicá-la e de seguida resolver exercícios";*
- ✓ *"Os professores darem a matéria, tirar dúvidas e depois teste";*
- ✓ *"Explicação da matéria e registo nos cadernos diários. Exercícios para prática de fórmulas. Actividades práticas acerca do dia-a-dia. Testes acessíveis a cada nível dos alunos";*
- ✓ *"Começar a aula a explicar a matéria, depois pôr a matéria em prática mas com jogos ou enigmas".*

Alguns alunos responderam de uma forma menos organizada mas evidenciando algumas preocupações com alunos com mais dificuldades e outros manifestam-se em sintonia com o que é habitual acontecer numa aula de matemática (figura 7.8).

Então dar a materia como todos os setores fazem e depois fazermos varios exercicios onde os stores consigam chegar a todos os alunos com mais dificuldades e que não seja só dar materia tanbem termos momentos para descontrair e talvez descontrair-mos mas em grupo e a falar todos um pouco da materia

Eu na estrutura geral não mudaria nada porque estou a gostar da maneira que os professo-res apresentam as aulas

Fig.7.8 – Opiniões dos alunos sobre a estrutura geral de uma aula "ideal".

De referir também o facto de existirem 10 alunos que não responderam a esta questão.

Relativamente às formas de trabalho (individual, pares e pequeno grupo) ideal, as dominantes são em pequeno grupo e a pares, assinaladas por 14 alunos – "Em pequenos grupos e alguns em pares".

Um aluno especifica (figura 7.9):

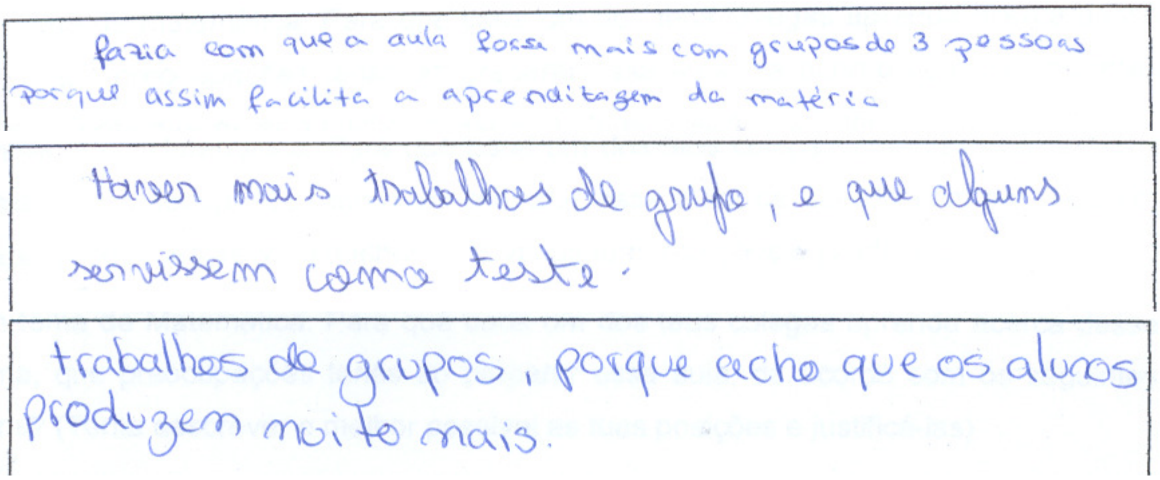
A Pares - resolver exercicios na aula
E em pequenos grupos fazer pequenos trabalhos de pesquisa sobre a materia.

Fig.7.9 – Opinião de um aluno sobre a forma de trabalho numa aula "ideal".

Sete alunos referiram que a forma de trabalho ideal é a pares:

- ✓ *"a pares para tirarmos algumas dúvidas com o parceiro";*
- ✓ *"Nas aulas devia haver mais trabalhos a pares para resolver exercícios";*
- ✓ *"Pares".*

Dois alunos referiram, como ideal, o trabalho individual e a pares. Um aluno referiu-se apenas ao trabalho individual. Seis alunos referiram-se apenas ao trabalho em pequeno grupo, dos quais se destacam as seguintes afirmações (figura 7.10):



fazia com que a aula fosse mais com grupos de 3 pessoas porque assim facilita a aprendizagem da matéria

Haver mais trabalhos de grupo, e que alguns servissem como teste.

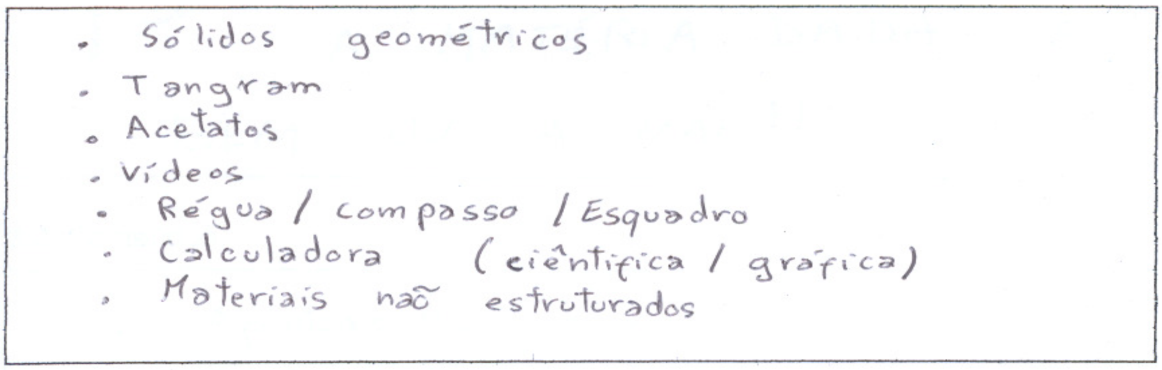
trabalhos de grupos, porque acho que os alunos produzem muito mais.

Fig.7.10 – Opiniões dos alunos sobre a forma de trabalho numa aula “ideal” – trabalho em pequeno grupo.

Os restantes alunos (5) não responderam a esta questão.

Relativamente aos materiais utilizados numa aula ideal, quatro alunos não responderam a esta questão. Os restantes seleccionaram os seguintes: “Caderno, livro”; “Acetatos, sólidos geométricos, jogos de raciocínio”; “Calculadora, compasso, régua”; “Computador”; “Tangram, calculadora, acetatos, etc.…”.

Um aluno deu uma resposta bem mais completa (figura 7.11) dando a entender que o ponto chave é a diversificação de materiais.



- Sólidos geométricos
- Tangram
- Acetatos
- Vídeos
- Régua / compasso / Esquadro
- Calculadora (ciêntifica / gráfica)
- Materiais não estruturados

Fig.7.11 – Opinião de um aluno sobre os materiais que utilizaria numa aula “ideal”.

No que diz respeito ao tipo e instrumentos de avaliação os alunos consideram que os professores deveriam, idealmente, ter em conta o seguinte: “Testes, trabalhos de casa”; “Comportamento, participação, testes”; *”os testes e os trabalhos de casa”; “o comportamento”; “assiduidade e participação”; “caderno diário e testes”.*

Curiosamente, para além dos cinco alunos que não responderam, houve um que respondeu o seguinte:

os mesmas que a stora usa.

Fig.7.12 – Opinião de um aluno sobre os tipos e instrumentos de avaliação que utilizaria numa aula "ideal".

Em relação ao ponto 2.5 (outros), nenhum aluno respondeu.

Relativamente à planificação de uma aula e, mais concretamente, no que diz respeito aos objectivos da aula, os alunos referem:

Tentava falar de forma clara e não fazer coisas complicadas.

Que todos os meus colegas percebecem o que eu queria explicar e que eles não achassem a aula chata.

Chegar vivo até às 5.25

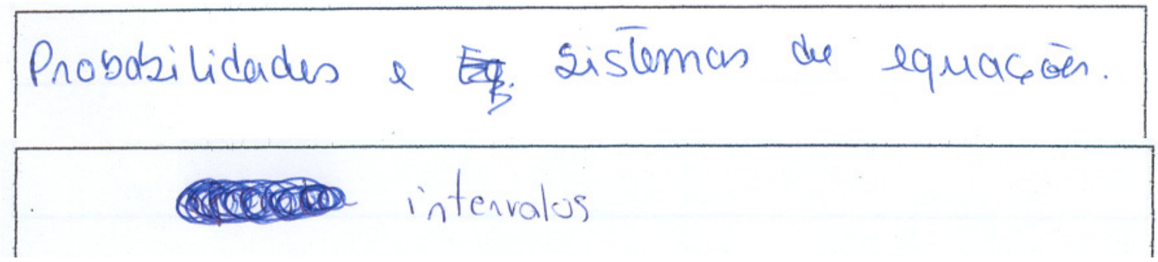
Tentava explicar a matéria de maneira a que todos percebecem e perguntava constantemente se tinham duvidas. E fazer com que toda a matéria ficasse percebida por todos.

Preparar a matéria de modo que os alunos consigam preceber bem a matéria dada.

Fig.7.13 – Opiniões de alunos referentes aos objectivos a contemplar num plano de aula.

Como se pode constatar, há uma grande confusão em relação ao que são os objectivos de uma aula, centrando-os na figura e actuação do professor em detrimento da explicitação das competências a desenvolver nos alunos.

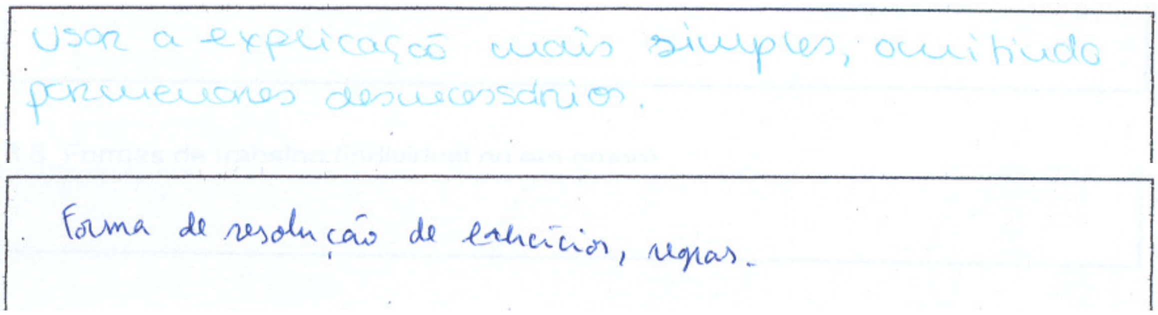
No que diz respeito aos conteúdos, apenas 2 alunos enumeram:


Probabilidades e ~~Eq.~~ sistemas de equações.

intervalos

Fig.7.14 – Opiniões dos alunos referentes aos conteúdos a contemplar num plano de aula.

Mais uma vez, 12 alunos não responderam a esta questão, e os restantes confundiram conteúdos com estratégias, como se pode constatar por algumas afirmações:


Usar a explicação mais simples, omitindo pormenores desnecessários.

Forma de resolução de exercícios, regras.

Fig.7.15 – Opiniões dos alunos referentes aos conteúdos a contemplar num plano de aula, demonstrando alguma confusão.

Segundo a opinião dos alunos, numa aula as estratégias a utilizar devem ser: *"Simples e variadas de modo a que todos os alunos compreendam"; "Usando imagens, fichas de trabalho o computador e acetatos."; "Apresentação no quadro, computador ou acetatos e uma ficha de trabalho"; "Colocava os alunos a trabalhar em grupos de 3 para facilitar a matéria. Utilizava linguagem do dia-a-dia"; "Utilizando o livro com apoio"; "Usar o livro, o quadro e talvez fazer a aula na sala dos PC's"; "Em esquemas, acetatos e apontamentos".*

Outros alunos especificam (figura 7.16):

~~Na~~ Em vez do "explicar" a matéria, utilizava outras maneiras de cativar a atenção dos Alunos, como o tipo: Jogos, pesquisas na Internet sobre um tema curioso, para eles.

- Tirar dúvidas a quem tiver
- Ajudar os alunos com mais dificuldades
- Por os alunos com menos dificuldades à prova
- Utilizar exercícios para cada nível de aprendizagem

Fig.7.16 – Mais algumas respostas dos alunos sobre as estratégias que utilizariam.

Como se pode constatar através destes excertos e por outras respostas muito semelhantes a estas, todos apresentam estratégias diversificadas, podendo-se enquadrá-las nas seguintes categorias:

- Utilização do retroprojector/acetatos (6);
- Utilização do livro adoptado (4);
- Utilização do quadro (2);
- Propor a realização de uma ficha de trabalho (2);
- Propor a realização de exercícios (2);
- Realização de esquemas (1);
- Propor a realização de actividades em pequeno grupo (1);
- Propor actividades de investigação e pesquisa (1);
- Esclarecimento de duvidas (1);

Também nesta questão se verificou que houve alunos que não responderam (10).

Em relação às tarefas a desenvolver, os alunos que responderam a esta questão (20), consideraram que as tarefas a desenvolver devem basear-se em: *"Exercícios"; "Eu fazia uma ficha de trabalho e pedia aos alunos com mais dificuldades para irem ao quadro" (2); "Exercícios do livro e fichas não muito extensas, mas com exercícios essências" (2); "Jogos divertidos, fichas de trabalho, exercícios" (1); "Resolução de exercícios, perguntas orais" (1).*

- Exercícios
- Explicação de matéria
- Utilizar a Internet como material de apoio em trabalhos.

Fig.7.17 – Resposta de um aluno sobre as tarefas que desenvolveria.

Quanto às tarefas a desenvolver referidas pelos alunos, podem, então, ser enquadradas nas seguintes categorias:

- Exercícios do livro adoptado (14);
- Ficha de trabalho (4);
- Jogos (2).

Em relação aos materiais de apoio, os alunos consideraram os seguintes: *"O manual e uma ficha com uma explicação mais simples"; "Livros de matemática, enciclopédias, Internet"; "Livro adoptado"; "Computador, livros, calculadoras gráficas ou cientificas"; "Fichas"; "Acetatos, computadores, exemplos"; "Livro ou fichas informativas ou então esquemas no quadro"; "Retroprojector, quadro".*

Um aluno aglutina vários materiais (figura 7.18)

- Acetatos
- Régua / Compasso / Esquadro
- Material da Aula (livro , estojo , etc...)
- Calculadora (científica / gráfica)

Fig.7.18 – Resposta de um dos inquiridos referente aos materiais de apoio.

Curiosamente, um aluno refere como materiais a usar, fichas com exemplos de exercícios resolvidos (figura 7.19):

uma folha com ~~exercícios~~ exemplus ~~[illegible]~~ de exercícios resolvidos

Fig.7.19 – Outra resposta, de um dos inquiridos, referente aos materiais de apoio.

Podem, então, considerar-se as seguintes categorias:

- Livro adoptado (8);
- Fichas de trabalho (6);
- Calculadora (6);
- Materiais geométricos (régua, compasso, esquadro, etc.) (4);
- Computador (2);
- Retroprojector/acetatos (2);
- Não responderam (10);

Salienta-se o facto de alguns alunos referirem mais do que um dos materiais categorizados.

No que diz respeito às formas de trabalho, os alunos privilegiaram o trabalho em grupo (25). Nesta questão, registaram-se cinco alunos que não responderam e outros cinco que privilegiaram o trabalho individual.

Em relação à avaliação, os alunos consideraram que a avaliação não deve ser só feita pelos testes, mas deve englobar o interesse e a participação do aluno, como se pode constatar pelas seguintes afirmações: *"A participação, a comunicação, o comportamento, a maneira de se exprimir oralmente"; "A avaliação feita pelos exercícios dados"; "Participação, testes e interesse nas aulas" (5); "Uma ficha, a participação e inter-ajuda entre os alunos"; "Participação, caderno diário, mini-testes e testes de avaliação".*

Na figura 7.20 exemplificam-se duas respostas que se consideram, por motivos diferentes, interessantes:

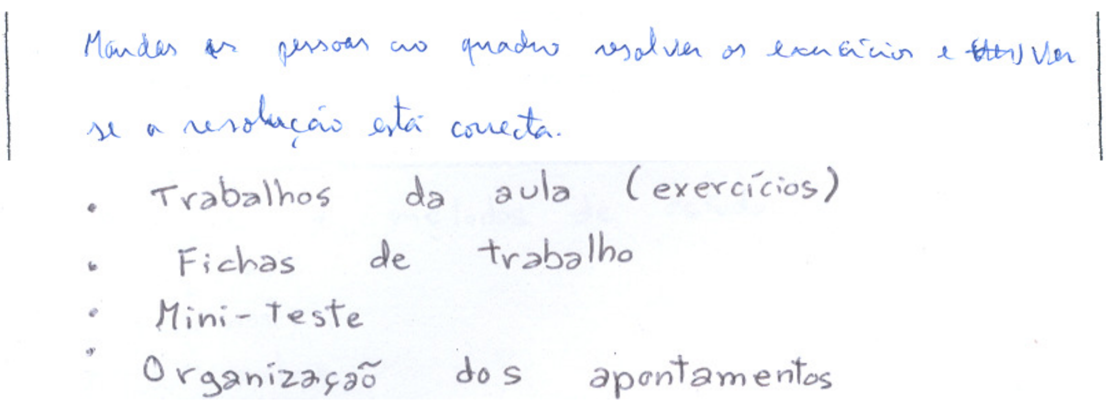


Fig.7.20 – Respostas de dois inquiridos sobre a avaliação.

Quanto ao tipo e instrumentos de avaliação, podem então considerar-se as seguintes categorias:

- Teste de Avaliação (12);
- Comportamento (6);
- Participação (6);
- Atitudes (6);
- Assiduidade (6);
- Trabalhos de casa (5);
- Trabalhos de pesquisa (2);
- Cadernos diários (1);
- Mini-testes (1);
- Não responderam (10);

Refere-se que alguns alunos referiram mais do que um tipo e instrumento de avaliação.

Síntese

Em breve síntese, pode-se dizer que os alunos, no início do estudo, possuíam as seguintes representações opiniões e conhecimentos acerca da matemática do seu ensino e aprendizagem:

- Em relação à matemática, a maioria dos alunos considera que o conhecimento matemático não sofre alterações, mas estão divididos quanto ao facto de estar tudo criado e quanto à afirmação "As pessoas que sabem matemática são mais inteligentes que as outras". Discordam que a " matemática é um conjunto de regras e factos que não têm nenhuma relação entre si" e que a "matemática não tem nenhuma relação com o dia-a-dia". A merecer concordância pela maioria dos alunos destacam-se as afirmações "Saber matemática é fundamental na vida das pessoas.", "Nem todas as pessoas têm as mesmas capacidades para a matemática." e "As relações que se estabelecem entre a matemática e outras áreas promovem o seu desenvolvimento mútuo".
- No que diz respeito ao seu ensino, a esmagadora maioria concorda (parcial ou totalmente) que em Matemática é fundamental a comunicação de ideias. A maioria dos alunos também discorda totalmente de que para ensinar matemática basta saber matemática. Em relação ao facto de em Matemática não se poder ser muito criativo as

respostas dividem-se, quase equitativamente, pelo discordo totalmente, parcialmente ou concordo parcialmente. Também em relação ao facto de o melhor método para ensinar matemática ser o "tradicional" – o professor explica a "fórmula" e os alunos resolvem muitos exercícios até a decorarem – as respostas estão quase equitativamente divididas por todos os valores da escala. Mais consensual é a concordância (parcial ou total) de que a Matemática podia ser dada de forma mais criativa.

- Quanto à aprendizagem, consideram, maioritariamente, que o conhecimento matemático se pode construir fora da escola e noutras áreas disciplinares. No entanto, não vêem as áreas curriculares não disciplinares como espaços de construção de conhecimento matemático. Para quase todos os alunos, o mais importante na Matemática "é saber as fórmulas e saber aplicá-las". Na opinião dos alunos, estes podem ter um papel activo no seu próprio processo de aprendizagem da matemática, considerando que esta disciplina se presta muito para o trabalho em grupo. Em relação à importância dos materiais a utilizar na sala de aula para aprender a matéria, os alunos não têm uma opinião muito consistente pois estas dividem-se de uma forma bastante uniforme pelo desacordo parcial e pelo acordo parcial. Em relação à avaliação efectuada pelos professores, discordam que os testes são os únicos instrumentos que os professores utilizam para avaliar, pois não permitem avaliar tudo o que o aluno sabe. Quando confrontados com a situação de assumirem o papel do professor, referem que o fariam de uma forma diferente da do professor e que os colegas, provavelmente, não iriam gostar mais da disciplina assim e não iriam obter melhores resultados por isso.
- A maioria dos alunos considera que o gosto pela Matemática se pode desenvolver e o facto de obterem maus resultados se deve principalmente a eles próprios. Maioritariamente, os alunos que afirmam gostar de Matemática consideram que um dos motivos mais importantes para que tal aconteça é a maneira como o professor ensina e o facto de ser muito importante na vida diária. Para os que afirmam não gostar, o principal motivo deve-se ao facto de considerarem a disciplina difícil, além de outros motivos, tais como o facto de se desmotivarem facilmente.
- Para a maioria dos alunos, numa aula típica de Matemática, o professor, várias vezes ou sempre, expõe a matéria e propõe a resolução de exercícios de consolidação, embora considerem que várias vezes "o professor propõe a resolução de problemas e os

conceitos surgem no seguimento dessa actividade. Na opinião da maioria dos alunos o trabalho realizado na aula de matemática é várias vezes feito em pares ou individualmente. Quando trabalham em pequeno grupo fazem-no, principalmente, de uma forma colaborativa. Raramente trabalham em grande grupo (turma). Os materiais que mais têm utilizado são a régua/compasso/esquadro, os sólidos geométricos, os acetatos, as fichas de trabalho e a calculadora. Ao nível da discussão das actividades, o que acontece várias vezes é que “o professor apresentava a resolução correcta e os alunos registavam essa resolução no caderno”, assim como “convidava um aluno a ir ao quadro apresentar a sua resolução” ou os “alunos com mais dificuldades”. Quanto ao tipo de instrumentos de avaliação das aprendizagens e/ou classificações, consideram, maioritariamente, que o professor pratica uma avaliação contínua e que propõe ‘trabalhos para casa’, sendo considerados para avaliação/classificação e não só em caso de indecisão entre dois níveis. A maioria, também é da opinião de que o professor considera os trabalhos de investigação ou de pesquisa para avaliar/classificar quando estes são realizados. Em relação à participação nas aulas, atitudes e valores, a maioria refere que estes parâmetros são considerados pelo professor para efeitos de avaliação/classificação. Quando confrontados com as afirmações “O professor só praticava uma avaliação sumativa” e “O professor só avaliava/classificava pelos testes” a maioria discorda, pois referem que o professor praticava também uma avaliação diagnóstica. Os alunos também referem que nem sempre o ‘caderno diário’ era considerado para avaliar/classificar.

- Em relação aos conhecimentos prévios que os alunos possuíam relativamente à unidade didáctica “Números reais. Inequações”, verifica-se que os alunos da turma 9ºE obtiveram um melhor desempenho em relação à turma 9ºG, obtendo uma média de 28,3% e 22,1% respectivamente. Às questões relativas aos novos conteúdos da unidade em estudo, a generalidade dos alunos não respondeu, salientando-se apenas os alunos que frequentam pela segunda vez o 9º ano de escolaridade. No entanto, às questões que contemplam conteúdos já abordados em anos anteriores, cerca de metade dos alunos conseguiu responder.

- Uma aula ideal, para os alunos, deve assentar, principalmente, no seguinte:

  - Ao nível da estrutura geral, os alunos têm a opinião de que o professor deve escrever o sumário, fazer a correcção dos trabalhos de casa, expôr a matéria e, por fim, propôr a realização de exercícios.
  - Quanto ao tipo de trabalho, os alunos consideram que este se deve efectuar essencialmente em pequeno grupo e a pares.
  - Em relação aos materiais consideram a utilização de vários, mas, os mais referidos são: livro, caderno, acetatos, computador e sólidos geométricos.
  - Em termos de tipo e instrumentos de avaliação, os alunos consideram, apenas, instrumentos de avaliação, tais como, os testes de avaliação, os trabalhos de casa, a participação e o comportamento.

- Quando lhes foi proposta a planificação de uma aula, segundo determinados itens, os alunos consideraram o seguinte:
  - Em relação aos objectivos da aula verificou-se que os alunos não perceberam o que lhes foi pedido, centrando-se na actuação do professor.
  - Ao nível dos conteúdos também se verificou que os alunos não têm uma noção bem definida, salientando-se apenas dois que enunciaram alguns.
  - Quanto às estratégias a adoptar, os alunos propuseram a resolução de exercícios, a explicação dos conteúdos de uma forma clara e simples e o esclarecimento de dúvidas.
  - No que se refere às tarefas a desenvolver, na sua maioria, os alunos referiram que estas deveriam assentar principalmente em exercícios. Uma pequena percentagem refere ainda fichas de trabalho e a ida ao quadro.
  - Os principais materiais que os alunos referiram foram: livro adoptado, retroprojector, acetatos, quadro, computador e calculadora.
  - Para os alunos, a avaliação deve ser efectuada de uma forma contínua (testes de avaliação, os trabalhos de casa, a participação e o comportamento).

7.2 – Quando os alunos assumem o papel de professores

Neste ponto evidenciam-se alguns aspectos da cultura matemática dos participantes no estudo, dando-se a conhecer a forma como os alunos planificaram e implementaram as aulas nas quais assumiram o papel de professores. Pretende-se contrastar tais actividades com o que referiram no Questionário Inicial e, posteriormente, analisar o impacto das mesmas na alteração de representações, opiniões e conhecimentos dos alunos.

Nesta análise, teve-se em atenção alguns aspectos considerados de grande importância para este estudo, tais como, o papel do 'aluno-professor' e do 'aluno', as estratégias e os materiais de apoio que o 'aluno-professor' privilegia, as tarefas que propõe e a avaliação que executa. Considerou-se relevante, ainda, as interacções que se estabeleceram entre 'aluno-professor' e 'aluno', e vice-versa, e também o ambiente da sala de aula.

7.2.1 – Planificação das aulas

Neste ponto descreve-se, sucintamente, como é que os alunos se organizaram para planificarem as aulas que iriam abordar e caracterizam-se os respectivos planos.

<u>Grupo IE</u>

Na primeira aula de planificação, os 'alunos-professores' deste grupo dividiram-se em pares, demonstrando estar um pouco entusiasmados com o novo papel que iriam desempenhar: um começou por ler em conjunto os conteúdos programáticos que tinha de "leccionar" e o outro pediu à professora (que consentiu) para ir à biblioteca buscar mais livros para complementar a planificação.

Quando os colegas regressaram à sala de aula com mais livros, a primeira reacção deste grupo foi a de começar a distribuir os livros por todos os elementos, para que cada um analisasse a matéria no livro respectivo. Por fim, envolveram-se numa discussão, ligeiramente animada, para planificarem a aula que tinham de leccionar. Denotou-se uma preocupação nestes alunos pois, ao serem confrontados com o facto de terem de "leccionar" a aula para os seus colegas, aperceberam-se que tinham de lhes ensinar os conteúdos programáticos de uma forma acessível mas correcta, pois os 'alunos' teriam de realizar um teste no final. Além disso poderiam ser confrontados com questões levantadas pelos próprios 'alunos', como se pode analisar pelo excerto de uma conversa do grupo:

EA3 – *"Temos de perceber bem a matéria para podermos preparar a aula dos nossos colegas."*
EA5 – *"Pois é! já viste se eles nos perguntam alguma coisa que não percebemos?"*
EA3 – *"Não podemos fazer figura triste!"*
EA5 – *"Mas não é só isso, eles vão ter de fazer teste e nós somos responsáveis".*

Neste grupo, estava uma das melhores alunas da turma (EA3), que se encarregou de explicar a matéria aos seus colegas, quando estes não compreendiam:

EA3 – *"É preciso ajudar alguém? Eu já percebi a matéria"*
EA4 – *"Eu não percebi nada!"*
EA3 –*"Então vamos começar. O que é um número natural?"* – e escreve, no caderno e nas folhas de planificação, alguns exemplos, para os colegas perceberem e para utilizarem quando estivessem a leccionar a aula.
EA4 – *"Não sei…"*
EA3 – *" É um número positivo que não tem vírgulas e não se escreve sob a forma de fracção ou raiz"*
EA4 – *"Já comecei a perceber alguma coisa."*

Esta aula de planificação terminou com os alunos a distribuírem tarefas entre si, nomeadamente, a recolha da matéria que iriam leccionar nos livros.

Na segunda aula, a aluna EA3 assumiu o comando do grupo, começando por verificar se cada um tinha cumprido a sua "missão", atribuída na aula anterior. De seguida, a mesma aluna assumiu também a elaboração da planificação, embora a efectuasse em conjunto com os colegas, de uma forma cooperativa:

EA3 – *"Se calhar é melhor fazer os exercícios do livro, para se poder seleccionar alguns exercícios a propor aos nossos colegas. O que dizem?"*
EA5 – *"É boa ideia, mas podíamos tentar fazer também uma ficha de trabalho a explicar a matéria, e depois mandá-los fazer outra ficha de trabalho com exercícios."*
EA6 – "*E por fim, mandar alguns dos exercícios do livro para trabalho de casa. O que acham?"*

Verifica-se que todos os elementos do grupo estão envolvidos em dar o seu melhor e, de uma aula para a outra, a planificação vai melhorando e o seu entusiasmo aumentando. Apenas uma das 'alunas-professores' deste grupo (EA4) não participa tanto na discussão da planificação da aula dando sugestões. Trata-se da uma aluna com PAEE (Plano de Apoio Educativo Especial), tem problemas de visão, não se esforça muito e, por consequência, por vezes não entende a matéria.

Na última aula de planificação deste grupo (IE) os 'alunos-professores' estruturaram a aula e distribuíram os conteúdos que cada um tinha de leccionar. Observou-se que cada 'aluno-professor' está a gostar do seu novo papel, com excepção da aluna EA4, que não mostra grande entusiasmo e, por isso, não se esforça muito. A cada um estava destinado dar um conteúdo diferente:

EA3 – *"Eu explico as dízimas, pode ser?"*
EA5 – *"E eu fico com a evolução dos números, explicar os conjuntos de números que existem e como se comportam entre si."*
EA4 – *"Eu escrevo no quadro o significado dos símbolos de:*$\in, \notin, \subset, \not\subset, \supset, \cap, \cup$*"*
EA6 – *"E eu falo dos valores aproximados".*

Acabaram esta aula a combinar quando, e onde, é que se juntavam para acertar mais alguns pormenores acerca da planificação da aula que iriam leccionar, nomeadamente a elaboração das fichas de trabalho. Os alunos efectuaram este trabalho fora da escola e sem o apoio dos professores, os quais não tiveram acesso às fichas antes da aula leccionada por estes alunos.

Deste modo, analisando a planificação facultada pelo grupo (anexo 3.4.1) verifica-se que não está muito discriminada – apenas fotocopiaram algumas páginas do manual escolar adoptado e sublinharam o que era importante leccionar; escreveram alguns conceitos em folhas soltas (anexo 3.4.1) e elaboraram uma ficha de trabalho informativa (anexo 3.5.1) com a matéria discriminada. Ao construí-la, tiveram a preocupação de sintetizar o mais importante da matéria que os 'alunos' deveriam saber. No entanto, uma análise mais pormenorizada permite verificar que apresenta bastantes incorrecções, tanto a nível científico, como terminológico e linguístico, como se pode verificar no seguinte exemplo (figura 7.21):

$\mathbb{Q}$ – Números Racionais: este conjunto contém os números fraccionários, ou seja, das dízimas. Este conjunto apesar de ser dos números fraccionários não engloba todos, só engloba dízimas finitas ou dízimas infinitas periódicas, ou seja, todos os quocientes que após vírgula terminam em zero ou têm uma sequência, mesmo que infinita, lógica. Este conjunto engloba o conjunto $\mathbb{Z}$.

Fig.7.21 – Tentativa de definição do conjunto Q apresentada pelo grupo IE.

Estas incorrecções foram colmatadas, posteriormente, pela professora, na aula destinada para esse efeito, para que os alunos não ficassem prejudicados.

A planificação incluiu também uma ficha de exercícios que integra a resolução de problemas, conhecimento de conceitos e procedimentos e conexão com a própria vida real (anexo 3.5.1).

Pela análise da planificação, ainda se constata que não definiram objectivos nem explicitaram qualquer estratégia de actuação didáctica, nem tipo e instrumentos de avaliação.

<u>Grupo IIE</u>

Na primeira aula de planificação, os 'alunos-professores' deste grupo começaram por ler em conjunto os conteúdos programáticos que tinham de "leccionar" a partir do livro adoptado. No entanto, um elemento do grupo, EA8, em concordância com os seus colegas, pediu à professora para se deslocar à biblioteca com intenção de requisitar alguns livros para consultarem, pois, começaram por ter algumas dúvidas na elaboração do plano de aula:

> **EA8 –** *"Stora também posso ir como os meus colegas de turma? Nós estamos a precisar de ir buscar mais material, para nos organizarmos".*
> **A professora –** "*Só vais tu e a Teresa (EA10), não podem ir todos."*

Os elementos do grupo, que ficaram na sala de aula, continuaram a ler o livro de texto e a tirarem notas, a par. Nesta aula, verificou-se que os alunos do grupo estavam entusiasmados, principalmente os dois alunos que se deslocaram à biblioteca, que demonstraram uma maior motivação com a ideia de serem professores.

Passados vinte minutos, chegaram os alunos que tinham ido à biblioteca, trocaram os livros entre si e começaram, individualmente, a analisá-los. No final, combinaram com quem ficava cada um dos livros, e acordaram em resolver os exercícios referentes à matéria, no livro de texto, para a aula seguinte, com o objectivo de, em conjunto, seleccionarem os que iam propor. Passado pouco tempo toca a campainha e a professora chama a atenção dos alunos para o facto de que, na próxima aula, deveriam trazer algum material de suporte, para não terem de se deslocar novamente à biblioteca.

Na aula seguinte de planificação, os elementos deste grupo reuniram-se para discutirem e analisarem o que já tinham lido e resolvido em casa. No entanto paradoxalmente, nesta aula não demonstraram estar muito entusiasmados, em virtude das dificuldades que iam sentindo.

Neste grupo, ressalta uma aluna, EA1, que, como já tinha percebido a matéria, passou parte desta aula a explicar aos seus colegas alguns exercícios que tinham ido para casa. Segue-se o diálogo:

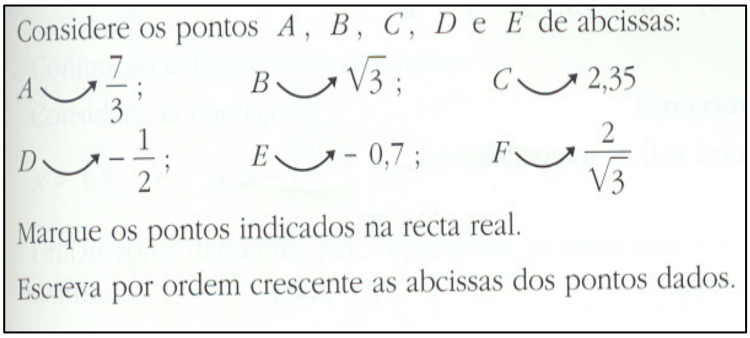
> **EA1 –** "*Então já perceberam a matéria?*"
> **EA8 –** "*Ainda não*, e não consegui resolver alguns exercícios que seleccionamos para fazer em casa."
> **EA7 –** "Penso que *era melhor, em conjunto, fazermos os exercícios todos do livro, antes de recorrermos aos outros livros que o Rui (EA8) foi buscar à biblioteca*."
> **EA10 –** "*Por mim, pode ser*."

Começaram por resolver em conjunto os exercícios do livro adoptado, relativos à matéria que teriam que abordar. Os alunos que conseguiram resolver os exercícios em casa ajudaram os restantes elementos do grupo. Depois, começaram a planificar a aula que iriam leccionar:

> **EA1 –** "Mas, c*omo é que vamos organizar a aula que vamos dar?*"
> **EA8 –** "*Acho que é melhor dividirmos a matéria por cada um, para depois, quando dermos a aula, sabermos quem explica o quê."*
> **EA1 – "***Tudo bem, mas a planificação deve ser feita em conjunto."*

EA7 – *"Também concordo, pois vamos pedir aos nossos 'alunos' para fazerem exercícios do livro, temos todos de saber o que é pedido, e não nos podemos esquecer que vamos ser solicitados sempre que alguém não perceba."*

Nesta aula, os 'alunos-professores', além de seleccionarem os exercícios que iam propor do livro adoptado, começaram por elaborar uma ficha de trabalho, com a intenção, provavelmente, de avaliar os seus 'alunos', dado que atribuíram cotações às respectivas questões (anexo 3.5.2). Alguns dos exercícios seleccionados apelam à utilização do compasso, régua e esquadro, como o seguinte exercício do livro adoptado que os 'alunos-professores' seleccionaram para a sua planificação (figura 7.22):


Considere os pontos A, B, C, D e E de abcissas:

$A \curvearrowright \frac{7}{3}$; $B \curvearrowright \sqrt{3}$; $C \curvearrowright 2{,}35$

$D \curvearrowright -\frac{1}{2}$; $E \curvearrowright -0{,}7$; $F \curvearrowright \frac{2}{\sqrt{3}}$

Marque os pontos indicados na recta real.

Escreva por ordem crescente as abcissas dos pontos dados.

Fig.7.22 – Exercício do livro adoptado.

Na última aula de planificação, os 'alunos-professores' deste grupo começaram a aula por concluir a ficha que organizaram para avaliação, tendo-se verificado alguma dificuldade da parte destes em atribuir as cotações às respectivas questões:

EA10 – *"Acho que a questão nº1 é a que devia ter mais peso, mas também não sei se será boa ideia darmos tanto valor a esta questão."*
EA1 – *"Eu também concordo, pois, provavelmente, eles vão sentir dificuldades na questão das raízes."*
EA8 – *"Então e a questão nº4? Não acham que devia ter o mesmo peso?"*

De seguida, rectificaram os exercícios que tinham seleccionado do livro adoptado (anexo 3.4.2) e elaboraram um plano com as tarefas atribuídas a cada elemento do grupo.

Ao analisar-se a planificação que os 'alunos-professores' efectuaram, percebe-se que, para eles, planificar uma aula é apenas sublinhar o que é importante em fotocópias de outro livro ou no livro adoptado, e escrever alguns conceitos em folhas soltas (anexo 3.4.2). Constata-se que não definiram objectivos nem explicitaram estratégias de actuação didáctica. Ao analisar-se os exercícios que seleccionaram para os seus 'alunos', verifica-se que são exercícios rotineiros e repetitivos. Para este grupo é importante que todos os elementos possuam uma folha onde constem as soluções dos exercícios propostos (anexo 3.5.2), assim como um plano com as tarefas atribuídas a cada um (anexo 3.5.2). Com esta atitude parecem ter medo de falhar e fazer "*má figura perante a turma*", como refere um 'aluno-professor'. Convém ainda referir que na planificação referem a realização de um teste de avaliação, que intitularam por Ficha de Matemática com as respectivas cotações e soluções (anexo 3.5.2). No final da aula, quando confrontados com a questão "Gostaram de elaborar um plano de aula?", a maioria afirmou que gostou e que se sentiu um pouco preocupada com tal responsabilidade.

Grupo IIIE

Tal como aconteceu nos outros grupos, a primeira aula de planificação foi passada a ler e a tirar notas sobre a matéria a leccionar no livro adoptado, por dois alunos, enquanto que os outros dois se deslocaram à biblioteca. Os alunos demonstraram estar um pouco preocupados, mas muito entusiasmados. Uma das alunas que ficou na sala de aula refere para a outra:

EA15 – *"No final temos que falar sobre o que lemos, pois todos têm de saber a matéria".*

Nota-se, nesta aluna, a preocupação de que todos os elementos do grupo compreendam a matéria que têm de leccionar aos colegas. Passados vinte minutos, os dois elementos que se deslocaram à biblioteca regressam com alguns livros e repartem-nos por todos. De seguida, individualmente, cada um efectua uma leitura pormenorizada acerca da matéria que têm de abordar.

Quando todos os elementos acabaram de ler, começaram a discutir e a tirar dúvidas entre si:

EA15 *– "Vamos começar por discutir o que lemos. O que é que acham?"*
EA9 *– "Sim é melhor, que houve algumas coisas que não percebi."*
EA15 *– "O que foi?"*
EA9 *– "É confuso perceber isto do que é um intervalo, como representá-lo…"*
EA2 *– "O que eu percebi é que primeiro têm de saber marcar pontos numa recta real."*

Os alunos deste grupo terminaram esta primeira aula de planificação a combinar o material que cada elemento do grupo deveria trazer para a próxima aula, nomeadamente, folhas de acetato, canetas para acetato, livros, etc…

Este grupo iniciou a segunda aula a organizar os acetatos de acordo com o material que tinha trazido, de uma forma entusiasta, pois é um tipo de tarefas que gostam de realizar.

Verificou-se alguma agitação no seio do grupo, principalmente porque tinham dificuldade em decidir acerca do que seria relevante para colocar nos acetatos (anexo 3.5.3), como se pode verificar a partir do seguinte diálogo:

EA9 *– "Acham que fazemos um acetato a explicar o que é um intervalo, ou explicamos oralmente?"*

EA2 *– "Se calhar é melhor explicarmos oralmente e colocamos no acetato as várias representações deste."*

EA15 *– "Estás a dizer fazer um esquema a representar um intervalo limitado, um ilimitado, é isso?"*

EA9 *– "Exactamente…é isso!"*

Terminaram a aula distribuindo o que cada um tinha de fazer em casa e trazer para a próxima aula. E a investigadora questionou sobre se estavam a gostar da experiência que estavam a viver, a resposta foi afirmativa por todos os elementos deste grupo.

Na terceira e última aula de planificação começaram por finalizar a elaboração dos acetatos que iriam utilizar para explicar os conteúdos programáticos que teriam de abordar – "Noção de intervalo de números reais, intersecção e reunião entre intervalos". De seguida, colocaram numa folha o que tinham de explicar, que chamaram de: "Tens de explicar que:..." (anexo 3.4.3). Depois, seleccionaram exercícios do livro adoptado, assim como os que iriam compôr a ficha de trabalho (3.5.3), também ela realizada em acetato. Observou-se um grande envolvimento em todos os elementos do grupo na elaboração do plano de aula. No entanto demonstraram estar muito nervosos com o resultado da própria aula que iriam abordar.

Observou-se que este grupo de 'alunos-professores' adoptou trabalhar cooperativamente enquanto estavam a elaborar a planificação, pois, como um 'aluno-professor' refere, "*é importante que todos estejam dentro da matéria, os nossos colegas provavelmente vão precisar de nós quando estiverem a resolver os exercícios que lhes propusermos.*"

Os exercícios seleccionados por este grupo, do livro adoptado (figura 7.23), foram basicamente exercícios de resolução rápida e que apelam ao conhecimento de conceitos e procedimentos.

1. Para cada uma das condições represente-a na recta real e escreva o intervalo de números reais correspondente.

1.1 $x < 3$;

1.2 $x \leqslant 1$;

1.3 $x \geqslant 0{,}5$;

1.4 $x > -\frac{1}{2}$;

1.5 $x \leqslant 100$;

1.6 $x \geqslant 10\,000$;

1.7 $0 \leqslant x \leqslant 3$;

1.8 $0 < x \leqslant 3$;

1.9 $0 < x < 3$;

2. Represente sob a forma de intervalo de números reais a condição:

2.1 x menor ou igual a 5 ;

2.2 x maior do que zero;

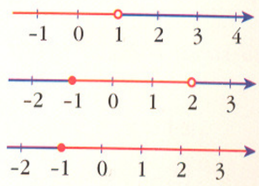
2.3 x maior do que -5 e menor do que 5 .

3. Escreva o intervalo e a condição correspondente à seguinte representação geométrica:

3.1

3.2

3.3



4. Represente geometricamente cada um dos intervalos de números reais.

4.1 $]-\infty\,,\ 2]$;

4.2 $]2\,,\ 5]$;

4.3 $]-\infty\,,\ 3[$;

4.4 $[5\,,\ +\infty[$;

4.5 $]-2\,;\ 1{,}3[$.

1. Dados os intervalos A e B, indique em cada caso o intervalo $A \cap B$.

1.1 $A = [1,\ 5]$; $B =]2\,,\ 3]$;

1.2 $A = [1,\ 3]$; $B = [3\,,\ 5]$;

1.3 $A = [1,\ 3]$; $B =]3\,,\ 5]$;

1.4 $A =]-10\,,\ 20]$; $B = \mathbb{R}_0^+$.

2. Escreva, sob a forma de intervalo:

2.1 $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geqslant 1{,}2\}$;

2.2 $B = \left\{x \in \mathbb{R} : x < \frac{1}{2}\right\}$;

2.3 $C = \{x \in \mathbb{R} : x > -1{,}2\}$;

2.4 $D = \left\{x \in \mathbb{R} : x \leqslant -\frac{1}{4}\right\}$;

2.5 $A \cap B$;

2.6 $A \cap C$;

2.7 $B \cap C$;

2.8 $B \cap D$.

4. Para cada um dos casos indique o conjunto $A \cup B$.

4.1 $A = [0,\ 4]$; $B = [1\,,\ 5[$;

4.2 $A =]-1,\ 2]$; $B =]2\,,\ 3]$;

4.3 $A =]0,\ 1]$; $B = [2\,,\ 3[$;

4.4 $A = \mathbb{R}_0^+$; $B = \mathbb{Z}^+$.

Fig.7.23 – Exercícios do livro adoptado propostos pelo grupo IIIE.

Pela análise da planificação, ainda se constata que não definiram objectivos nem explicitaram qualquer estratégia de actuação didáctica, nem tipo e instrumentos de avaliação.

Grupo IVE

Relativamente a este grupo, na primeira aula de planificação, a investigadora verificou que os alunos adoptaram o método de lerem primeiro o livro adoptado, como se pode verificar, pela seguinte conversa entre dois elementos deste grupo:

EA13 – *"Acho que é melhor começarmos por ler o livro. O que é que acham?"*
EA12 – *"É melhor, para sabermos que matéria vamos dar. "*

A investigadora reparou também que todos os elementos estavam preocupados em perceber o que iam leccionar, visto que os seus conteúdos eram os últimos a serem leccionados, mas, ao mesmo tempo, pouco entusiasmados. Por isso, por sugestão de um elemento, decidiram em conjunto resolver os exercícios do livro a partir do conteúdo – "Intervalos de números reais":

> ***EA11*** *– "Acho que é melhor começarmos por perceber alguns conceitos que os outros colegas vão dar porque a nossa matéria é a ultima."*
> ***EA14*** *– "Também acho…assim devemos ter mais facilidade em perceber depois a matéria."*

Nesta aula limitaram-se a fazer os exercícios do livro adoptado, terminando-a a planificar o que iam fazer na próxima aula pois distribuíram tarefas por cada um, nomeadamente acabar de fazer os exercícios e começar a estudar, em casa, a matéria que iam leccionar.

Na segunda aula de planificação, os alunos começaram por discutir o que cada um tinha estudado, continuando a demonstrar pouco entusiasmo:

> ***EA14 –*** *"Então como foi o estudo?"*
> ***EA11 –*** *"Não muito bem, porque ainda não consigo resolver uma inequação. Estou a ficar preocupada."*
> ***EA14 –*** *"Eu já percebi, pedi ajuda à minha irmã que esta no 11ºano, é fácil."*

E começa a explicar para todos o que tinha aprendido, tirando as dúvidas de alguns e conseguindo resolver alguns exercícios que os outros não tinham conseguido resolver do livro adoptado), assim, o clima de preocupação de alguns alunos foi desaparecendo. Esta aula termina com os alunos a resolverem exercícios. Os exercícios seleccionados por este grupo, do livro adoptado (figura 7.24), foram basicamente exercícios de resolução rápida, à excepção dos exercícios correspondentes à conjunção e disjunção de condições cuja resolução é mais demorada, e que apelam ao conhecimento de conceitos e procedimentos.

1. Resolva, em IR , cada uma das seguintes inequações e apresente a solução sob a forma de intervalo:

1.1 $x-1<5$;

1.2 $2b+1\leqslant 9$;

1.3 $a-4\geqslant 5$;

1.4 $8x-2\geqslant 20$;

1.5 $-1>x-4$;

1.6 $30\leqslant 17+3x$;

1.7 $a-2\leqslant 3a$;

1.8 $5-y\geqslant 3$;

1.9 $12\leqslant 5-2x$;

1.10 $2-x>3-2x$;

1.11 $x-5>3x-1$;

1.12 $-8x-7\leqslant -2x+5$.

3. Resolva cada uma das inequações seguintes apresentando o conjunto-solução sob a forma de intervalos de números reais.

3.1 $2x-1>3$;

3.2 $\frac{1}{2}-3x>-8x$;

3.3 $2(1-x)<-3(1+x)$;

3.4 $1-2x>-5$;

3.5 $-(1+3x)\leqslant -\frac{5}{2}$;

3.6 $\frac{5x-3}{2}>7x$;

3.7 $\frac{1-(2x-1)}{2}\leqslant 0$;

3.8 $1-5x\geqslant 2-\frac{x+1}{3}$.

5. Resolva cada uma das seguintes conjunções:

5.1 $\begin{cases} x-6<3x \\ 1-\frac{x-1}{3}>x \end{cases}$

5.2 $1-(x+2)<0 \wedge -x+\frac{1}{6}\leqslant 3$.

6. Resolva cada uma das disjunções:

6.1 $x>2 \vee \frac{x-1}{3}>0$;

6.2 $x-1<\frac{1}{3} \vee \frac{x}{2}<0$.

Fig.7.24 – Exercícios do livro adoptado propostos pelo grupo IVE.

Por fim, na última aula, começaram a planificar a aula que iriam leccionar, nomeadamente o que cada um ia fazer:

EA14 *– "Eu não me importo por ficar com a parte de explicar no quadro a resolução de uma inequação."*

Os seus colegas não se importaram. Estruturaram a aula por todos do seguinte modo: um elemento ficava responsável por ditar o sumário, outro por explicar a resolução de uma inequação de um livro de exercícios (anexo 3.5.4) no quadro e os outros dois ficavam com a responsabilidade de dizer os exercícios que os colegas tinham de resolver do livro adoptado, assim como em dar apoio à colega que possui problemas de visão. No final desta aula, os alunos foram inquiridos sobre o gosto de planificarem uma aula. Só uma minoria (EA14) é que revelou que gostou – *"eu até gostei de planificar uma aula porque compreendi bem a matéria"* – e o restante não possuía uma opinião bem formada.

Em relação à planificação que este grupo elaborou verifica-se que não definiram objectivos nem explicitaram qualquer estratégia de actuação didáctica. Da planificação só constam fotocópias de um livro de exercícios (anexo 3.4.4) que explicam alguns conceitos, nomeadamente, o de solução de inequação e regras para a sua resolução. Verifica-se que o seu pouco entusiasmo, demonstrado durante as aulas de planificação, reflectiu-se na pouca criatividade na elaboração do plano de aula. Só foram utilizados o quadro, giz e o livro adoptado. Além disso, não utilizaram quaisquer tipos e instrumentos de avaliação.

Grupo IG

Nesta primeira aula de planificação os alunos juntaram-se em grupo para começarem a preparar os conteúdos que teriam de abordar, adoptando o método de ler os conteúdos, individualmente ou a pares, utilizando o livro adoptado. Posteriormente, discutiam os conteúdos em conjunto:

GA3 – *"Já perceberam a matéria?"* Pergunta a todos os elementos do grupo.
GA17 – *"Nem por isso, acho que tenho de voltar a ler."*

Esta aula foi bastante calma para este grupo pois os alunos limitaram-se a ler o livro, a retirar notas e a discutirem, em pares, essencialmente o que não percebiam. No final, a professora sugeriu-lhes que trouxessem material para as próximas aulas.

Na segunda aula de planificação trouxeram mais livros e algum material para efectuarem a planificação, nomeadamente folhas de acetato (anexo 3.5.5). Aqui já se mostraram mais entusiasmados. Seleccionaram alguns exercícios do livro adoptado de resolução rápida e que apelavam apenas ao conhecimento de alguns conceitos e procedimentos para proporem aos seus colegas ('alunos') (figura 7.25):

1. Complete o quadro colocando uma cruz quando o número pertence ao conjunto.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$\frac{2}{3}$			×	×
-4				
9				
$-1{,}36$				
$\sqrt{17}$				
0				

2. Dos seguintes números indique os que são racionais e os que são irracionais:

$\frac{1}{7}$; -15 ; $0{,}3\,(6)$; $1{,}37$;

$\sqrt{17}$; $12{,}(57)$; $4{,}010\,010\,001\ \ldots$

1. Para completar

Copie as expressões para o seu caderno e complete-as de modo a obter afirmações verdadeiras, utilizando:

1.1 Os símbolos $\in$ ou $\notin$

$5 \ldots \mathbb{N}$; $-9 \ldots \mathbb{N}$; $\frac{3}{5} \ldots \mathbb{Q}$; $5 \ldots \mathbb{R}^+$; $-\sqrt{9} \ldots \mathbb{Z}^-$; $\sqrt{0{,}4} \ldots \mathbb{Q}^+$;

$-1{,}2 \ldots \mathbb{Z}$; $\sqrt{25} \ldots \mathbb{Z}$; $17 \ldots \mathbb{Q}$; $0 \ldots \mathbb{R}$; $-\pi \ldots \mathbb{R}$; $\frac{0}{2} \ldots \mathbb{R}_0^-$.

1.2 Os símbolos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$

$\frac{3}{2} \in \ldots$; $-\sqrt{3} \in \ldots$; $-\sqrt{4} \in \ldots$; $0{,}0001 \notin \ldots$; $-15{,}3 \in \ldots$; $\sqrt{1{,}5} \in \ldots$.

2. Escrever números

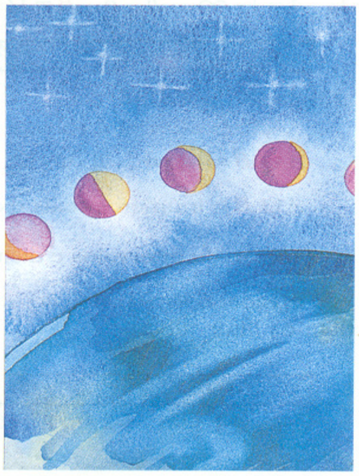
Escreva:

2.1 três números naturais maiores do que 10 ;

2.2 três números inteiros consecutivos não naturais;

2.3 três números reais negativos e não inteiros;

2.4 três números reais positivos não racionais.



3. Ou é verdadeiro ou é falso

Diga, justificando, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

3.1 todo o número real é racional;

3.2 todo o número natural é inteiro;

3.3 todo o número real é irracional.

4. Os números fraccionários e as dízimas

Considere os seguintes números:

$\frac{7}{8}$; $\frac{18}{5}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{122}{99}$; $\frac{41}{333}$; $\frac{697}{330}$.

4.1 Escreva a dízima correspondente a cada um.

4.2 As dízimas escritas em 4.1 são finitas ou infinitas?

4.3 Para cada dízima que escreveu indique o período.

5. Mantendo a regularidade

Supondo que se mantém a regularidade na parte decimal, diga, para cada uma das dízimas seguintes, se se trata de um número racional ou de um número irracional.

(A) $4{,}333\,33\ \ldots$; **(B)** $3{,}014\,0014\,00014\ \ldots$;

(C) $0{,}121\,1121\,11121\ \ldots$; **(D)** $3{,}15\,123\,123\,123\ \ldots$.

Fig.7.25 - Exercícios do livro adoptado, seleccionados pelos alunos do grupo IG.

No entanto, só elaboraram os acetatos que iriam utilizar (anexo 3.5.5), na última aula. Nesta aula, os alunos elaboraram os acetatos após terem seleccionado a informação necessária, embora após uma análise mais pormenorizada verifica-se que apresenta algumas incorrecções a nível científico como linguístico (anexo 3.5.5). Por fim, estruturaram a aula, distribuindo tarefas entre si, conforme se pode verificar a partir do seguinte diálogo entre os vários elementos do grupo:

GA4 - *"Como vamos estruturar a aula? Quem diz o quê?".*
GA11 –*"Eu não me importo de começar a aula a ditar o sumário."*
GA14 *– "Eu posso explicar os vários conjuntos fazendo um esquema no quadro."*
GA17 – *"Já eu prefiro fazer a correcção de dos exercícios que lhes colocarmos do livro adoptado."*
GA3 *– "Eu explico o acetato referente à classificação das dízimas."*

Pela análise da planificação deste grupo, verifica-se que não definiram objectivos nem explicitaram qualquer estratégia de actuação didáctica, nem tipo(s) e instrumento(s) de avaliação. Limitaram a planificação a uma folha solta apenas (anexo 3.4.5) a qual apresenta algumas incorrecções a nível científico, nomeadamente:

" Z – nº inteiro, fraccionários

N – irracionais".

Nas folhas de acetato elaboradas encontram-se algumas incorrecções a nível linguístico, nomeadamente erros ortográficos "pontu" (ponto) e construção das frases: "Quando se vais a loja não se usam valores exactos, mas sim aproximados".

Na planificação também constam algumas páginas do livro adoptado (anexo 3.4.5).

No final da aula foi colocada a seguinte questão: *"Gostaram de elaborar um plano de aula?"*

Todos os elementos deste grupo revelaram: *"Adorámos, agora esperamos que a aula corra bem"*.

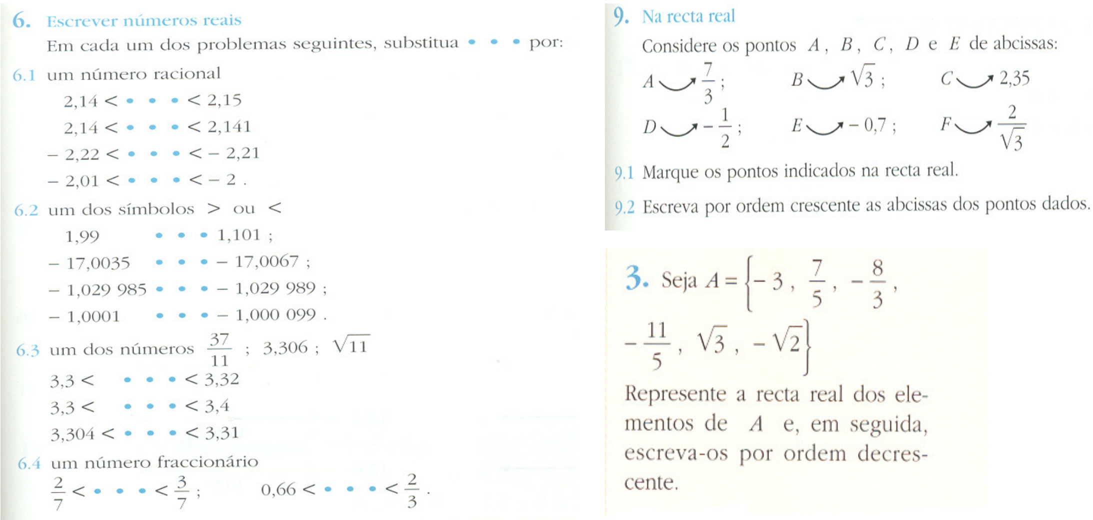
<u>Grupo IIG</u>

Este grupo também começou a primeira aula de uma forma idêntica ao grupo anterior, lendo o livro adoptado, mas, passado algum tempo, aperceberam-se que o livro adoptado não tinha muito material para efectuar a planificação, apenas alguns exercícios que podiam propor. Um dos alunos (GA12) pediu à professora para se deslocar à biblioteca, demonstrando estar muito preocupado:

GA12 *– "Stora o nosso livro não tem muita coisa, assim não vamos muito longe. Posso ir á biblioteca?".*

Quando regressou trazia consigo fotocópias de alguns livros onde tinha encontrado, de uma forma mais pormenorizada, matéria a leccionar. Neste momento, observou-se que todos os elementos estavam felizes. Um dos alunos (GA2) começou a ler em voz alta, sublinhando os aspectos principais (anexo 3.4.6) e seleccionando, posteriormente, alguns exercícios das fotocópias, que apresentaram num acetato elaborado posteriormente (anexo 3.5.6).

Estes exercícios, representados na imagem seguinte, foram todos resolvidos pelos elementos do grupo na segunda aula de planificação (figura 7.26) e constam no livro adoptado:



6. Escrever números reais

Em cada um dos problemas seguintes, substitua • • • por:

6.1 um número racional

2,14 < • • • < 2,15
2,14 < • • • < 2,141
– 2,22 < • • • < – 2,21
– 2,01 < • • • < – 2 .

6.2 um dos símbolos > ou <

1,99 • • • 1,101 ;
– 17,0035 • • • – 17,0067 ;
– 1,029 985 • • • – 1,029 989 ;
– 1,0001 • • • – 1,000 099 .

6.3 um dos números $\frac{37}{11}$; 3,306 ; $\sqrt{11}$

3,3 < • • • < 3,32
3,3 < • • • < 3,4
3,304 < • • • < 3,31

6.4 um número fraccionário

$\frac{2}{7}$ < • • • < $\frac{3}{7}$; 0,66 < • • • < $\frac{2}{3}$.

9. Na recta real

Considere os pontos A, B, C, D e E de abcissas:

$A \curvearrowright \frac{7}{3}$; $B \curvearrowright \sqrt{3}$; $C \curvearrowright 2{,}35$
$D \curvearrowright -\frac{1}{2}$; $E \curvearrowright -0{,}7$; $F \curvearrowright \frac{2}{\sqrt{3}}$

9.1 Marque os pontos indicados na recta real.

9.2 Escreva por ordem crescente as abcissas dos pontos dados.

3. Seja $A = \left\{-3,\ \frac{7}{5},\ -\frac{8}{3},\ -\frac{11}{5},\ \sqrt{3},\ -\sqrt{2}\right\}$

Represente a recta real dos elementos de A e, em seguida, escreva-os por ordem decrescente.

Fig.7.26 - Exercícios do livro adoptado, seleccionados pelos alunos do grupo IIG.

Esta aula iniciou-se com os alunos a analisarem os vários livros que cada elemento trouxe. Verificou-se que todos colaboraram nesta tarefa, mostrando-se entusiasmados. Os alunos deste grupo consideraram que podiam fotocopiar uma das páginas de um dos livros e transformá-la em acetato (anexo 3.5.6), como refere uma aluna (GA6): *"No meu ponto de vista esta folha esta óptima para explicarmos a construção das raízes de 2 e de 3".* Os alunos seleccionaram, ainda, os conceitos que pretendiam colocar num acetato depois de terem feito resumos dos aspectos principais a abordar (anexo 3.4.6). Verificaram-se, tal como nos outros grupos, algumas dificuldades na selecção da informação para a sua elaboração. Este foi elaborado na última aula, assim como uma ficha de trabalho, que foi apresentada aos alunos também sob a forma de acetato (anexo 3.5.6). Esta é constituída por exercícios de cálculo rápido, para cuja resolução basta que os 'alunos' saibam os conceitos que, eventualmente, memorizaram. Esta aula terminou com os alunos a coordenarem os vários momentos da aula que iriam leccionar. Durante a aula, os alunos, foram questionados sobre se estavam a gostar de assumir o papel de professor na elaboração de um plano de aula. A maioria refere que inicialmente não estavam a gostar muito, pois *"sentimos muitas dificuldades"*, mas com o tempo até tinham gostado.

Analisando a planificação efectuada, constata-se que não definiram objectivos nem explicitaram qualquer estratégia de actuação didáctica, nem tipo e instrumentos de avaliação. Sublinharam os aspectos principais em fotocópias e numa folha solta, escrita à mão (anexo 3.4.6). Nos acetatos elaborados não se encontraram incorrecções do ponto de vista linguístico, terminológico e científico.

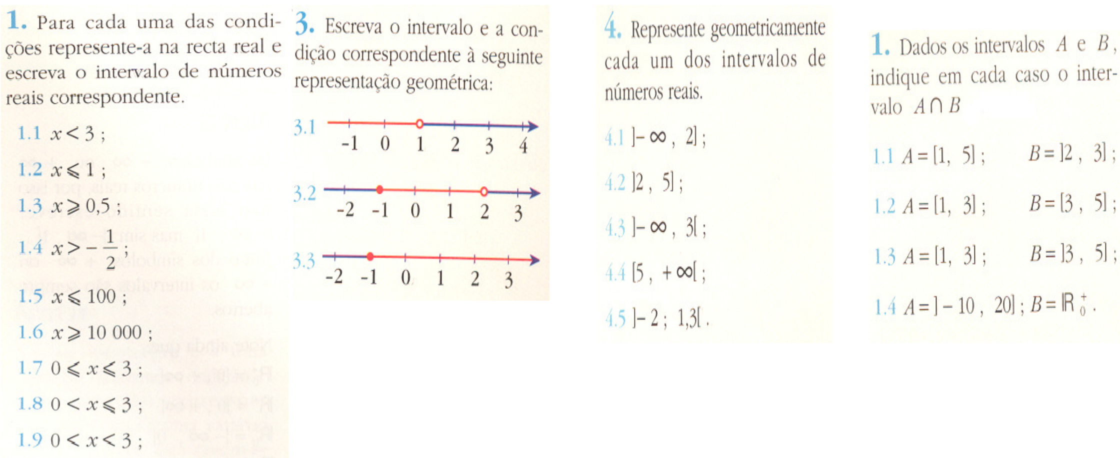
Grupo IIIG

Tal como nos grupos anteriores, este começou a primeira aula de planificação com a leitura do livro adoptado, retirando notas em folhas soltas (anexo 3.4.7) e a resolver os exercícios deste, que posteriormente seleccionaram para propor para trabalho de casa. Discutiam entre si, de uma forma ordenada, aqueles que não conseguiam resolver, mas no final acabaram por conseguir resolvê-los. Notava-se uma satisfação aparente quando tal acontecia: *"que fixe…afinal não é difícil este exercício, acho que o podemos colocar aos nossos colegas"* e até um certo entusiasmo em continuar a resolvê-los. Terminaram a aula a distribuir tarefas por cada elemento do grupo.

Na segunda aula levaram também, como material, folhas de acetato para suporte da abordagem dos conteúdos a leccionar (anexo 3.5.7). Discutiram em conjunto e seleccionaram os conteúdos que queriam abordar, ficando um aluno responsável pela elaboração dos acetatos por recurso ao computador (anexo 3.4.7), deixando para a última aula a sua conclusão (anexo 3.5.7). Esta foi toda passada na conclusão dos acetatos e na elaboração de uma ficha de trabalho (anexo 3.4.7) que, posteriormente, em casa, foi passada, por um 'aluno-professor', a computador e que estava destinada a acetato (anexo 3.5.7). Os exercícios seleccionados para a ficha de trabalho são de resolução rápida.

Verificou-se que os alunos trabalharam cooperativamente na estrutura da aula, pois todos participaram na elaboração dos materiais que iam utilizar. Observou-se um espírito de camaradagem entre todos, demonstrando que gostaram de elaborar o plano de aula, pois, durante as três aulas de planificação, revelaram-se entusiasmados e bastante concentrados no seu novo papel.

Analisando a planificação elaborada (anexo 3.4.7) e os materiais utilizados durante a aula de implementação (anexo 3.5.7), verifica-se que apenas um acetato apresenta uma incorrecção linguística "Até agora temos vindo a estudar os conjuntos de números e como representámos, numa recta". Mas a nível científico não apresentam incorrecções. Trata-se de uma planificação onde não são expressos objectivos, estratégias de actuação e tipos de avaliação, apenas possui os conteúdos que têm de explicar descritos. Quanto aos exercícios seleccionados por este grupo, do livro adoptado (figura 7.27), para propor para trabalho de casa, foram basicamente exercícios de resolução rápida e que apelam ao conhecimento de conceitos e procedimentos.


1. Para cada uma das condições represente-a na recta real e escreva o intervalo de números reais correspondente.

1.1 $x < 3$;
1.2 $x \leqslant 1$;
1.3 $x \geqslant 0,5$;
1.4 $x > -\frac{1}{2}$;
1.5 $x \leqslant 100$;
1.6 $x \geqslant 10\,000$;
1.7 $0 \leqslant x \leqslant 3$;
1.8 $0 < x \leqslant 3$;
1.9 $0 < x < 3$;

3. Escreva o intervalo e a condição correspondente à seguinte representação geométrica:

3.1
3.2
3.3

4. Represente geometricamente cada um dos intervalos de números reais.

4.1 $]-\infty, 2]$;
4.2 $]2, 5]$;
4.3 $]-\infty, 3[$;
4.4 $[5, +\infty[$;
4.5 $]-2; 1,3[$.

1. Dados os intervalos A e B, indique em cada caso o intervalo $A \cap B$

1.1 $A = [1, 5]$; $B =]2, 3]$;
1.2 $A = [1, 3]$; $B = [3, 5]$;
1.3 $A = [1, 3]$; $B =]3, 5]$;
1.4 $A =]-10, 20]$; $B = \mathbb{R}_0^+$.

Fig.7.27 – Exercícios do livro adoptado, seleccionados pelos alunos do grupo IIIG, para trabalho de casa.

<u>Grupo IVG</u>

Este grupo não fugiu à regra, adoptando como estratégia inicial a leitura do livro e a resolução dos exercícios deste, sendo a sua planificação composta por fotocópias do livro adoptado (anexo 3.4.8). A discussão entre os vários elementos foi animada. Visto que nem todos trabalhavam ao mesmo ritmo, quando algum dos colegas ficava para trás na resolução de alguma tarefa, tentavam ajudá-lo a superar as dificuldades em conjunto. Com esta atitude, demonstraram que estavam muito preocupados em que todos percebessem a matéria, como refere EG18: *"temos que perceber todos a resolução de uma inequação, pois ao propormos a resolução de exercícios do livro qualquer um pode pedir ajuda na resolução"*. Terminaram esta aula combinando quais os exercícios do livro que tinham de continuar a resolver: *"para a próxima aula temos de resolver os exercícios 5, 6, 7, 8 das páginas 126 e 127 e os exercícios 3, 5 da página 128 do livro".*

A segunda e última aula foi, também, de resolução de exercícios e de discussão dos mesmos, os resolvidos em casa e os das aulas. Também nestas aulas os alunos discutiram e seleccionaram os exercícios que iam propor aos colegas ('alunos'). Notava-se a preocupação de todos os elementos em conseguirem resolver todos os exercícios que iriam propor aos colegas, e assim *"não fazerem figura triste"* como refere uma das alunas. Os exercícios seleccionados são de cálculo rápido só se tendo de conhecer as regras de resolução de uma inequação e saber aplicar a noção de conjunção e disjunção de condições (figura 7.28).

1. Resolva, em $\mathbb{R}$, cada uma das seguintes inequações e apresente a solução sob a forma de intervalo:

1.1 $x - 1 < 5$;

1.2 $2b + 1 \leqslant 9$;

1.3 $a - 4 \geqslant 5$;

1.4 $8x - 2 \geqslant 20$;

1.5 $-1 > x - 4$;

1.6 $30 \leqslant 17 + 3x$;

1.7 $a - 2 \leqslant 3a$;

1.8 $5 - y \geqslant 3$;

1.9 $12 \leqslant 5 - 2x$;

1.10 $2 - x > 3 - 2x$;

1.11 $x - 5 > 3x - 1$;

1.12 $-8x - 7 \leqslant -2x + 5$.

3. Resolva cada uma das inequações seguintes apresentando o conjunto-solução sob a forma de intervalos de números reais.

3.1 $2x - 1 > 3$;

3.2 $\frac{1}{2} - 3x > -8x$;

3.3 $2(1 - x) < -3(1 + x)$;

3.4 $1 - 2x > -5$;

3.5 $-(1 + 3x) \leqslant -\frac{5}{2}$;

3.6 $\frac{5x - 3}{2} > 7x$;

3.7 $\frac{1 - (2x - 1)}{2} \leqslant 0$;

3.8 $1 - 5x \geqslant 2 - \frac{x + 1}{3}$.

5. Resolva cada uma das seguintes conjunções:

5.1 $\begin{cases} x - 6 < 3x \\ 1 - \frac{x - 1}{3} > x \end{cases}$

5.2 $1 - (x + 2) < 0 \wedge -x + \frac{1}{6} \leqslant 3$.

6. Resolva cada uma das disjunções:

6.1 $x > 2 \vee \frac{x - 1}{3} > 0$;

6.2 $x - 1 < \frac{1}{3} \vee \frac{x}{2} < 0$.

3. À procura do conjunto-solução

Represente, sob a forma de intervalo, o conjunto-solução de cada uma das seguintes inequações:

3.1 $2(4 - a) \geqslant 3 - 7a$;

3.2 $1 - 3(b - 1) \leqslant 5b$;

3.3 $2(x - 7) \leqslant 1 - \frac{x - 4}{3}$;

3.4 $1 - \frac{2x - 1}{2} \leqslant 6(x - 3)$;

3.5 $0{,}1x - 3(1 - 3x) < \frac{1}{2}x$;

3.6 $\frac{y - \frac{1}{3}}{2} > y$;

3.7 $1 - \frac{\frac{3(x + 1)}{2}}{3} \leqslant 0$;

3.9 $6\left(2 - \frac{1}{3}x\right) < 2(8 - x)$;

Fig. 7.28 - Exercícios do livro adoptado, seleccionados pelos alunos do grupo IVG.

No final da última aula os alunos deste grupo foram questionados sobre se tinham gostado de terem passado pela experiência de planificar uma aula para os colegas. A maioria referiu que gostou mas que inicialmente ficaram muito nervosos e com medo de não conseguirem perceber a matéria que tinham que leccionar. Mas como todos colaboraram, as dificuldades sentidas inicialmente foram desaparecendo. Contudo, na planificação que apresentaram, que são apenas fotocópias do livro adoptado (anexo 3.4.8), verifica-se que os alunos não definiram objectivos e não apresentaram nenhuma estratégia de actuação didáctica. No entanto, por observação, verificou-se que elaboraram um plano de aula oralmente, distribuindo tarefas pelos vários elementos do grupo.

Os materiais que os alunos seleccionaram para a aula de implementação foram: o quadro, giz e livro adoptado (anexo 3.5.8). Na planificação não aparece discriminado os materiais que iriam utilizar, pois são apenas fotocópias do livro adoptado (anexo 3.4.8). Contudo, durante a segunda aula de planificação, um aluno (EG5) traça o esquema da aula que iriam dar: *"Eu peço-lhes para fazerem os exercícios do livro, a Joana* (GA15) *dita o sumário, a Filipa* (EG18) *explica como se resolve uma inequação no quadro, o Pedro e o Carlos* (EG9 e EG10) *resolvem no final os exercícios que suscitaram mais dúvidas, porque os outros exercícios são alguns colegas que pedimos para irem resolver no quadro."*

7.2.2 – Implementação das aulas

Neste ponto, explicita-se como é que cada grupo implementou as aulas que previamente planificou e tenta-se contrastar tal actuação com a planificação e com as respostas ao Questionário Inicial sobre uma aula "ideal".

Grupo IE

Os 'alunos-professores' deste grupo não tiveram de preparar a sala, pois apenas necessitaram de utilizar o quadro e as fichas de trabalho. Apresentavam-se um pouco nervosos e, simultaneamente, excitados, como se pode depreender pelo comentário de uma 'aluna-professora':

> *"Que fixe! Hoje vou ser a professora. Ai de alguém que faça barulho! Vai logo para a rua!".*

Uma aluna, sentada à secretária, ditou o sumário e os outros elementos do grupo concentraram-se perto da porta, enquanto os 'alunos' iam escrevendo no caderno diário.

O 'aluno-professor' EA4 inicia a aula explicando aos 'seus' 'alunos' os conteúdos que vão abordar:

> ***EA4** – "Hoje vamos estudar os números reais, a classificação de dízimas e valores aproximados."*

De seguida, o 'aluno-professor' EA5 ditou o sumário:

> ***EA5** – "Estudo dos principais conjuntos numéricos. Classificação de dízimas e valores aproximados. Resolução de uma ficha de trabalho de consolidação da matéria."*

Depois, o 'aluno-professor' EA6 distribuiu uma ficha informativa[1] sobre a matéria a leccionar. Nesta altura, a sala encontrava-se em silêncio, mostrando que os 'alunos' estavam curiosos, pois, tratava-se do primeiro grupo de 'alunos-professores' que iriam leccionar a matéria.

Fig.7.29 – 'Aluno-professor' – EA3 – a expor os conteúdos utilizando o quadro.

De seguida, um dos 'alunos-professores' – EA3 – efectua a introdução de conceitos utilizando o quadro (figura 7.29), interagindo constantemente com os 'alunos'. Efectua um esquema sobre a relação entre os principais conjuntos e recorre a vários exemplos para informar os seus 'alunos' sobre que números pertencem a cada um dos conjuntos. Quando confrontado com questões dos 'alunos' acerca da matéria que está a leccionar, responde evidenciando muita segurança. Por vezes são os seus colegas 'alunos-professores' que respondem, demonstrando, desta forma, que todos percebem a matéria que estão a leccionar. Contudo todo o grupo demonstrou estar ainda muito nervoso. Depois, o 'aluno-professor' – EA3 – continua a expôr os conceitos no quadro, enquanto os seus 'alunos', que estão atentos, passam devidamente a matéria para o caderno diário. Agora explica a classificação das dízimas, adoptando outra vez a utilização de exemplos:

> ***EA3*** – *"A dízima relativa a esta fracção $\frac{2}{5}$ é uma dizima finita, porque $\frac{2}{5} = 0{,}4$, termina no quatro, tem fim. Por isso, é que designamos por dizima finita."*

E aponta para o exemplo que coloca no quadro. Os alunos até agora pareciam estar a perceber o que estava a ser explicado e questionavam sempre que não percebiam. Quanto à ficha informativa que foi distribuída no início da aula, verifica-se que os 'alunos' a guardam e não lhe prestam muita atenção, preferindo estar atentos à exposição do 'aluno-professor'.

De seguida, o 'aluno-professor' continua a sua exposição de uma forma calma, apoiando-se nos apontamentos que elaborou, em conjunto com os seus colegas de grupo, nas aulas de planificação (anexo 3.4.1), embora não utilize os mesmos exemplos:

> ***EA3*** – *"$\frac{2}{3} = 0{,}66666... = 0,(6)$, é uma dízima infinita periódica, é infinita porque não tem fim e é periódica porque o último algarismo se repete indefinidamente, neste caso é o 6, que designamos por*

[1] Um 'aluno-professor' justificou a razão da utilização da ficha informativa, numa conversa informal efectuada no final desta aula, do seguinte modo: *"Damos esta ficha informativa porque, assim, achamos que os nossos colegas nos conseguem acompanhar enquanto leccionamos a aula e quando lhe propusermos a resolução de uma ficha de trabalho, que será dada mais para o final da aula".*

período. Já $\sqrt{2} = 1{,}414213....$ *é uma dízima infinita não periódica. É infinita porque não tem fim e é não periódica porque os algarismos não se repetem.*"

Para explicar a noção de valores aproximados, um dos 'alunos-professores' – EA6 – utilizou uma falsa questão do dia-a-dia, que não está expressa na planificação, e que foi:

EA6 – "*A Ilda deslocou-se a uma retrosaria para comprar tecido para fazer um vestido. Após ter tirado as medidas verificou que necessitava de* $\sqrt{16}$ *m de tecido. Arredonda de maneira a que o tecido chegue para o vestido.*"

Esta questão foi resolvida no quadro pelo 'aluno-professor' após ter concedido alguns minutos para os 'alunos' a resolverem no caderno.

Por vezes, perguntam: "*Quem tem dúvidas?*"; "*Quem é que não percebeu?*" Quando algum 'aluno' refere que não percebeu, o 'aluno-professor' tem a preocupação de encontrar outro exemplo para explicar melhor. Com esta atitude os 'alunos-professores' transmitem segurança aos seus colegas ('alunos').

De seguida, o 'aluno-professor' EA5 distribui uma ficha de trabalho e propõe aos 'alunos' que se juntem em pequeno grupo para a sua resolução.

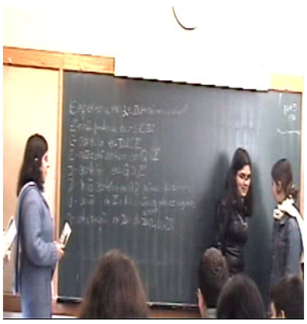


Fig.7.30 – 'Aluno-professor' – EA5 – a expor conteúdos utilizando o quadro.

Para que os seus 'alunos' conseguissem efectuar a questão nº 3 da ficha de trabalho (anexo 3.5.1), o 'aluno-professor' EA5 utiliza novamente o quadro e coloca a seguinte questão – *"Completa, de forma a obter proposições verdadeiras:*

a) IN____ Z; (...); i) -9,887___ $\{\text{números irracionais}\}$*",*

para explicar o que significa cada um dos símbolos de $\in, \notin, \subset, \not\subset, \supset$, $\cup$, $\cap$ e escreve também o significado de cada símbolo, como se pode observar pela figura 7.30. Os 'alunos' continuam atentos e concentrados, demonstrando estar preocupados em perceber a matéria leccionada.

Depois da exposição do 'aluno-professor', seguiu-se a resolução de uma ficha de trabalho, constituída por exercícios de consolidação da matéria, a qual se realizou com auxílio de uma máquina de calcular. Os 'alunos' juntaram-se preferencialmente em pequeno grupo, embora a figura 7.31 não seja muito elucidativa sobre este modo de trabalho.

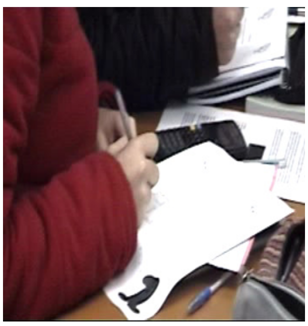


Fig.7.31 – 'Aluno' a resolver uma ficha de trabalho em pequeno grupo.

Ouviam-se comentários entre os elementos dos pequenos grupos sobre os resultados que iam obtendo. Os que terminavam a ficha de trabalho e aqueles que tinham dúvidas na sua resolução iam chamando os 'alunos-professores' para confirmarem os resultados pois não possuíam as soluções dos exercícios desta. No final de todos os 'alunos' resolverem a ficha de trabalho, os 'alunos-professores' efectuaram a sua correcção, utilizando novamente o quadro, e interagindo com os 'alunos', solicitando a vários que fossem efectuar a resolução ao quadro:

"1) $Q \supset \left\{0; 1,(6); \frac{7}{3}; \frac{1}{3}\right\}$ (…)

2) $\sqrt{5} = 2{,}236067977... \approx$ 2,2m (…) "

Os 'alunos-professores', quando solicitavam a um 'aluno' para se deslocar ao quadro, escolhiam preferencialmente os 'alunos' com menos dificuldades e pediam-lhes para explicar a sua resolução. Antes de terminar a aula, o 'aluno-professor' – EA6 – propõe a resolução de exercícios do livro adoptado para casa. Quando terminou a aula, observou-se que os 'alunos-professores' se sentiam aliviados e satisfeitos pois, como refere um 'aluno-professor', *"dentro do possível a aula até correu como o previsto"*. Os 'alunos' referiam que tinham percebido a matéria e até tinham gostado, embora achassem que percebiam melhor se fosse a professora a explicar.

Resumindo, verifica-se que:

Objectivos – não foram explicitados quaisquer objectivos.

Estrutura geral – o professor expõe a matéria no quadro de uma forma muito formal, essencialmente a partir de exemplos muito abstractos que não evidenciam qualquer relação com outros tópicos matemáticos ou outras áreas disciplinares do dia-a-dia e propõe a resolução de exercícios de consolidação com as mesmas características numa ficha de trabalho e para casa.

Formas de trabalho – na parte da exposição do professor, fomentou-se muito pouco a interacção 'professor-aluno(s)'-'aluno(s)' e na parte da resolução da ficha de exercícios, o trabalho, aparentemente realizado segundo uma disposição em pequeno grupo, proporcionou principalmente o tipo de comunicação 'aluno(s)' -'aluno(s)'.

Materiais – O giz e o quadro aparecem como os instrumentos ou materiais preferenciais destes 'alunos-professores', para esta aula de Matemática. No entanto, foram utilizados outros instrumentos de trabalho – ficha informativa com a síntese da matéria abordada, uma ficha constituída por exercícios de consolidação que se realizaram com auxílio de uma máquina de calcular, e que não são muito interessantes do ponto de vista do desenvolvimento do raciocínio.

Discussão das actividades – nesta aula verifica-se que as actividades eram discutidas do seguinte modo: o ‘aluno-professor’ apresentava a resolução correcta e os ‘alunos’ registavam essa resolução no caderno ou o ‘aluno-professor’ convidava um ‘aluno’ com menos dificuldades a ir ao quadro apresentar a sua resolução.

Tipos e instrumentos de avaliação – Apesar de irem verificando se os ‘alunos’ iam trabalhando, se estavam a perceber, se sabiam resolver as tarefas propostas os ‘alunos-professores’ não pareciam entender esses aspectos como momentos de avaliação, não evidenciando, portanto qualquer preocupação com questões avaliativas mais “formais”.

<u>Grupo IIE</u>

Os ‘alunos-professores’ deste grupo também não tiveram de preparar a sala pois, tal como o grupo anterior, apenas necessitaram de utilizar o quadro e uma ficha de avaliação, como os ‘alunos-professores’ a designaram. Apresentavam-se mais nervosos que os seus antecessores. Uma aluna, sentada à secretária, ditou o sumário e os outros elementos do grupo concentraram-se atrás dela. Um ‘aluno-professor’ – EA7 – iniciou a aula ditando o sumário e os ‘alunos’ redigiram-no no caderno diário:

EA7 – *“Recta real, relações de >,< em IR, conjuntos definidos por condições. Resolução de uma ficha de Matemática para avaliação.”*

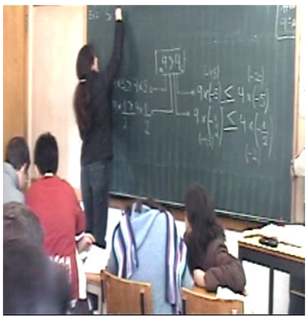


Fig.7.32 – ‘Aluno-professor’ – EA7 – a transmitir os conteúdos utilizando o quadro.

Depois de ditar o sumário, o ‘aluno-professor’ desloca-se para o quadro e explica o conceito de < em IR (figura 7.32), apoiando-se numa das folhas da planificação (anexo 3.4.2) e utilizando o quadro. Os ‘alunos’, neste caso, limitaram-se a transcrever para o caderno o que o ‘aluno-professor’ vai escrevendo no quadro. Sempre que este verifica que os seus ‘alunos’ não estão a perceber, devido às questões que os ‘alunos’ vão colocando, utiliza exemplos representativos dos conteúdos que se encontra a explicar.

Nesta fase, um dos ‘alunos-professores’ – EA10 – teve o cuidado de estar perto da aluna com plano de apoio educativo especial, para a ajudar a perceber melhor a matéria. Observou-se que os ‘alunos’, por vezes, trocavam impressões com o seu parceiro, acerca da matéria que estava a ser leccionada, isto é, interagiam entre si. Só quando não percebiam a matéria é que pediam ajuda ao 'aluno-professor', solicitando-lhe que explicasse outra vez. Sempre que eram questionados, os 'alunos-professores' inicialmente demonstravam que ficavam muito nervosos, mas com o passar do tempo iam acalmando, à medida que iam conseguindo que os seus 'alunos' demonstrassem não ter dúvidas.

Fig. 7.33 – 'Aluno-professor' – EA1 – a transmitir os conteúdos utilizando o quadro.

De seguida, como podemos observar pela figura 7.33, o 'aluno-professor' – EA1 – utilizando o quadro e a planificação efectuada, explica o conceito "conjuntos definidos por condições", começando por explicar o significado de "<" e ">" verbalmente e através de exemplos no quadro:

" 2 > 1 " ; " – 4 < 3 " ; " – 10 > - 25 ".

Depois o 'aluno-professor' EA7, através da utilização de um exercício do livro adoptado, explica aos 'alunos' como se marca pontos numa recta real quando a abcissa corresponde de um número irracional (figura 7.34).

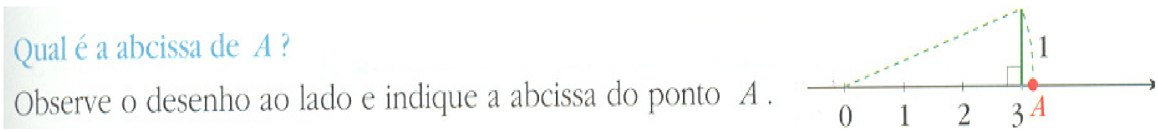


Fig.7.34 – Exercício do livro adoptado, utilizado pelo 'aluno-professor' – EA7 – para explicar aos alunos como se marca numa recta real a abcissa de um número irracional.

Neste exercício, também foi relembrado o teorema de Pitágoras e foi utilizado, pelo 'aluno-professor', o compasso, régua e esquadro, para marcar na recta real a abcissa de um número irracional.

Portanto, na verdade, a transmissão e exposição foram, de facto, os aspectos mais relevantes na introdução de conceitos por parte dos 'alunos-professores'.

Após a explicação dos conteúdos, os 'alunos-professores' propuseram aos 'alunos' a resolução de alguns exercícios do livro adoptado, como forma de consolidação da matéria dada.

A correcção dos exercícios era efectuada sempre que as respostas dos alunos não coincidiam com as soluções do livro. Como os 'alunos' se juntaram em pequeno grupo para resolverem os exercícios, foi fácil para os 'alunos-professores' deslocarem-se a cada grupo e explicar a resolução correcta dos exercícios que estavam errados, no caderno diário de um dos 'alunos' do pequeno grupo.

Com este tipo de trabalho, observou-se uma grande interacção entre os 'alunos' e entre os 'alunos' e os 'alunos-professores' demonstrando, desta forma, que percebiam a matéria que estavam a leccionar.

Nos últimos 30 minutos da aula, os 'alunos-professores' quiseram saber se *"os alunos tinham percebido a matéria e se agora já conseguiam resolver um teste surpresa"*, afirmação pronunciada por um 'aluno-professor' quando questionado pela investigadora no final da aula do porquê de uma Ficha de avaliação. Esta Ficha de avaliação foi efectuada individualmente e foi corrigida pelos 'alunos-professores' que no início da aula seguinte entregaram aos 'alunos' com a respectiva classificação, classificação esta de 0 a 100 e com os exercícios que estavam mal resolvidos devidamente corrigidos.

No final da aula, a investigadora apercebeu-se que os 'alunos' gostaram da aula, mas sentiram-se intimidados por terem de resolver uma ficha para avaliação, como refere um 'aluno': *"até gostei da aula mas senti-me intimidado por ter de resolver uma ficha de avaliação. Acho, que consegui resolver os exercícios, aliás estou muito curioso pela nota!"*. Já os 'alunos-professores' referiram que inicialmente estavam muito nervosos, mas que para o fim sentiram-se aliviados e com a sensação de "missão cumprida" como referiu o 'aluno-professor' – EA7 – e que até tinham gostado da experiência de assumir o papel de professor.

Resumindo, verifica-se que:

Objectivos – não foram explicitados quaisquer objectivos.

Estrutura geral – o professor expõe a matéria no quadro de uma forma muito formal, essencialmente, a partir de exemplos muito abstractos que não evidenciam qualquer relação com outros tópicos matemáticos ou outras áreas disciplinares do dia-a-dia. Utiliza ainda um exercício do livro adoptado para marcar a abcissa de um número irracional numa recta real. Para isso utiliza alguns instrumentos como compasso, régua e esquadro. Propõe também, a resolução de exercícios de consolidação com as mesmas características do livro adoptado. Nos últimos 30 minutos propõe a resolução de uma ficha de carácter avaliativo.

Formas de trabalho – na parte da exposição do professor, fomentou-se muito pouco as relações entre 'professor-aluno(s)'-'aluno(s)' e na parte da resolução de exercícios do livro adoptado, o trabalho em pequeno grupo propiciou um tipo de comunicação 'aluno(s)' -'aluno(s)'. Notou-se alguma agitação nos 'alunos', principalmente enquanto estavam a resolver os exercícios do livro, pois ouviam-se os comentários que estes faziam, em grupo, sobre os resultados que iam obtendo. Sempre que o resultado não coincidia com as soluções do livro, solicitavam a ajuda de um dos ‘alunos-professores’.

Materiais – O giz e o quadro aparecem como os instrumentos ou materiais preferenciais destes ‘alunos-professores’, para esta aula de Matemática. No entanto, foram utilizados outros instrumentos de trabalho – compasso, régua e esquadro, assim como a utilização da máquina de calcular para suportar a resolução de exercícios de consolidação e que não são muito interessantes do ponto de vista do desenvolvimento do raciocínio. Não são exercícios que estimulem e desafiem os alunos. Estes não apelam a que o aluno realize uma aprendizagem significativa. É de considerar ainda uma ficha, que os ‘alunos-professores’ consideraram de avaliação e, em relação à qual, apresentaram a correcção das respostas dos ‘alunos’ na própria ficha e a respectiva cotação.

Discussão das actividades – nesta aula verifica-se que as actividades que suscitaram mais dúvidas eram discutidas do seguinte modo: o ‘aluno-professor’ apresentava a resolução correcta e os alunos registavam essa resolução no caderno.

Tipos e instrumentos de avaliação – Apesar de irem verificando se os ‘alunos’ iam trabalhando, se estavam a perceber, se sabiam resolver as tarefas propostas os ‘alunos-professores’ não pareciam entender esses aspectos como momentos avaliativos, o que parece só ter acontecido em relação à ficha de avaliação a qual foi corrigida e classificada.

<u>**Grupo IIIE**</u>

Os ‘alunos-professores’ deste grupo tiveram de preparar a sala, no intervalo, visto que necessitavam do retroprojector. Demonstravam que estavam bastante nervosos, provavelmente por estarem com medo da reacção dos colegas. Os ‘alunos’ quando entraram na sala de aula vinham um pouco agitados mas, depressa acalmaram, pois não queriam prejudicar os seus colegas (‘alunos-professores’).

Um dos ‘alunos-professores’ – EA2 –, que se encontrava de pé em frente ao quadro, começou por ditar o sumário e a escrevê-lo no quadro, enquanto os outros colegas de grupo se encontravam ao lado do retroprojector. Por seu lado, os ‘alunos’ iam prestando atenção e escreviam-no no seu caderno diário sem efectuar barulho.

> ***EA2 –*** *“Intervalos de números reais, sua representação gráfica e simbólica. Intersecção e reunião de intervalos. Resolução de exercícios.”*

Fig.7.35 – ‘Aluno-professor’ – EA15 – a transmitir os conteúdos da aula utilizando o retroprojector.

De seguida, um dos ‘alunos-professores’ – EA15 – efectua calmamente a introdução do conceito de intervalo utilizando o retroprojector e acetatos (figura 7.35) colocando questões aos ‘alunos’ com mais dificuldades à medida que avança na exposição, e vai respondendo às questões formuladas pelos ‘alunos’, quando estes não percebem o que está a ser exposto.

De seguida, propõe a resolução de alguns exercícios do livro, a par, dando 15 minutos para a sua resolução.

A constituição dos pares não foi definida pelos ‘alunos-professores’ mas pelos próprios ‘alunos’ que se juntaram ao colega que está sentado ao seu do lado. Após o ‘aluno-professor’ ter proposto a resolução de exercícios do livro, os restantes ‘alunos-professores’ dirigiram-se para cada par sempre que eram solicitados ou então percorriam e questionavam os pares constituídos por ‘alunos’, com mais dificuldades.

A correcção dos exercícios foi efectuada posteriormente pelo ‘aluno-professor’ no quadro, observando-se que os ‘alunos’ apenas se limitaram a corrigir os exercícios que tinham mal resolvidos, não questionando os ‘alunos-professores’. Depois de os ‘alunos’ resolverem os exercícios, um ‘aluno-professor’ – EA16 – utiliza novamente o retroprojector para expor a noção de intersecção e reunião de intervalos, recorrendo à sobreposição de acetatos. Por fim, um aluno-professor’ – EA9 – projecta uma ficha de trabalho para os alunos resolverem a par ou em pequeno grupo. Os ‘alunos-professores’ deixaram ao cargo dos ‘alunos’ decidirem a forma de trabalho a utilizar, sendo a correcção das tarefas efectuada, posteriormente, no quadro, pelos ‘alunos’ com mais dificuldades. Justificam esta opção do seguinte modo, “*Depois da parte expositiva, há a parte que eu considero importante depois do professor dar a matéria, a resolução de exercícios*”. Durante a realização da ficha de trabalho cada ‘aluno-professor’ percorre os vários pares e pequenos grupos questionando os ‘alunos’ *“Conseguem resolver?” “Têm dúvidas?”* questões efectuadas por dois ‘alunos-professores’ – EA2 e EA9.

Cinco minutos antes do toque para o final da aula um ‘aluno-professor’ – EA16 – propõe a resolução de exercícios do livro para casa, afirmando: *“Corrijam com as soluções do livro. Se tiverem dúvidas perguntem-nos”* e pergunta também: *“Conseguiram perceber a matéria? Gostaram?”*. Depressa um aluno referiu: *”Eu percebi e gostei desta aula.”* Contudo, alguns ‘alunos’ mostraram-se apáticos e não se pronunciaram, evidenciando que talvez não tinham percebido muito bem a matéria ou não tinham gostado. Os 'alunos-professores', por sua vez, demonstraram que tinham gostado da forma como tinha decorrido a aula que leccionaram, pois referiram entre eles *"Até não correu mal, podia ter sido pior, eles até perceberam o que íamos explicando".*

Resumindo, verifica-se que:

Objectivos – não foram explicitados quaisquer objectivos.

Estrutura geral – o professor expõe a matéria utilizando o retroprojector de uma forma muito formal, essencialmente, a partir de exemplos muito abstractos que não evidenciam qualquer relação com outros tópicos matemáticos ou outras áreas disciplinares do dia-a-dia. Propõe também, a resolução de exercícios de consolidação com as mesmas características do livro adoptado e de uma ficha de trabalho projectada. No final da aula, propõe também a resolução de exercícios do livro adoptado para casa.

Formas de trabalho – na parte da exposição do professor, fomentou-se muito pouco as relações entre 'professor-aluno(s)'-'aluno(s)' e na parte da resolução de exercícios do livro adoptado, e da ficha de trabalho projectada, o trabalho cooperativo em pequeno grupo propiciou um tipo de comunicação 'aluno(s)' -'aluno(s)'. Sempre que o resultado não coincidia com as soluções do livro, solicitavam o apoio de um dos 'alunos-professores'.

Materiais – O retroprojector e o acetato aparecem como os instrumentos ou materiais preferenciais destes 'alunos-professores', para esta aula de Matemática. No entanto, outros instrumentos de trabalho utilizados foram o livro adoptado, o caderno diário utilizado por todos os pares e pequenos grupos, à excepção de um par que resolveu os exercícios no livro adoptado, e uma ficha de trabalho projectada, que os 'alunos-professores' utilizaram para consolidação da matéria dada, sendo os exercícios pouco interessantes do ponto de vista do desenvolvimento do raciocínio. São tarefas muito rotineiras e para a sua resolução o 'aluno' necessita apenas de saber a aplicação directa de um procedimento. Tratam-se de exercícios que pouco desafiam e motivam os 'alunos'. Além disso, o quadro e o giz também foram utilizados na correcção da ficha de trabalho.

Discussão das actividades – nesta aula verifica-se que as actividades eram discutidas do seguinte modo: o 'aluno-professor' apresentava a resolução correcta e os alunos registavam essa resolução no caderno. Além disso, na correcção da ficha de trabalho projectada, os 'alunos-professores' convidavam os alunos com mais dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.

Tipos e instrumentos de avaliação – Apesar de irem verificando se os 'alunos' iam trabalhando, se estavam a perceber, se sabiam resolver as tarefas propostas os 'alunos-professores' não pareciam entender esses aspectos como momentos avaliativos, não evidenciando, portanto qualquer preocupação com questões avaliativas mais "formais".

<u>Grupo IVE</u>

Os 'alunos-professores' deste grupo, tal como os dois primeiros grupos, não tiveram de preparar a sala pois apenas necessitaram de utilizar o quadro. Apresentavam-se um pouco nervosos e tensos e, simultaneamente, excitados. Uma aluna, – EA11 – sentada à secretária, ditou o sumário e os outros elementos do grupo concentraram-se ao seu lado, enquanto os 'alunos' o redigiram no seu caderno diário, sendo patente uma grande falta de entusiasmo:

EA11 *– "Resolução de inequações. Conjunção e disjunção de condições. Resolução de exercícios do livro adoptado."*

Depois de ditar o sumário, o 'aluno-professor' – EA12 – desloca-se para o quadro e explica a resolução de uma inequação, pausadamente. Em cada passagem questionava todos os alunos sobre se estes estavam a entender ou não a resolução e se era necessário repetir:

EA12 *– "Quem é que não está a perceber? Eu repito outra vez se não percebem."*

Verifica-se que este 'aluno-professor' evidencia uma grande preocupação em que os 'alunos' percebessem a sequência a utilizar na resolução de uma inequação. Os 'alunos' observavam atentos e silenciosos, passando nos cadernos a resolução da inequação que o 'aluno-professor' ia desenvolvendo no quadro.

Fig.7.36 – 'Alunos' a resolverem exercícios do livro a pares.

De seguida, este 'aluno-professor' (EA12) propõe aos seus 'alunos' a resolução de exercícios do livro adoptado, a pares, como forma de consolidação da matéria dada, nomeadamente a resolução de inequações (figura 7.36). A correcção dos exercícios era efectuada sempre que as respostas dos 'alunos' não coincidiam com as soluções do livro, por um 'aluno-professor', que resolvia com os 'alunos' no lugar os exercícios errados.

No entanto, como os 'alunos' se juntaram a pares para resolverem os exercícios, não foi muito fácil para os 'alunos-professores' deslocarem-se a cada par e explicar a resolução do exercício que estava errada.

Contudo os ‘alunos’ mostraram-se bastante pacientes, originando apenas algum barulho de fundo. De seguida, outro ‘aluno-professor’ (EA14) resolve um exercício do livro adoptado, no quadro, para explicar a noção de conjunção e disjunção de condições. Os ‘alunos’ seguem a sua resolução com muita atenção, não colocando qualquer questão, e transcrevam para o caderno a resolução do exercício proposto pelo ‘aluno-professor’. Segue-se a resolução de outros exercícios do livro adoptado, também efectuada a par. Durante a sua resolução os ‘alunos-professores’ deslocaram-se aos vários pares, para explicar a resolução de alguns exercícios, sempre que eram solicitados. Os ‘alunos’ encontravam-se, nesta fase, um pouco agitados, mas nada que prejudicasse a actuação deste grupo de ‘alunos-professores’.

No final destes terem resolvido os exercícios do livro, os ‘alunos-professores’ efectuam a correcção de alguns exercícios que se mostraram mais difíceis, utilizando novamente o quadro e interagindo com os ‘alunos’, solicitando a vários, alunos com mais dificuldades e outros com menos dificuldades, que fossem efectuar a resolução ao quadro. No final da resolução, os ‘alunos-professores’ explicavam a resolução, pois achavam que desta forma os alunos iriam perceber melhor. No final da aula, o ‘aluno-professor’ – EA13 – propõe aos ‘alunos’ a resolução de exercícios do livro adoptado para casa e que comparem os resultados obtidos com as soluções apresentadas no fim. No final da aula os ‘alunos’ demonstraram que gostaram *“mais ou menos”* como se pronunciou um ‘aluno’ quando questionado sobre se tinha gostado da aula. Os ‘alunos-professores’ referiram que passaram toda a aula muito preocupados e com muito medo que os colegas não conseguissem resolver os exercícios que iam propor mas que tinham gostado da experiência e que *“ser professor não é fácil”* como referiu um ‘aluno-professor’ – EA14.

Resumindo, verifica-se que:

Objectivos – não foram explicitados quaisquer objectivos.

Estrutura geral – o professor expõe a matéria utilizando o quadro de uma forma muito formal, essencialmente, exemplos muito abstractos que não evidenciam qualquer relação com outros tópicos matemáticos ou outras áreas disciplinares do dia-a-dia, nomeadamente a resolução de uma inequação e a conjunção e disjunção de condições. Propõe também, a resolução de exercícios de consolidação do livro adoptado durante a aula e para casa.

Formas de trabalho – na parte da exposição do professor os alunos limitavam-se a transcrever para o caderno diário o que era referido, fomentando-se muito pouco as relações entre ‘professor-aluno(s)’-‘aluno(s)’ e na parte da resolução de exercícios do livro adoptado, o trabalho cooperativo em pares propiciou um tipo de comunicação 'aluno(s)' -'aluno(s)'. Sempre que o resultado não coincidia com as soluções do livro, solicitavam a intervenção de um dos 'alunos-professores'.

Materiais – O giz e quadro aparecem como instrumentos ou materiais preferenciais destes 'alunos-professores', para esta aula de Matemática. No entanto, outros instrumentos de trabalho utilizados foram o livro adoptado, que os 'alunos-professores' utilizaram para consolidação da matéria dada, sendo os exercícios pouco interessantes do ponto de vista do desenvolvimento do raciocínio, pois apelavam para a aplicação de procedimentos e conceitos.

Discussão das actividades – nesta aula verifica-se que as actividades eram discutidas do seguinte modo: o 'aluno-professor' apresentava a resolução correcta e os alunos registavam essa resolução no caderno. Além disso, na correcção dos exercícios do livro adoptado, os 'alunos-professores' convidavam os alunos com menos dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.

Tipos e instrumentos de avaliação – Apesar de irem verificando se os 'alunos' iam trabalhando, se estavam a perceber, se sabiam resolver as tarefas propostas os 'alunos-professores' não pareciam entender esses aspectos como momentos de avaliação, não evidenciando, portanto qualquer preocupação com questões avaliativas mais "formais".

Grupo IG

Os 'alunos-professores' deste grupo tiveram de preparar a sala, no intervalo, pois, necessitaram de utilizar retroprojector e acetatos. Apresentavam-se ligeiramente nervosos e curiosos em saber se a aula iria correr bem "S*erá que vamos ser capazes de explicar a matéria e explicar o que eles não entendem…"* refere um 'aluno-professor' antes de começar a aula.

A aula iniciou-se com um aluno sentado na secretária a ditar o sumário, enquanto os restantes elementos do grupo permaneceram de pé ao seu lado e os 'alunos' o escreviam, calmamente, no seu caderno diário:

> ***GA11*** *– "Estudo dos principais conjuntos numéricos. Classificação de dízimas e valores aproximados. Resolução de exercícios do livro para consolidação da matéria."*

De seguida, um dos 'alunos-professores' – GA14 – efectua a introdução de conceitos utilizando o quadro e solicitando constantemente, exemplos relacionados com os temas em estudo. Inicialmente os 'alunos' estavam apáticos, mas, passado algum tempo, os 'alunos' começaram a responder às solicitações do 'aluno-professor'.

O mesmo 'aluno-professor' – GA14 – continua a aula efectuando um esquema sobre a relação entre os principais conjuntos e recorre a vários exemplos para explicar aos seus 'alunos' quais os números que pertencem a cada um dos conjuntos, enquanto os seus 'alunos', que estão atentos, passam devidamente a matéria para o caderno diário. Quando confrontado com questões colocadas pelos 'alunos' acerca da matéria que está a leccionar, responde correctamente, evidenciando muita segurança, assim como todos os elementos do grupo.

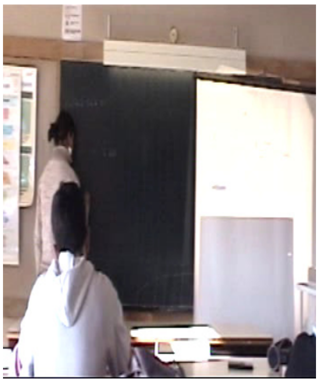


Fig.7.37 – 'Aluno-professor' – GA3 – a transmitir os conteúdos da aula utilizando o retroprojector.

De seguida, um dos 'alunos-professores' – GA3 – explica a classificação das dízimas, utilizando o retroprojector e acetatos (figura 7.37), colocando questões aos 'alunos', como *"Dêem-me exemplos de números que podem ser representados por uma dizima finita"*, à medida que explica os conteúdos. Os 'alunos' iam respondendo sempre que conseguiam, mas foi uma parte da aula onde se observou que os 'alunos' estavam com medo de responder de forma errada às questões formuladas. O 'aluno-professor', para além de questionar os 'alunos', também vai respondendo às questões formuladas pelos 'alunos', à medida que estes vão sentindo dificuldades em entender o que este explica.

Depois da exposição do 'aluno-professor', seguiu-se a resolução de alguns exercícios do livro adoptado propostos pelo 'aluno-professor', com auxílio da máquina de calcular, em pequeno grupo, sendo atribuídos 20 minutos para a sua resolução. Os 'alunos-professores' propuseram a constituição dos pequenos grupos, sendo estes constituídos, pelo menos, por um aluno com menos dificuldades. Um dos 'alunos-professores' explicou no final da aula esta metodologia à investigadora da seguinte forma:

> ***GA4*** – *"Foi a forma que achamos que ao serem constituídos por um bom aluno, este poderia ajudar os colegas que têm mais dificuldades na resolução de exercícios."*

Quanto à forma como trabalharam em grupo, a maioria trabalhou de forma independente. No entanto, sempre que os alunos com mais dificuldades não conseguiam resolver algum exercício, os alunos com menos dificuldades prontificavam-se a ajudar na resolução. Só quando não conseguiam chegar aos resultados é que solicitavam a ajuda de um dos 'alunos-professores'. No final destes os resolverem, o 'aluno-professor' (GA17) solicitou que os alunos com menos dificuldades de cada grupo efectuassem a correcção dos exercícios, utilizando novamente o quadro, enquanto que os outros 'alunos' corrigiam calmamente e não colocavam questões acerca do que não tinham resolvido correctamente no caderno diário. Tal atitude deve-se ao facto de o 'aluno-professor', no final de cada exercício, pedir aos alunos para explicarem a sua resolução. Neste grupo não deu para perceber se os 'alunos' tinham gostado da aula, mas os 'alunos-professores' referiram que gostaram da experiência, no entanto não gostaram de ter de responder às questões formuladas pelos alunos, pois tinham medo de não conseguirem esclarecer as dúvidas dos seus colegas.

Resumindo, verifica-se que:

Objectivos – não foram explicitados quaisquer objectivos.

Estrutura geral – o professor expõe a matéria utilizando o quadro de uma forma muito formal, utilizando, essencialmente, exemplos muito abstractos que não evidenciam qualquer relação com outros tópicos matemáticos, outras áreas disciplinares, ou como dia-a-dia. Utiliza ainda, para a exposição da matéria, o retroprojector de uma forma também muito formal. Propõe, também, a resolução de exercícios de consolidação do livro adoptado. Após a resolução destes pelos alunos em pequeno grupo, o professor efectua a sua correcção no quadro.

Formas de trabalho – na parte da exposição do professor, este tentou interagir com os 'alunos' e, na parte da resolução de exercícios do livro adoptado, o trabalho em pequeno grupo propiciou um tipo de comunicação 'aluno(s)' -'aluno(s)'. Sempre que o resultado não coincidia com as soluções do livro, solicitavam a intervenção de um dos 'alunos-professores'.

Materiais – O giz, o quadro, o retroprojector e acetatos aparecem como os instrumentos ou materiais preferenciais destes 'alunos-professores', para esta aula de Matemática. No entanto, outros instrumentos de trabalho foram também utilizados, tais como o livro adoptado, o caderno diário e a calculadora, materiais estes que foram utilizados para consolidação da matéria dada. Os exercícios propostos revelaram-se pouco interessantes, nomeadamente do ponto de vista do desenvolvimento do raciocínio, visto que não proporcionaram aos alunos desafios, requerendo apenas a aplicação de conceitos e procedimentos que o 'aluno-professor' tinham explicado no decorrer da aula.

Discussão das actividades – nesta aula verifica-se que as actividades eram discutidas do seguinte modo: o 'aluno-professor' apresentava a resolução correcta e os alunos registavam essa resolução no caderno. Além disso, na correcção dos exercícios do livro adoptado, os 'alunos-professores' convidavam os alunos com menos dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.

Tipos e instrumentos de avaliação – Apesar de irem verificando se os 'alunos' iam trabalhando, se estavam a perceber, se sabiam resolver as tarefas propostas os 'alunos-professores' não pareciam entender esses aspectos como momentos de avaliação, não evidenciando, portanto qualquer preocupação com questões avaliativas mais "formais".

Grupo IIG

Os 'alunos-professores' deste grupo, tal como no primeiro grupo, tiveram de preparar a sala, no intervalo, visto que necessitavam do retroprojector. Demonstraram estar nervosos, mas seguros do que iriam abordar. A entrada dos 'alunos' na sala de aula decorreu de uma forma pacífica, pois não queriam prejudicar os seus colegas que iam desempenhar o papel de professores nesta aula. Um 'aluno-professor', sentado na secretária, ditou o sumário à medida que os 'alunos' o redigiam no caderno diário, e os outros elementos do grupo concentraram-se ao seu redor:

__GA1__ – "Recta real, relações de >,< em IR, conjuntos definidos por condições".

Fig.7.38 – 'Aluno-professor' – GA6 – a transmitir os conteúdos utilizando o retroprojector.

Depois de ditar o sumário, um outro 'aluno-professor' (GA6) desloca-se para o retroprojector e explica, calmamente, a representação na recta real de alguns números irracionais, tais como $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ (figura 7.38). Depois de terminada a explicação o 'aluno-professor' pergunta aos 'alunos' se têm dúvidas e um aluno responde do seguinte modo: *"Por agora não, de certeza que aparecem quando começar a resolver os exercícios"*. De seguida, o 'aluno-professor' – GA6 – propõe a resolução de alguns exercícios do livro adoptado (anexo 3.4.6), a pares, propondo 15 minutos para a sua resolução. Enquanto os 'alunos' resolvem os exercícios propostos, adoptam uma postura calma, não se verificando muitos diálogos entre os 'alunos. Os vários 'alunos-professores' deslocam-se a cada par para ajudar na resolução sempre que solicitados. Por fim, o 'aluno-professor' – GA6 solicita a um dos alunos com menos dificuldades a deslocar-se ao quadro para apresentar a sua resolução.

A discussão de tal resolução é efectuada oralmente pelo 'aluno-professor', para toda a turma – em grande grupo. Ao adoptar este método, este grupo considera que os alunos compreendem, assim, melhor a matéria. Os 'alunos' no decorrer da discussão responderam sempre que questionados, evidenciando que conseguiram resolver os exercícios propostos.

Posteriormente, outro 'aluno-professor' (GA2), um pouco nervoso, explica o conceito de >,< em IR, apoiando-se noutro acetato (anexo 3.5.6). Este é constituído por dois exemplos, sendo um deles com referência a uma situação do dia-a-dia, que serviu apenas para explicar o conteúdo que estava a ser leccionado. Durante a sua explicação adoptou como estratégia questionar os alunos, nomeadamente, quando utilizou o exemplo da vida real. Observa-se que os alunos vão passando para o caderno diário o que está escrito no acetato e vão formulando questões quando não percebem o que está a ser leccionado.

Por fim, o 'aluno-professor' propõe novamente a resolução de alguns exercícios, seleccionados pelos 'alunos-professores', e apresentados em acetato. Este refere que os 'alunos' devem continuar a sua resolução a pares. A resolução dos exercícios decorre normalmente, observando-se que os alunos estão empenhados em perceber e, assim, conseguirem resolver correctamente os exercícios propostos. Os 'alunos-professores' dirigiam-se a cada par apenas quando eram solicitados. No final de os 'alunos' terem resolvido os exercícios, o 'aluno-professor' efectuou a correcção dos que se mostraram mais difíceis, utilizando novamente o quadro e interagindo com os 'alunos', solicitando a alguns deles que se deslocassem ao quadro para efectuar a sua resolução e explicassem oralmente essa resolução. Sempre que algum 'aluno' demonstrava dificuldades, um 'aluno-professor' ia-lhe dando pistas para que este conseguisse efectuar a sua explicação da melhor forma.

Nesta aula observou-se que os 'alunos' gostaram de ter os seus colegas a explicar-lhes os conteúdos. Já os 'alunos-professores' referem ter gostado de explicar os conteúdos, mas não ter gostado de efectuar a correcção dos exercícios que tinham proposto pois estavam com medo de não conseguir explicar de forma clara os conteúdos e, consequentemente, os 'alunos' não conseguissem perceber a matéria e resolver os exercícios propostos.

Resumindo, verifica-se que:

Objectivos – não foram explicitados quaisquer objectivos.

Estrutura geral – o professor expõe a matéria utilizando dois acetatos de uma forma muito formal utilizando, essencialmente, exemplos muito abstractos que não evidenciam qualquer relação com outros tópicos matemáticos ou outras áreas disciplinares, à excepção de um exemplo referido num dos acetatos que faz referência a uma situação do dia-a-dia para explicar o conceito de <,>.

Propõe, também, a resolução de exercícios de consolidação do livro adoptado, também expressos num acetato.

Formas de trabalho – na parte da exposição do professor, fomentou-se muito pouco as relações entre 'professor-aluno(s)'-'aluno(s)' e na parte da resolução de exercícios do livro adoptado, o trabalho em pares propiciou um tipo de comunicação 'aluno(s)' -'aluno(s)'. Sempre que o resultado não coincidia com as soluções do livro, solicitavam a ajuda de um dos 'alunos-professores'.

Materiais – O retroprojector, acetatos, giz e quadro aparecem como os instrumentos ou materiais preferenciais destes 'alunos-professores', para esta aula de Matemática. No entanto, outros instrumentos de trabalho utilizados foram o livro adoptado que os 'alunos-professores' utilizaram para consolidação da matéria dada. As tarefas propostas, do livro adoptado, revelaram-se rotineiras. Os alunos apenas tinham que utilizar alguns conhecimentos básicos já apreendidos em anos transactos. Os exercícios propostos no acetato eram um pouco mais interessantes porque solicitavam aos 'alunos' a justificação das suas resoluções.

Discussão das actividades – nesta aula verifica-se que a resolução das tarefas era discutida do seguinte modo: o 'aluno-professor' apresentava a resolução correcta dos exercícios que se mostraram mais difíceis e os alunos registavam essa resolução no caderno. Além disso, na correcção dos exercícios do livro adoptado e do acetato, os 'alunos-professores' convidavam os alunos com menos dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.

Tipos e instrumentos de avaliação – Apesar de irem verificando se os 'alunos' iam trabalhando, se estavam a perceber, se sabiam resolver as tarefas propostas os 'alunos-professores' não pareciam entender esses aspectos como momentos de avaliação, não evidenciando, portanto qualquer preocupação com questões avaliativas mais "formais".

Grupo IIIG

Os 'alunos-professores' deste grupo tiveram de preparar a sala, no intervalo, visto que iam utilizar o retroprojector. Os seus colegas quando chegaram à sala de aula vinham muito entusiasmados, mas mal se sentaram calaram-se, demonstrando respeito pelos colegas que iam desempenhar o papel de professores. Mostravam-se um pouco nervosos, pois estavam com receio da reacção dos colegas e estavam com *"vergonha por estar em frente dos colegas"* – comentário de um 'aluno-professor' (GA16).

Um dos 'alunos-professores' – GA7 –, que se encontrava em frente da mesa com um papel na mão, começou por ditar calmamente o sumário e esperou que os 'alunos' escrevessem no caderno diário, enquanto os outros colegas de grupo se encontravam ao lado do retroprojector:

GA7 – *"Intervalos de números reais, sua representação gráfica e simbólica. Intersecção e reunião de intervalos. Resolução de exercícios de consolidação."*

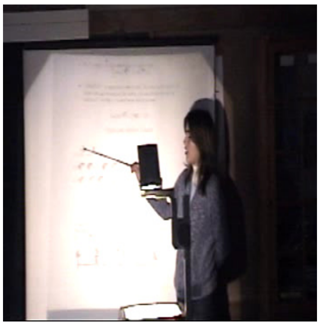


Fig.7.39 – 'Aluna-professora' – GA19 – transmite os conteúdos da aula utilizando o retroprojector e uma vara para apontar na tela.

De seguida, um dos 'alunos-professores' – GA19 – desloca-se para o retroprojector e começa por colocar um acetato (anexo 3.5.7), que os 'alunos-professores' intitularam de Introdução e, leu-o calmamente:

GA19 – *"Este trabalho tem como objectivo explorar as capacidades de compreensão dos intervalos e da sua abordagem. Nele vamos explicar o que são intervalos, como se representam geometricamente, etc..."*

Depois de ler este acetato, a 'aluna-professora' efectua a introdução do conceito de intervalo utilizando novamente o retroprojector e vários acetatos (figura 7.39), curioso foi observar a 'aluna-professora' utilizar uma vara para apontar na tela onde estavam a ser projectados os acetatos.

Durante a sua exposição coloca questões aos 'alunos' e vai respondendo às questões formuladas pelos mesmos, quando estes sentem dificuldades em entender o que o 'aluno-professor' explicou. Os 'alunos'não conversaram entre si, mantendo-se em silêncio durante a exposição dos conteúdos, demonstrando deste modo que se encontravam atentos à explicação da 'aluna-professora'. Observou-se também que alguns alunos passaram para o seu caderno diário o conteúdo dos acetatos. Após ter terminado a explicação da matéria, outro 'aluno-professor' – GA13 – propõe a resolução de alguns exercícios do livro, em pequeno grupo, dando 15 minutos para a sua resolução. Foram os 'alunos-professores' os responsáveis pela constituição dos vários grupos, os quais continham alunos com menos dificuldades e alunos com mais dificuldades. Os 'alunos' reagiram bem à proposta de constituição dos grupos. De seguida, à medida que os grupos iam acabando a resolução dos exercícios, um aluno-professor' – GA8 – propõe a resolução de uma ficha de trabalho, projectando parte dela utilizando o retroprojector e propondo 15 minutos para a sua resolução. Durante a resolução dos exercícios, os 'alunos-professores' foram percorrendo os grupos com o objectivo de ajudarem os 'alunos' e confirmar se estavam a resolver correctamente os exercícios. A sua correcção foi efectuada posteriormente pelo 'aluno-professor' – GA8 – e pelos 'alunos' que ele convidava para irem ao quadro, no geral 'alunos' com mais dificuldades. Depois de os 'alunos' resolverem os exercícios e parte da ficha de trabalho, o 'aluno-professor' utiliza novamente o retroprojector para expor a noção de intersecção e reunião de intervalos, utilizando dois exemplos: um para a intersecção e outro para a reunião. Alguns alunos neste momento encontram-se a passar para o caderno os respectivos exemplos, demonstrando estar muito interessados. Terminada a explicação o 'aluno-professor' volta a colocar no retroprojector a ficha de trabalho para que os 'alunos' a resolvam, a par, durante 15 minutos. De seguida, é feita a sua correcção, sendo agora solicitado aos alunos com menos dificuldades para irem ao quadro resolver os exercícios, apesar de a explicação e sistematização ter ficado a cargo do 'aluno-professor'. Por fim, o 'aluno-professor' – GA13 – propõe a resolução de exercícios do livro adoptado, para casa. Além disso, propõe aos alunos que confrontem os resultados obtidos com as soluções apresentadas no livro e, caso tenham dúvidas, as coloquem posteriormente.

No final da aula, quando confrontados com a questão: *"Gostaram desta aula?"*, os 'alunos', na generalidade, demonstraram que não possuíam uma opinião formada, enquanto que os 'alunos-professores' referiram que gostaram da experiência pois tornou-se numa forma de construírem o seu próprio conhecimento, através da pesquisa e exploração de conteúdos.

Resumindo, verifica-se que:

Objectivos – Verificou-se uma tentativa de explicitação de objectivos. Segundo os 'alunos-professores' era seu objectivo *"explorar as nossas capacidades de compreensão dos intervalos e da sua abordagem."*

Estrutura geral – o professor expõe a matéria utilizando o retroprojector numa forma muito formal, essencialmente, a partir de exemplos muito abstractos que não evidenciam qualquer relação com situações do dia-a-dia. Propõe, também, a resolução de exercícios de consolidação do livro adoptado e uma ficha de trabalho exposta através de um acetato. Ao terminar a aula, propõe para casa a resolução de alguns exercícios do livro adoptado.

Formas de trabalho – na parte da exposição do professor não se verificou muita interacção 'aluno(s)-professor(es)'-'aluno(s)' mas, na parte da resolução de exercícios do livro adoptado e da ficha de trabalho, o trabalho em grupos proporcionou alguma comunicação 'aluno(s)' -'aluno(s)'. Sempre que os resultados não coincidiam com as soluções do livro, solicitavam a presença de um dos 'alunos-professores' para verificar em que passo do exercício tinham errado.

Materiais – O retroprojector e o acetato aparecem como os instrumentos ou materiais preferenciais destes 'alunos-professores', para esta aula de Matemática. No entanto, outros instrumentos de trabalho utilizados foram o livro adoptado, que os ‘alunos-professores’ utilizaram para consolidação da matéria dada.

As tarefas seleccionadas mostraram ser muito rotineiras, pois os alunos necessitavam apenas de saber os conteúdos e os procedimentos que deviam utilizar em cada uma das situações.

Não foram seleccionados pelos ‘alunos-professores’ tarefas que desafiassem os alunos a construírem novos conhecimentos. Além disso, o quadro e o giz também foram utilizados na execução e correcção dos exercícios propostos do livro, assim como, da ficha de trabalho.

Discussão das actividades – nesta aula verificou-se que as actividades foram discutidas de duas maneiras diferentes: na correcção dos exercícios do livro adoptado, estes foram resolvidos no quadro por um ‘aluno’ com mais dificuldades e o ‘aluno-professor’ corrigia os erros ou apresentava a resolução correcta enquanto os restantes ‘alunos’ registavam essa resolução no caderno. Por outro lado, na correcção da ficha de trabalho, os ‘alunos-professores’ convidavam os alunos com menos dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução. Em ambos os casos, no final da apresentação da resolução correcta, discutia-se e sintetizava-se.

Tipos e instrumentos de avaliação – Apesar de irem verificando se os ‘alunos’ iam trabalhando, se estavam a perceber, se sabiam resolver as tarefas propostas os ‘alunos-professores’ não pareciam entender esses aspectos como momentos de avaliação, não evidenciando, portanto qualquer preocupação com questões avaliativas mais “formais”.

<u>**Grupo IVG**</u>

Os ‘alunos-professores’ deste grupo não tiveram de preparar a sala pois apenas necessitaram de utilizar o quadro. Apresentavam-se um pouco nervosos e agitados. Uma aluna, sentada à secretária, ditou o sumário, enquanto que os outros ‘alunos-professores’ se concentraram no final da sala de aula.

GA15 *– “Resolução de inequações. Resolução de exercícios do livro adoptado.”*

Os ‘alunos’ escreveram o sumário no caderno, apesar de se encontrarem bastante conversadores e irrequietos.

De seguida, outro ‘aluno-professor’ – GA10 – desloca-se para o quadro e explica pausadamente a resolução de uma inequação. Em cada passagem, questionava os alunos sobre se estes estavam a entender ou não a resolução, e estes respondiam dizendo: *“Estou a perceber a resolução, até é fácil”* ou então diziam *“Na passagem que explicaste ainda não percebi, importas-te* *de repetir?"* e o 'aluno-professor' pacientemente voltava a repetir. Os restantes 'alunos-professores' ajudavam o seu colega a explicar a resolução sempre que este não conseguia ajudar o 'aluno'.

De seguida, outro 'aluno-professor' (GA18) propõe aos seus 'alunos' a resolução de alguns exercícios do livro adoptado, em pequeno grupo, como forma de consolidação da matéria dada (figura 7.40), deixando 30 minutos para a sua resolução.

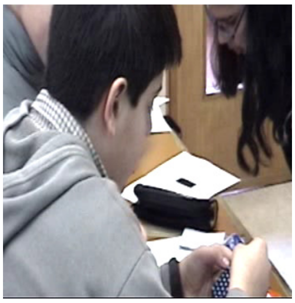


Fig.7.40 – 'Alunos' a resolverem exercícios do livro em pequeno grupo.

Os 'alunos-professores' distribuíram-se pelos vários grupos com a intenção de ajudarem os 'alunos' na resolução de inequações. A correcção dos exercícios foi efectuada, posteriormente, no quadro por cada um dos representantes dos vários grupos. Este 'aluno' deslocava-se ao quadro e resolvia o exercício proposto explicando, pausadamente, cada passagem deste. No final de cada resolução, os 'alunos-professores' discutiam e sintetizavam a sua resolução.

Os exercícios que suscitavam mais dúvidas na sua resolução eram resolvidos posteriormente por um 'aluno-professor' no quadro. Observou-se que os 'alunos' estavam muito entusiasmados enquanto resolviam os vários exercícios propostos. Contudo, um 'aluno', durante a aula referiu: *"Já estou farto de resolver exercícios, no início até achei piada".* No final da aula, o 'aluno-professor' – GA5 – propõe aos seus 'alunos' a resolução de alguns exercícios do livro adoptado, para casa, e chama a atenção para os 'alunos' compararem os resultados obtidos com as soluções. Os 'alunos-professores' referiram que tinham gostado de assumir o papel de professores, mas que se tinham sentido muito nervosos e com medo de errar em algum exercício que tinham proposto.

Resumindo, verifica-se que:

Objectivos – não foram explicitados quaisquer objectivos.

Estrutura geral – o professor inicia a aula ditando o sumário e, de seguida, expõe a matéria utilizando o quadro de uma forma muito formal. Propõe a resolução de exercícios de consolidação do livro adoptado. No fim propõe também a resolução de exercícios do livro para casa.

Formas de trabalho – para além da parte da exposição do professor que não fomenta uma interacção interessante entre 'professor-aluno(s)'-'aluno(s)', na parte da resolução de exercícios do livro adoptado, o trabalho em pequeno grupo propiciou uma interessante comunicação ‘aluno(s)’ -‘aluno(s)’. Sempre que o resultado não coincidia com as soluções do livro, solicitavam o apoio de um dos ‘alunos-professores’.

Materiais – O giz e quadro aparecem como instrumentos ou materiais preferenciais para estes ‘alunos-professores’. Mas utilizaram outros instrumentos de trabalho como o livro adoptado, para consolidação da matéria dada, sendo os exercícios propostos muito repetitivos apelando somente ao conhecimento de procedimentos de resolução, neste caso, de inequações. Apesar disto, após os ‘alunos’ terem conseguido resolver correctamente alguns exercícios, observou-se que os ‘alunos’ estavam entusiasmados, sentindo-se incentivados a resolver os restantes exercícios.

Discussão das actividades – nesta aula verifica-se que as actividades eram discutidas do seguinte modo: um ‘aluno’, que representava o grupo, apresenta a sua resolução no quadro e explica as várias etapas da resolução da inequação. Por fim, um ‘aluno-professor’ discute com ‘alunos’ a resolução das várias inequações e os alunos registavam essa resolução no caderno. Sempre que os ‘alunos’ não conseguiam resolver alguma inequação, um ‘aluno-professor’ explicava no quadro a sua resolução e discutia a sua resolução com os ‘alunos’.

Tipos e instrumentos de avaliação – Apesar de irem verificando se os ‘alunos’ iam trabalhando, se estavam a perceber, se sabiam resolver as tarefas propostas os ‘alunos-professores’ não pareciam entender esses aspectos como momentos de avaliação, não evidenciando, portanto qualquer preocupação com questões avaliativas mais “formais”.

Síntese

Em síntese, pode contrastar-se a forma como as aulas foram leccionadas com a planificação efectuada e com as respostas dadas no Questionário Inicial.

Relativamente ao Questionário Inicial, sobre a estrutura geral de uma aula “ideal”, verifica-se que todos os grupos seguiram o que referiram, isto é, o ‘aluno-professor’ escreve o sumário, de seguida outro ‘aluno-professor’ expõe a matéria e, por fim, os ‘alunos-professores’ propõem a realização de exercícios na aula e para casa. Na planificação que foi produzida não é referida qualquer estrutura de aula. As planificações são pouco discriminadas e detalhadas sobre as aulas a leccionar, apenas apresentando os conteúdos que têm de leccionar, somente o grupo IIIE, inclui, na planificação, uma folha que refere: “Tens de explicar…”.

Em relação às tarefas a desenvolver, estas não foram referidas nas planificações elaboradas por todos os grupos. Porém os alunos referiram, no Questionário Inicial, que estas deveriam assentar em exercícios, o que se verificou na prática em todas as aulas de implementação.

Relativamente ao tipo de trabalho a utilizar nas aulas, não foram referenciados quaisquer tipos na planificação, embora no Questionário Inicial que refiram que o tipo de trabalho a adoptar deve ser em pequeno grupo e a pares. Tal opinião vai ao encontro do que foi desenvolvido durante as aulas de implementação em todos os grupos.

No Questionário Inicial, e relativamente aos materiais a utilizar, os alunos são da opinião que se deviam utilizar vários, mas os que foram mais referidos foram o livro, o caderno, os acetatos, o computador e os sólidos geométricos. Em todos os grupos, nas aulas de implementação, apenas foram utilizados alguns deles, nomeadamente, o livro, o caderno e os acetatos, o que se afasta um pouco da opinião expressa inicialmente.

Ao nível da discussão das actividades, os alunos são da opinião, no Questionário Inicial, que "o professor apresentava a resolução correcta e os alunos registavam essa resolução no caderno" assim como "convidava um aluno a ir ao quadro apresentar a sua resolução" ou os "alunos com mais dificuldades". Em todos os grupos, verificou-se a adopção de uma ou mais destas alternativas.

Em termos de tipo e instrumentos de avaliação os alunos são da opinião, no Questionário Inicial, que deviam ser considerados os testes, os trabalhos de casa, a participação e o comportamento, o que parece ser coerente com o que realmente aconteceu nas aulas de implementação, à excepção de um grupo – IIE – que construiu uma ficha de avaliação nas aulas de planificação, aplicando-a posteriormente na aula de implementação.

7.3 – A matemática e o processo de ensino e aprendizagem da matemática – representações, opiniões e conhecimentos finais dos alunos

Neste ponto tentam-se analisar eventuais evoluções ocorridas durante a experiência desenvolvida, essencialmente por comparação das respostas dos alunos aos Questionários Inicial e Final e ao teste nas versões pré e pós.

7.3.1 - Representações finais sobre a matemática e o seu ensino e aprendizagem

As respostas dos alunos relativamente às "representações sobre a matemática", foram traduzidas em grelhas (anexo 3.11) contendo os resultados brutos, que posteriormente serviram de base à elaboração da tabela 7.14.

Tab. 7.14 – Representações finais acerca da matemática**.**

	Parâmetros	Questionário Final								
		a		b		c		d		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	Uma vez adquirido, o conhecimento matemático não sofre alterações.	3	10	12	40	15	50	0	0	30
2	Em matemática, está tudo criado, nada se cria de novo.	9	30	12	40	7	23	2	7	30
3	A matemática é um conjunto de regras e factos que não têm nenhuma relação entre si.	13	43	10	34	6	20	1	3	30
4	As relações que se estabelecem entre a matemática e as outras áreas promovem o seu desenvolvimento mútuo.	2	7	2	7	21	70	5	16	30
5	A matemática não tem nenhuma relação com o dia-a-dia.	9	30	17	57	3	10	1	3	30
6	Saber matemática é fundamental na vida das pessoas.	0	0	1	3	15	50	14	47	30
7	As pessoas que sabem matemática são mais inteligentes que as outras.	13	43	11	37	6	20	0	0	30
8	Nem todas as pessoas têm as mesmas capacidades para a matemática.	2	7	1	3	13	43	14	47	30

Legenda: a) Discordo totalmente; b) Discordo parcialmente; c) Concordo parcialmente; d) Concordo totalmente; t) Total; fi – Frequência absoluta; Fri – Frequência relativa.

De acordo com a anterior tabela pode-se observar que as respostas dos alunos acerca do parâmetro "Uma vez adquirido, o conhecimento matemático não sofre alterações", são agora as seguintes: 50% concorda parcialmente, 40% discorda parcialmente e 10% discorda totalmente. Por comparação com as respostas ao Questionário Inicial verifica-se uma evolução nesta representação traduzida pela diminuição do peso da concordância em favor do desacordo.

Relativamente ao parâmetro nº 2 "Em matemática, está tudo criado, nada se cria de novo", podemos verificar que a maioria das respostas converge agora para o 'discordo parcialmente', com 40%, seguindo-se o 'discordo totalmente' com 30%. Somente 23% concorda agora parcialmente e 7% na totalidade. Desta forma, verifica-se que a representação dos alunos também evoluiu dado que aumentou a percentagem de desacordo em detrimento da concordância.

Em relação ao parâmetro nº 3 "A matemática é um conjunto de regras e factos que não têm nenhuma relação entre si", as representações também evoluíram, sendo agora as respostas distribuídas pelas categorias de 'discordo totalmente' (43%), 'discordo parcialmente' 34%, 20%

'concordo parcialmente' e apenas 1 aluno afirmou concordar na totalidade. Embora os parâmetros de concordância não tenham registado uma alteração muito significativa, a maioria das respostas deslocou-se do desacordo parcial para o total.

Relativamente ao parâmetro nº 4, "As relações que se estabelecem entre a matemática e outras áreas promovem o seu desenvolvimento mútuo", cujas respostas estão também representadas na mesma tabela, pode-se verificar que a quase totalidade se concentra no 'concordo parcialmente' com 70%; 16% diz concordar totalmente, tendo apenas 7% referido discordar na totalidade ou parcialmente. Embora a percentagem de acordo total tenha agora diminuído, globalmente, a concordância registou valores mais elevados que aquando do Questionário Inicial, em detrimento do desacordo parcial.

Relativamente ao parâmetro nº 5, "A matemática não tem nenhuma relação com o dia a dia", pode-se observar que, globalmente, se intensificou a concentração de respostas na discordância (87%). No entanto, 57% diz discordar não total mas parcialmente e somente 30% refere discordar totalmente. A percentagem de concordância também diminuiu para 13% mantendo-se o acordo parcial (10%) e diminuindo o total para 3%. Assim, neste parâmetro não parece registar-se uma evolução positiva na representação.

Em relação à afirmação nº 6, "Saber matemática é fundamental na vida das pessoas", a maioria dos alunos parece continuar a concordar com a afirmação mas agora somente 50% diz concordar parcialmente e 47% totalmente. Um aluno refere discordar mas agora parcialmente. Isto parece significar que os alunos aumentaram a consciência da importância da matemática para poderem ter um papel activo, como cidadão, no mundo que nos rodeia.

No que concerne à afirmação nº 7, "As pessoas que sabem matemática são mais inteligentes que as outras", a grande maioria dos alunos manifesta-se agora discordando, 43% totalmente e 37% parcialmente. Somente 20% parecem concordar e parcialmente. Assim se depreende que, também a este respeito, a evolução foi positiva.

No que diz respeito ao parâmetro nº 8, "Nem todas as pessoas têm as mesmas capacidades para a matemática", uma menor percentagem (47%) diz concordar agora totalmente e uma maior percentagem (43%) passa a concordar só parcialmente. Em relação ao desacordo total, regista-se um aumento na percentagem (7%), e em relação ao parcial, uma diminuição para 3%. Registou-se, portanto, uma evolução que se poderá considerar positiva no sentido de que os alunos podem ter construído uma opinião mais favorável acerca das suas capacidades.

Em síntese, a experiência na qual os alunos se envolveram parece ter contribuído para uma evolução positiva da maior parte das representações mencionadas (tabela 7.15).

Tab. 7.15 – Evolução dos parâmetros das Representações acerca da Matemática**.**

Parâmetro		Evolução
1	Uma vez adquirido, o conhecimento matemático não sofre alterações.	+
2	Em matemática, está tudo criado, nada se cria de novo.	+
3	A matemática é um conjunto de regras e factos que não têm nenhuma relação entre si.	+
4	As relações que se estabelecem entre a matemática e as outras áreas promovem o seu desenvolvimento mútuo.	+
5	A matemática não tem nenhuma relação com o dia-a-dia.	-
6	Saber matemática é fundamental na vida das pessoas.	+
7	As pessoas que sabem matemática são mais inteligentes que as outras.	+
8	Nem todas as pessoas têm as mesmas capacidades para a matemática.	+

Da análise da tabela seguinte, em relação ao parâmetro nº9, “O principal objectivo da Matemática é desenvolver o raciocínio dos alunos”, as respostas representadas na tabela anterior indicam uma maior percentagem de alunos que passa a concordar com a afirmação registando-se, agora, um maior peso no acordo parcial (70%) em detrimento do total (23%). Apenas 7% dos alunos diz discordar e só parcialmente. Pode-se concluir que os alunos parecem continuar a valorizar o raciocínio mas provavelmente passaram a considerar que há outras competências fundamentais a desenvolver.

Em relação à afirmação nº 10, “Em Matemática é fundamental a comunicação de ideias”, uma maior percentagem de alunos passou a referir concordar parcialmente (84%). Curiosamente, a percentagem de respostas em ‘concordo totalmente’ diminuiu para 13%. Em relação ao desacordo, apenas 1 aluno diz discordar, agora, parcialmente. Assim, a evolução poder-se-á considerar positiva.

No que concerne à afirmação ”Para ensinar matemática basta saber matemática”, verifica-se que, agora, 50% dos alunos diz concordar – 37% parcialmente e 13% totalmente – e outros 50% diz discordar – 30% totalmente e 20% parcialmente.

Tab. 7.16 – Representações finais acerca do ensino da matemática.

Parâmetros		Questionário Final								
		a		b		c		d		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
9	O principal objectivo da Matemática é desenvolver o raciocínio dos alunos.	0	0	2	7	21	70	7	23	30
10	Em Matemática é fundamental a comunicação de ideias.	0	0	1	3	25	84	4	13	30
11	Para ensinar matemática basta saber matemática.	9	30	6	20	11	37	4	13	30
12	Em Matemática não se pode ser muito criativo, é “aquilo e aquilo mesmo”.	3	10	12	40	11	37	4	13	30
13	O melhor método para ensinar matemática é – o professor explica “fórmula” e os alunos resolvem muitos exercícios ate a decorarem.	6	20	9	30	9	30	6	20	30
14	A Matemática podia ser dada de uma forma mais interessante.	1	3	2	7	17	57	10	33	30

Legenda: a) Discordo totalmente; b) Discordo parcialmente; c) Concordo parcialmente; d) Concordo totalmente; t) Total; fi – Frequência absoluta; Fri – Frequência relativa.

Provavelmente, esta alteração deve-se ao facto de terem ficado a pensar que conseguiam ensinar adequadamente os seus colegas, tendo-lhes bastado, para isso, apenas estudar um pouco os conteúdos programáticos.

Quanto ao parâmetro nº 12 “Em Matemática não se pode ser muito criativo, é ‘aquilo e aquilo mesmo”, a opinião dos alunos, após terem assumido o papel de “professor”, lamentavelmente, afasta-se da discordância total em favor de todos os outros valores da escala. Assim, 40% diz discordar parcialmente, 37% concordar parcialmente, 13% concordar na totalidade e só 10% discordar na totalidade.

Relativamente à afirmação nº 13, “O melhor método para ensinar matemática é – 0 professor explica ‘fórmula’ e os alunos resolvem muitos exercícios até a decorarem”, a opinião dos alunos mantém-se muito dividida: 50% diz discordar e a mesma percentagem concordar. De assinalar um muito ténue aumento de percentagem na opção discordo totalmente – de 11 para 20% e uma ligeira diminuição na opção ‘concordo totalmente’ – de 23% para 20%.

No que concerne à afirmação nº 14, “A Matemática podia ser dada de uma forma mais interessante”, a opinião dos alunos distribui-se, agora, da seguinte forma: 57% refere concordar parcialmente, 33% totalmente, 7% discordar parcialmente e 3% discordar totalmente.

O facto de os alunos terem ficado muito mais cautelosos em relação a esta questão pode ter a ver com a dificuldade que sentiram em abordar a Matemática de uma forma mais aliciante e inovadora.

Resumidamente, pode-se constatar, com bastante apreensão, que os alunos não parecem ter beneficiado muito com a experiência ao nível da evolução das representações acerca do ensino da matemática (ver tabela 7.17).

Tab.7.17 – Evolução dos parâmetros das Representações acerca do ensino da Matemática.

	Parâmetro	Evolução
9	O principal objectivo da Matemática é desenvolver o raciocínio dos alunos.	+
10	Em Matemática é fundamental a comunicação de ideias.	+
11	Para ensinar matemática basta saber matemática.	-
12	Em Matemática não se pode ser muito criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".	-
13	O melhor método para ensinar matemática é – o professor explica "fórmula" e os alunos resolvem muitos exercícios ate a decorarem.	=
14	A Matemática podia ser dada de uma forma mais interessante.	-

Debrucemo-nos agora sobre as respostas dadas pelos alunos às questões do Grupo I do Questionário Final, mais directamente relacionadas com as representações acerca da aprendizagem da matemática (tabela 7.18), cujos resultados brutos (anexo 3.11) serviram de base à elaboração da tabela que se apresenta a seguir.

Relativamente ao parâmetro "O gosto pela matemática não se pode desenvolver – ou se tem ou não se tem", 57% dos inquiridos respondeu agora que discordava parcialmente, 20% dizem concordar na totalidade, 16% parcialmente e 7% referem discordar na totalidade. De salientar que o decréscimo de respostas de desacordo total parece ter revertido a favor do acordo total e que o decréscimo do acordo parcial parece ter revertido para o desacordo parcial. Assim, e embora muito tenuamente, nota-se uma evolução nas representações pelo facto de uma maior percentagem de alunos ter agora manifestado desacordo.

Relativamente ao parâmetro nº 16 "O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutros espaços além da escola", uma maior percentagem dos alunos diz agora concordar parcialmente (63%) ou discordar parcialmente (20%). Os extremos da escala sofreram um decréscimo para 0% em relação ao desacordo total e para 17% em relação ao acordo total. Assim, parece não ter havido alterações significativas nesta representação.

Em relação ao parâmetro nº 17 "O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutras áreas disciplinares (disciplinas)", 70% dos alunos diz agora concordar parcialmente, em detrimento do desacordo parcial que regista uma diminuição para 17% e da concordância total que sofre agora um decréscimo para 10%. Um aluno continua a referir discordar totalmente. Nota-se, assim, uma evolução positiva nesta representação.

Tab. 7.18 – Representações finais acerca da aprendizagem da matemática.

Parâmetros		Questionário Final								
		a		b		c		d		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
15	O gosto pela matemática não se pode desenvolver – ou se tem ou não se tem.	2	7	17	57	5	16	6	20	30
16	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutros espaços além da escola.	0	0	6	20	19	63	5	17	30
17	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutras áreas disciplinares (disciplinas)	1	3	5	17	21	70	3	10	30
18	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas em áreas curriculares não disciplinares (estudo acompanhado; área de projecto; formação cívica).	3	10	10	33	16	54	1	3	30
19	O mais importante na Matemática é conhecer as 'fórmulas' e saber aplicá-las	2	7	10	33	16	53	2	7	30
20	Nas aulas de Matemática, o aluno não pode ter um papel muito activo.	10	33	14	47	6	20	0	0	30
21	Em Matemática, deve-se trabalhar sempre sozinho.	10	33	13	43	5	17	2	7	30
22	Em Matemática, utiliza-se pouco material didáctico e isso era importante para se aprender melhor a matéria.	1	3	10	33	15	51	4	13	30
23	A matemática presta-se muito ao trabalho em grupo.	1	3	12	41	13	43	4	13	30
24	Os 'testes' são os únicos instrumentos que os professores utilizam para avaliar os alunos.	9	30	9	30	11	37	1	3	30
25	Os 'testes' não permitem avaliar tudo o que um aluno sabe sobre a Matemática.	2	7	4	13	18	60	6	20	30
26	Os professores deviam utilizar outro tipo de avaliação dos alunos.	0	0	1	3	18	60	11	37	30
27	A culpa dos maus resultados a Matemática é principalmente dos alunos, porque não estudam.	4	13	11	37	9	30	6	20	30
28	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, faziam-no duma forma muito diferente da dos professores.	1	3	9	30	18	60	2	7	30
29	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas gostavam mais desta disciplina	1	3	6	20	19	64	4	13	30
30	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas obtinham melhores resultados.	1	3	9	30	16	54	4	13	30

Legenda: Discordo totalmente; b) Discordo parcialmente; c) Concordo parcialmente; d) Concordo totalmente; t) Total; fi – Frequência absoluta; Fri – Frequência relativa.

No que concerne ao parâmetro nº 18 “O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas em áreas curriculares não disciplinares (Estudo Acompanhado; Área de Projecto e Formação Cívica)”, a opinião dos alunos concentra-se, agora, no acordo parcial com 54%, em detrimento de todas as outras opções – desacordo parcial com 33%, desacordo total com 10% e 1 aluno a concordar na totalidade. Regista-se, então, uma evolução muito positiva em relação a esta representação que pode ser uma consequência directa de se ter rentabilizado a área curricular não disciplinar – Estudo Acompanhado – para a preparação das aulas que os alunos iriam “leccionar”, na fase de implementação da experiência.

No que diz respeito ao parâmetro nº 19, ”O mais importante na Matemática é conhecer as ‘fórmulas’ e saber aplicá-las”, verifica-se um nítido aumento da percentagem em favor do desacordo – de 14% para 40% (7% para desacordo total e 33% para parcial). Desta vez só 53% das respostas dos alunos convergem para o “concordo parcialmente” e 7% para o “discordo totalmente”. Regista-se, portanto, uma evolução positiva em relação a esta afirmação.

No que concerne ao parâmetro nº 20, “Nas aulas de Matemática, o aluno não pode ter um papel muito activo”, 80% dos alunos continua a referir discordar, distribuindo-se as suas opiniões da seguinte forma: 47% parcialmente e 33% totalmente. Dos restantes, 20% concorda parcialmente com a afirmação. Não se nota, assim, qualquer alteração digna de registo em relação a esta afirmação.

Relativamente ao parâmetro nº 21, “Em Matemática, deve-se trabalhar sempre sozinho”, podemos observar que agora 76% (contra 80% em relação ao Questionário Inicial) dos alunos diz discordar, 43% parcialmente e 33% totalmente. Dos restantes, os mesmos 17% refere concordar parcialmente e 7% totalmente. Parece, assim, verificar-se um ligeiro retrocesso em relação a esta representação.

Em relação ao parâmetro nº 22, ”Em matemática, utiliza-se pouco material didáctico e isso era importante para se aprender melhor a matéria”, 64% diz agora concordar, 51% parcialmente e 13% totalmente. Ainda relativamente a este parâmetro, 33% dos alunos diz discordar parcialmente e 3% totalmente. Verifica-se, então, uma evolução positiva em relação a esta representação já que as opções de desacordo sofreram um decréscimo em favor da concordância.

Relativamente à afirmação “A matemática presta-se muito ao trabalho em grupo”, nota-se uma diminuição da percentagem na opção ‘discordo totalmente’ (de 9% para 3%) em favor das opções ‘discordo parcialmente’, que regista agora um aumento para 41%, e ‘concordo totalmente’ que regista agora um valor de 13%. Nota-se, assim, uma ligeira evolução positiva em relação a esta representação.

No que concerne ao parâmetro “Os ‘testes’ são os únicos instrumentos que os professores utilizam para avaliar os alunos”, pode-se observar agora um acentuado aumento da percentagem em favor da concordância – de 9% para 40% - pelo facto de 37% dos alunos passar agora a referir concordar parcialmente. De destacar que a percentagem de alunos que referiu discordar totalmente diminuiu de 68% para 30%. Regista-se, assim, uma mudança muito desfavorável em relação a esta afirmação.

Relativamente ao parâmetro nº 25 do quadro, “Os ‘testes’ não permitem avaliar tudo o que um aluno sabe sobre a Matemática”, pode-se constatar que 80% dos alunos concorda com a afirmação, mas agora 60% parcialmente (contra os 23% registados previamente) e só 20% na totalidade (contra 62% registados anteriormente). Em relação ao desacordo a variação foi, globalmente, de 5%, registando-se agora 13% de desacordo parcial e 7% de desacordo total. Regista-se, portanto, uma alteração nada positiva em relação a esta representação.

Na tabela 7.18 registam-se também as respostas dos alunos ao parâmetro 26, “Os professores deviam utilizar outro tipo de avaliação dos alunos”. As respostas dominantes dos alunos reforçam a concordância, que sofreu um aumento de 80% para 97%. Regista-se agora 60% de acordo parcial e 37% (contra 23%) de acordo total. Apenas 3% diz discordar parcialmente, mas desta vez verifica-se assim uma evolução positiva em relação a esta representação.

Em relação ao parâmetro “A culpa dos maus resultados a Matemática é principalmente dos alunos, porque não estudam”, 50% dos alunos referem agora discordar (37% parcialmente e 13% totalmente) e só 50% assinalaram agora concordar, 30% parcialmente e 20% totalmente. Regista-se, portanto, uma evolução positiva em relação a esta representação.

Relativamente ao parâmetro nº 28, “Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, faziam-no duma forma muito diferente da dos professores”, de acordo com a tabela 7.18, 67% dos alunos, curiosamente, referem agora concordar – 60% parcialmente e 7% totalmente. Ainda em relação a esta afirmação, 30% dos alunos diz discordar parcialmente e 3% na totalidade. Não deixa de ser interessante este acréscimo de concordância já que, genericamente, as aulas que os alunos leccionaram não parecem ter diferido muito das aulas que frequentaram.

No que diz respeito ao parâmetro nº 29, ”Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas gostavam mais desta disciplina”, constata-se que 77% dos alunos refere concordar – 64% parcialmente e 13% totalmente. Agora, apenas 23% diz discordar, o que representa um decréscimo de 29% em relação ao Questionário Inicial. Assim, os alunos parecem ter ficado com uma opinião muito favorável em relação à experiência na qual foram envolvidos considerando que isso contribuiu para que os alunos gostem mais de Matemática.

No que concerne à afirmação ”Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas obtinham melhores resultados”, 67% dos alunos diz agora concordar. Destes, 54% referem concordar parcialmente (o que traduz um aumento de 31%) e 13% na totalidade. Só 30% diz agora discordar parcialmente e 3% na totalidade. Provavelmente esta alteração deve-se ao facto de os alunos terem obtido resultados satisfatórios no teste realizado após a experiência (pós-teste), superiores aos obtidos no pré-teste.

Resumidamente, e de uma forma global, a maior parte das representações dos alunos em relação à aprendizagem da matemática parece ter evoluído favoravelmente (tabela 7.19). Exceptua-se o caso das afirmações 16 e 20 relativamente às quais não se notou uma alteração digna de destaque e das afirmações relativas ao trabalho individual e aos testes.

Tab. 7.19 – Evolução dos parâmetros das Representações acerca da aprendizagem da Matemática.

	Parâmetro	Evolução
15	O gosto pela matemática não se pode desenvolver – ou se tem ou não se tem.	+
16	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutros espaços além da escola.	=
17	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutras áreas disciplinares (disciplinas)	+
18	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas em áreas curriculares não disciplinares (estudo acompanhado; área de projecto; formação cívica).	+
19	O mais importante na Matemática é conhecer as ‘fórmulas’ e saber aplicá-las	+
20	Nas aulas de Matemática, o aluno não pode ter um papel muito activo.	=
21	Em Matemática, deve-se trabalhar sempre sozinho.	-
22	Em Matemática, utiliza-se pouco material didáctico e isso era importante para se aprender melhor a matéria.	+
23	A matemática presta-se muito ao trabalho em grupo.	+
24	Os ‘testes’ são os únicos instrumentos que os professores utilizam para avaliar os alunos.	-
25	Os ‘testes’ não permitem avaliar tudo o que um aluno sabe sobre a Matemática.	-
26	Os professores deviam utilizar outro tipo de avaliação dos alunos.	+
27	A culpa dos maus resultados a Matemática é principalmente dos alunos, porque não estudam.	+
28	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, faziam-no duma forma muito diferente da dos professores.	+
29	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas gostavam mais desta disciplina	+
30	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas obtinham melhores resultados.	+

7.3.2 – Opiniões sobre a experiência realizada

A segunda parte do Questionário Final refere-se à experiência propriamente dita, ou seja, quando os alunos assumiram o papel de professor. Com a análise dos dados referentes às respectivas questões, fica-se a conhecer a opinião dos alunos sobre a forma como forma abordados os conceitos, as características do trabalho desenvolvido, os materiais utilizados, a discussão das actividades desenvolvidas, o tipo e instrumentos de avaliação privilegiados. Neste ponto também se contrastará a opinião inicial e final dos alunos sobre o gosto pela Matemática e os motivos para a afirmação ou negação.

Na tabela 7.20 apresentam-se os resultados obtidos referentes à forma como foram abordados os conteúdos, nas aulas de Matemática, durante a realização da experiência.

Tab.7.20 – Opiniões sobre a forma como foram abordados os conteúdos.

Parâmetros		Questionário Final										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	O professor expõe a matéria e propõe a resolução de exercícios de consolidação.	0	0	1	3	23	77	6	20	0	0	30
2	O professor propõe primeiro a resolução de exercícios sobre uma matéria que ainda não foi abordada cuja resolução implica a consulta de livros e outros materiais.	7	23	21	70	2	7	0	0	0	0	30
3	O professor propõe a resolução de problemas e os conceitos surgem no seguimento dessa actividade.	0	0	20	67	10	33	0	0	0	0	30
4	O professor sugere o estudo prévio de determinada matéria e convida alguns alunos a expô-la.	8	27	18	60	4	13	0	0	0	0	30
5	Outro (s). Qual (ais)?	0	0	0	0	0	0	0	0	30	100	30

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre e nr) Não responderam.

Em relação à afirmação "O professor expõe a matéria e propõe a resolução de exercícios de consolidação", 77% dos inquiridos respondeu agora "Várias Vezes", 20% "Sempre" e apenas 3% "Raramente". De facto, esta foi a forma preferencial que os 'alunos-professores' utilizaram para abordar os conteúdos respectivos. Comparativamente ao Questionário Inicial, verificou-se agora um aumento no item "Várias Vezes", de 69% para 77%.

No que respeita ao parâmetro nº 2 "O professor propõe primeiro a resolução de exercícios sobre uma matéria que ainda não foi abordada cuja resolução implica a consulta de livros e outros materiais", as opiniões dos alunos distribuem-se da seguinte forma: "Raramente" com 70% das respostas, "Nunca" 23% e "Várias Vezes" 7%. De facto, apesar do item "Várias Vezes" aparecer com um peso de 7%, apresentando um decréscimo de 13% em relação ao Questionário Inicial, esta forma de abordagem dos conteúdos nunca foi utilizada durante a experiência. Estes resultados levam-nos a acreditar que, apesar dos alunos considerarem, inicialmente, que numa aula "típica" de Matemática este parâmetro tem algum peso ("Sempre" 3% e "Várias Vezes" 20%), na prática, tal abordagem não se verificou.

Em relação ao parâmetro nº 3 da tabela 7.20 "O professor propõe a resolução de problemas e os conceitos surgem no seguimento dessa actividade", as opiniões dos alunos dividem-se pelo "Raramente", com 67%, e "Várias Vezes", com 33%. Tal como no anterior, inicialmente os alunos consideravam este parâmetro com algum peso, pois atribuíram-lhe um peso de 66% para o item "Várias Vezes". Depois da experiência o peso deste item sofreu um decréscimo de 33%.

No que concerne à afirmação nº 4 "O professor sugere o estudo prévio de determinada matéria e convida alguns alunos a expô-la", as respostas dos alunos foram as seguintes: 60% para o item "Raramente", 27% "Nunca" e 13% "Várias Vezes". Também neste parâmetro, apesar do item "Várias Vezes" aparecer com um peso de 13%, esta forma de abordagem dos conteúdos nunca foi utilizada durante a experiência. Comparativamente ao Questionário Inicial, verifica-se também que relativamente ao item "Várias Vezes" este apresentou um decréscimo, de 42% para 13% em detrimento do item "Raramente" que registou um aumento de 23%. Estes resultados podem ficar a dever-se ao facto de, no ano lectivo anterior, o professor lhes ter sugerido esta abordagem, nomeadamente, aquando da realização do estudo prévio.

Relativamente à questão nº 5 " Outro (s). Qual (ais)?", no Questionário Inicial apenas 2 alunos responderam, ao contrário do que se verificou agora onde nenhum aluno respondeu e não apresentou alternativas.

Na tabela 7.21 apresentam-se os resultados obtidos referentes à forma de trabalho desenvolvido, nas aulas de Matemática, durante a realização da experiência.

De acordo com a opinião dos alunos, desenvolveram várias vezes trabalho a pares (64%), individualmente (60%) e em pequeno grupo (56%). A maioria admite que nunca (40%) ou raramente (37%) desenvolveu trabalho em grande grupo. Estas respostas diferem um pouco das que deram no Questionário Inicial para caracterizar uma aula "típica", principalmente no que respeita ao trabalho em pequeno grupo e grande grupo, mas, de facto, corresponde ao que foi feito durante a experiência.

Tab.7.21 – Opiniões sobre a forma de trabalho desenvolvido.

Parâmetros		Questionário Final								
		a		b		c		d		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	Individual	2	7	3	10	18	60	7	23	30
2	A pares	1	3	9	30	19	64	1	3	30
3	Em pequeno grupo	2	7	9	30	17	56	2	7	30
4	Em grande grupo (turma)	12	40	11	37	6	20	1	3	30

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre

Na tabela 7.22 apresentam-se os resultados das respostas dos alunos à questão "Nas aulas de Matemática como trabalhaste em grupo?".

Pela análise desta tabela, a opinião preponderante dos alunos relativa à forma com trabalharam em grupo, no decorrer da experiência, é a de que esta se desenvolveu, "Várias Vezes" (77%) ou "Sempre" (7%), de uma forma cooperativa, o que representa um acréscimo de 17% para o item "Várias Vezes", relativamente ao Questionário Inicial. Verifica-se também que os alunos consideram que trabalharam "Várias Vezes" ou "Sempre" de uma forma colaborativa, com 60% e 17%, respectivamente. Estas duas formas de trabalho em grupo, então, foram consideradas as eleitas pelos alunos durante a realização da experiência. Relativamente ao Questionário Inicial verifica-se que estas duas formas eram também as mais utilizadas, mas agora a que apresenta mais peso é a forma cooperativa.

Tab.7.22 – Opiniões sobre a forma de trabalho em grupo.

Parâmetros		Questionário Final										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	Fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	Fi
1	Cooperativamente (todos participavam na totalidade das actividades).	1	3	3	10	23	77	2	7	1	3	30
2	Colaborativamente (distribuíam-se as tarefas pelos diversos elementos e depois reuniam-se os vários contributos para o trabalho final).	1	3	5	17	18	60	5	17	1	3	30
3	Um aluno ou alguns alunos desenvolviam o trabalho sem que os outros colaborassem, embora figurasse o nome de todos.	3	10	11	37	13	43	2	7	1	3	30
4	Outro(s). Qual (ais)?	0	0	1	3	0	0	0	0	29	97	30

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre e nr) Não responderam.

Relativamente ao parâmetro 3, "Um aluno ou alguns alunos desenvolviam o trabalho sem que os outros colaborassem, embora figurasse o nome de todos", 43% dos alunos é de opinião que isso aconteceu "Várias Vezes", 37% afirma que "Raramente" e 10% "Nunca".

Comparativamente às respostas ao Questionário Inicial nota-se, agora, uma valorização do trabalho cooperativo, assim como o tipo de trabalho assinalado no parâmetro 3 aconteceu neste caso mais frequentemente. Em relação ao que nos foi dado a observar, esta situação pode ter-se ficado a dever ao facto de, em alguns grupos, o melhor aluno ter ficado com a grande parte do trabalho e responsabilidade, ficando os restantes elementos com uma parte menos significativa.

Quanto ao Parâmetro 4, "Outro(s). Qual(ais)?", 97% dos inquiridos não responderam.

De acordo com a tabela seguinte, observamos que, relativamente ao 1º parâmetro "Materiais não estruturados (palhinhas, caricas, botões, etc. …)", 47% dos alunos responderam "Raramente", 30% responderam "Nunca" e 23% "Várias Vezes". Comparativamente com o Questionário Inicial o item "Várias Vezes" sofreu um acréscimo de 12%. Curiosamente, não nos apercebemos que tivessem usado este tipo de material.

Tab.7.23. – Opiniões acerca dos materiais utilizados.

Parâmetros		Questionário Final										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	Materiais não estruturados (palhinhas, caricas, botões, etc. …)	9	30	14	47	7	23	0	0	0	0	30
2	Computador	3	10	14	47	11	36	2	7	0	0	30
3	Calculadora (científica/gráfica)	1	3	6	20	16	54	7	23	0	0	30
4	Acetatos/transparências	3	10	7	23	18	60	2	7	0	0	30
5	Videograma (vídeos)	10	3	14	47	14	47	1	3	0	0	30
6	Diaporamas (slides)	13	3	8	27	14	47	7	23	0	0	30
7	Régua/compasso/esquadro	0	0	3	10	19	63	8	27	0	0	30
8	Fichas de Trabalho	1	3	6	20	10	34	13	43	0	0	30
9	Jogos. Qual(ais)?	9	30	14	47	6	20	1	3	0	0	30
10	Outra(s). Qual(ais)?	0	0	0	0	0	0	0	0	30	100	30

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre.

No que concerne à utilização do computador, observámos que 47% afirmam que "Raramente" utilizaram, 36% "Várias Vezes", 10% "Nunca" e 7% "Sempre". Esta opinião dos alunos talvez se possa justificar pelo facto da investigadora ter passado algum tempo, extra aula, com os alunos na sala de informática, na altura da planificação. Em comparação com o Questionário Inicial, verificou-se um acréscimo de 5% nos alunos que responderam “Várias Vezes”.

Pode-se ainda observar que 54% dos alunos consideram que usaram “Várias Vezes” a calculadora, 23% “Sempre” e 20% dos alunos “Raramente” durante a experiência. Por comparação com o Questionário Inicial verifica-se que as respostas dos alunos situam-se agora maioritariamente no item “Várias Vezes”, pois verificou-se um acréscimo de 14% e o item “Sempre” sofreu um decréscimo de 31%. Realmente, o uso da calculadora foi comum em algumas aulas de Matemática da experiência.

Relativamente à utilização de acetatos/transparências, os alunos assinalaram maioritariamente o item “Várias Vezes” (60%). Apenas 23% aponta para o item “Raramente”. De facto, o uso de acetatos/transparências foi prática comum para a abordagem dos conteúdos durante a experiência. Comparativamente ao Questionário Inicial, relativamente à utilização deste material, não se verificam grandes alterações, continuando o item “Várias Vezes” a apresentar o maior peso, agora com um ligeiro acréscimo (3%).

De acordo também com a tabela 7.23, em relação à utilização do Videograma (Vídeos) 47% dos inquiridos afirmou “Raramente” e apenas 3% “Nunca”. Também 47% consideraram o item “Várias Vezes” e apenas 3% afirmou “Sempre”. Estes resultados diferem dos registados no Questionário Inicial, pois o item “Várias Vezes” apresenta agora um acréscimo de 38% e o item “Nunca” sofreu um decréscimo de 51%. Curiosamente, apesar destas diferenças, este cenário afasta-se do que foi feito durante a experiência, pois tais materiais não foram utilizados.

Quanto a Diaporamas, 47% afirma “Várias Vezes” e 27% “Raramente”. Também, relativamente a este parâmetro, curiosamente, as respostas afastam-se do que foi feito na experiência e do que foi registado no Questionário Inicial.

As opiniões dos alunos sobre a utilização da régua, compasso e esquadro, incidiu nos itens “Várias Vezes”, “Sempre” e “Raramente”, respectivamente com 63%, 27% e 10%. De facto, estes materiais foram utilizados pelos alunos durante a experiência, nomeadamente durante as aulas onde foram leccionados determinados conteúdos, tais como a “Representação na Recta Real de um Numero Irracional”. Estes resultados são idênticos aos registados no Questionário Inicial, acentuando-se o peso do item “Sempre”, que sofreu um acréscimo de 16%.

No que diz respeito a fichas de trabalho, observa-se que 43% dos alunos afirmaram “Sempre”, 34% têm a opinião que utilizaram “Várias Vezes”, 20% “ Raramente” e 3% “Nunca”. De facto, no decorrer da experiência, quase todos os ‘alunos-professores’ recorreram a estes materiais.

Tal como no parâmetro anterior, o item "Sempre" sofreu aqui um acréscimo, relativamente ao Questionário Inicial, de 25%. Em relação ao parâmetro "Jogos. Qual(ais)?", a opinião dos alunos distribui-se pelos itens "Raramente" com 47%, "Nunca" 30% e "Várias Vezes" 20%. Curiosamente, apesar do item "Várias Vezes" apresentar um peso considerável (20%), estes materiais nunca foram utilizados durante a experiência. Em relação ao Questionário Inicial, os itens "Nunca" e "Raramente" sofreram um acréscimo de 16% e 27% respectivamente. Quanto ao parâmetro Outro(s). Qual(ais)? Nenhum aluno conseguiu mencionar nomes de materiais que tenham sido utilizados sem ser os que estavam mencionados.

De seguida analisam-se as respostas à seguinte questão: "Nas aulas de Matemática, como discutiram as actividades desenvolvidas? ".

Como se pode observar pela tabela 7.24, em relação ao parâmetro nº 1 "O(A) professor(a) apresenta a resolução correcta e os alunos registam essa resolução no caderno", a maioria dos alunos (53%) considera que se praticou " Varias Vezes", 33% "Raramente" e apenas 11% afirmam "Sempre". De facto, os resultados obtidos neste questionário correspondem ao que foi feito e observado durante a experiência.

Tab.7.24 – Opinião dos alunos sobre as discussões das actividades desenvolvidas.

Parâmetros		Questionário Final										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	O(A) professor(a) apresentava a resolução correcta e os alunos registavam essa resolução no caderno.	1	3	10	33	16	53	3	11	0	0	30
2	O professor convidava um aluno a ir ao quadro apresentar a sua resolução.	0	0	3	10	23	77	4	13	0	0	30
3	Cada grupo expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.	0	0	13	43	17	57	0	0	0	0	30
4	Só um grupo ou aluno (que acertou ou resolveu correctamente) expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.	2	7	12	40	16	53	0	0	0	0	30
5	O professor convidava alunos com menos dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.	1	3	14	47	14	47	1	3	0	0	30
6	O professor convidava os alunos com mais dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.	1	3	8	27	14	47	7	23	0	0	30
7	Outra(s). Qual(ais)?	0	0	0	0	1	3	0	0	29	97	30

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre e nr) Não responderam.

Em relação ao parâmetro nº 2 "O professor convida um aluno a ir ao quadro apresentar a sua resolução", 77% dos alunos considerou "Várias Vezes", 13% "Sempre" e 10% "Raramente". Esta foi também uma situação comum que se observou durante a experiência.

No que concerne ao parâmetro nº 3 "Cada grupo expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se", as respostas dos alunos incidiram nos itens "Vária Vezes" e "Raramente" com respectivamente 57% e 43%. Convém também referir que, nesta fase, o item "Nunca" não apresenta qualquer resposta (0%). Em alguns grupos de 'alunos-professores' esta foi também uma prática utilizada durante a experiência.

No que se refere ao parâmetro 4 "Só um grupo ou aluno (que acertou ou resolveu correctamente) expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se", a opinião dos alunos dividiu-se entre o item "Várias Vezes" e "Raramente" com 53% e 40% respectivamente e 7% no item "Nunca". De facto, estes resultados correspondem ao que se verificou durante a experiência, onde vários grupos adoptaram em vários momentos das aulas este método.

Quanto ao parâmetro 5 "O professor convidava alunos com menos dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se", a resposta dos alunos incidiu, fundamentalmente, nos itens "Várias Vezes" e "Raramente" que obtiveram *ex aequo* 47% e 3% *ex aequo* no item "Nunca" e no item "Sempre".

Relativamente ao parâmetro 6, "O professor convidava os alunos com mais dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se", verifica-se que 47% dos inquiridos também respondeu "Várias Vezes" embora 27% considere que tal atitude só se tomava "Raramente" e 23% "Sempre".

Em relação aos parâmetros 5 e 6 o que se observou foi que houve grupos que optaram por convidar os alunos com menos dificuldades enquanto que outros, apesar de em menor número, optaram por convidar os alunos com mais dificuldades.

Quanto ao parâmetro 7 "Outra (s). Qual (ais)", 29 alunos não responderam a este parâmetro. O aluno que afirmou "Várias Vezes", não referiu, curiosamente, qualquer alternativa.

Comparando estes valores com os registados no Questionário Inicial o parâmetro que mais se salienta é o 6º parâmetro, que regista um decréscimo de 22% para o item "Várias Vezes". Em segundo lugar surge o 4º parâmetro, o qual apresenta um acréscimo de 19%, também para o item "Várias Vezes". Estes valores podem ficar a dever-se ao facto de que, tal como foi observado durante a experiência, os alunos que mais eram convidados a apresentar a sua resolução eram os que tinham menos dificuldades ou os que acertavam ou resolviam correctamente os exercícios propostos.

O aluno ao assumir o papel de professor deveria ter avaliado os conhecimentos construídos pelos alunos ou as aprendizagens desenvolvidas. As respostas dos alunos a esta questão apresentam-se na tabela seguinte.

Tab.7.25 – Opiniões sobre os instrumentos de avaliação utilizados.

	Parâmetros	Questionário Final										
		a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	O Professor praticava uma avaliação contínua	0	0	4	13	20	67	6	20	0	0	30
2	O professor só praticava uma avaliação sumativa	3	10	12	40	15	50	0	0	0	0	30
3	O Professor praticava uma avaliação diagnóstica.	2	7	11	36	17	57	0	0	0	0	30
4	O professor só avaliava/classificava pelos "testes".	1	3	16	54	9	30	4	13	0	0	30
5	O professor considerava sempre "caderno diário"	10	33	14	47	6	20	0	0	0	0	30
6	O professor propunha "trabalhos para casa"	0	0	5	17	15	50	10	33	0	0	30
7	O professor propunha trabalhos de investigação ou de pesquisa	1	3	12	40	15	50	2	7	0	0	30
8	O professor considerava sempre os "trabalhos de casa" para avaliar/classificar os alunos.	1	3	5	17	17	57	7	23	0	0	30
9	O professor considerava sempre os trabalhos de investigação ou de pesquisa para avaliar/classificar os alunos.	1	3	5	17	18	60	6	20	0	0	30
10	O professor considerava sempre a participação dos alunos nas aulas para efeitos de avaliação/ classificação.	0	0	4	13	16	54	10	33	0	0	30
11	O professor considerava sempre as atitudes e valores para efeitos de avaliação/ classificação.	0	0	5	17	17	57	8	26	0	0	30
12	Tudo o que era feito nas aulas ou como"trabalho de casa" só era considerado para avaliar/classificar os alunos em caso de indecisão entre dois níveis.	2	7	7	23	19	63	2	7	0	0	30
13	Outro(s) parâmetro (s). Qual (ais).	0	0	0	0	0	0	0	0	30	100	30

Legenda: a) Nunca; b) Raramente; c) Várias Vezes; d) Sempre e nr) Não responderam.

Observando a tabela 7.25, verifica-se que, de uma maneira geral, a opinião dos alunos acerca do parâmetro “O ‘professor’ praticava uma avaliação contínua” incidiu nos itens “Várias Vezes” e “Sempre”, respectivamente com 67% e 20%. Estes resultados, comparativamente ao Questionário Inicial, não apresentam alterações significativas. De referir apenas que o item “Várias

Vezes" registou um acréscimo de 7%. Curiosamente, não foram evidenciadas quaisquer preocupações com questões avaliativas, à excepção de um grupo, o qual aplicou um teste de avaliação.

No que diz respeito ao parâmetro 2, "O 'Professor' praticava uma avaliação sumativa" 50% dos alunos são de opinião que "Várias Vezes ", 40% "Raramente" e apenas 10% afirmam "Nunca". Relativamente ao Questionário Inicial verifica-se que o item "Várias Vezes" sofreu um acréscimo de 19%. Mas, como já foi referido antes, não foi dada muita importância às questões avaliativas.

Em relação ao parâmetro 3 "O 'professor' praticava uma avaliação diagnóstica", as opiniões registam-se sobretudo no item "Várias Vezes" com 57% e no "Raramente" com 36%. Comparativamente ao Questionário Inicial, estes itens sofreram as seguintes variações: "Várias Vezes" apresenta um acréscimo de 6%, "Raramente" um decréscimo de 7%. Estes valores podem significar que, mesmo após a experiência, a opinião dos alunos quanto a este parâmetro não sofreu alterações significativas.

Relativamente ao parâmetro 4, "O 'professor' só avaliava/classificava pelos "testes", 54% dos alunos considera que aconteceu "Raramente", 30% "Várias Vezes" e 13% "Sempre". De facto, estes valores correspondem ao que foi feito durante a experiência, pois houve um grupo apenas que realizou um teste de avaliação no final da aula.

No que diz respeito ao parâmetro 5 "O professor considerava sempre o 'caderno diário' para avaliar/classificar os alunos", 47% dos alunos responderam "Raramente", 33% "Nunca" e 20% "Várias Vezes". Note-se que, durante a experiência, nenhum dos grupos adoptou este instrumento de avaliação. De referir que, em relação ao Questionário Inicial, os itens "Nunca" e "Raramente" sofreram um acréscimo de 16% e 4%, respectivamente. Por seu lado, o item "Várias Vezes" decresceu 11%.

Quanto ao parâmetro 6, "O 'professor' propunha 'trabalhos para casa", a opinião dos alunos incide com maior incidência nos itens "Várias Vezes" com 50% e "Sempre" com 33%. De facto, estes valores vão ao encontro do que se observou durante a experiência, pois, a maior parte dos grupos de "alunos-professores" propôs a realização de 'trabalhos para casa'. Comparando com o Questionário Inicial verifica-se que a grande maioria dos alunos continua a dividir as opiniões pelos itens "Várias Vezes" e "Sempre".

No que concerne ao parâmetro 7, "O 'professor' propunha trabalhos de investigação ou de pesquisa", as opiniões dos alunos distribuem-se da seguinte forma: 50% dos alunos consideram "Várias Vezes", 40% "Raramente", 7% " Sempre" e 3% " Nunca". Tal situação pode ter-se ficado a dever ao facto de, na experiência, os alunos, para “leccionarem” os conteúdos programáticos respectivos, terem sido sujeitos a um trabalho de pesquisa, pois era a forma que eles tinham de aprender esses conteúdos e planificar a aula. As variações aqui registadas, comparativamente ao Questionário Inicial, também não são significativas, apesar de, agora, os itens “Várias Vezes” e “Sempre” acumularem a maioria das opiniões (57%).

Acerca do parâmetro 8, “O’professor’ considerava sempre os ‘trabalhos de casa’ para avaliar/classificar os alunos”, a opinião dos alunos varia principalmente entre o item “Várias Vezes”com 57%, 23% “Sempre” e 17% “Raramente”. Curiosamente, apesar de a maior parte dos grupos propor ‘trabalhos para casa’ e não os corrigir (pois apenas tinham um bloco de 90 minutos para leccionarem), a maior parte das opiniões concentram-se, também, nos itens “Várias Vezes” e “Sempre” (80%). Tal situação verifica-se também no Questionário Inicial, no qual estes itens concentram em si 78% das respostas.

Em relação ao parâmetro 9, “O ‘professor’ considerava sempre os trabalhos de investigação ou de Pesquisa para avaliar/classificar os alunos”, 60% consideram “Várias Vezes”, 20% “Sempre” e 17% “Raramente”. Curiosamente, estes resultados afastam-se do que foi feito durante a experiência, pois não houve qualquer grupo a propor trabalhos de pesquisa. É curioso também fazer a comparação destes resultados com os obtidos no Questionário Inicial, pois verifica-se que o item “Sempre” sofreu uma ligeira alteração, de 11% para 20%. Tal situação pode ficar a dever-se também ao facto de, na experiência, os alunos terem sido sujeitos a um trabalho de pesquisa.

No que diz respeito ao parâmetro 10, ”O professor considerava sempre a participação dos alunos nas aulas para efeitos de avaliação/classificação”, 54% dos alunos consideram “Várias Vezes”, 33% “Sempre” e 13% “Raramente”. Comparativamente ao Questionário Inicial, registou-se um acréscimo nos itens “Sempre” e “Várias Vezes” (22% e 9% respectivamente) em detrimento do item “Raramente”, o qual sofreu um decréscimo de 30%. À luz do que se observou, estes resultados afastam-se do que foi feito durante a experiência, pois os “alunos-professores” não demonstraram quaisquer preocupações com as questões avaliativas.

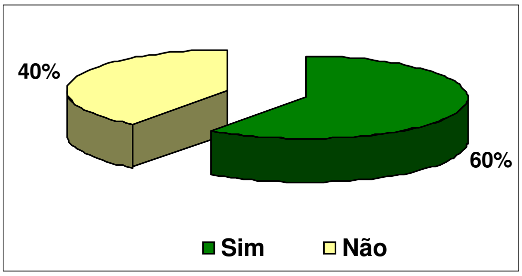
Relativamente ao parâmetro nº 11, “O ‘professor’ considerava sempre as atitudes e valores para efeitos de avaliação/ classificação”, 57% das opiniões incidem sobre o item “Várias Vezes”, 26% “Sempre” e 17% “Raramente”. Dado que não foram observados quaisquer elementos que confirmem estes resultados, podemos afirmar apenas, e por comparação com o Questionário Inicial, que a maioria das opiniões continua a concentrar-se nos itens “Sempre” e “Várias Vezes”.

Relativamente ao parâmetro nº 12, “Tudo o que era feito nas aulas ou como ‘trabalho de casa’ só era considerado para avaliar/classificar os alunos em caso de indecisão entre dois níveis”, pode-se observar que 63% dos alunos considera “Várias Vezes”, 23% “Raramente” e 7% “Sempre” e “Nunca”. Em comparação com o Questionário Inicial verifica-se que os itens “Sempre” e “Várias Vezes” acumulam agora a maioria das respostas (70%), resultando num acréscimo de 27%. Pela observação da experiência não se conseguiram retirar elementos que confirmem estes valores.

Em relação ao parâmetro nº 13, “Outro(s). Qual(ais)?”, nenhum aluno respondeu.

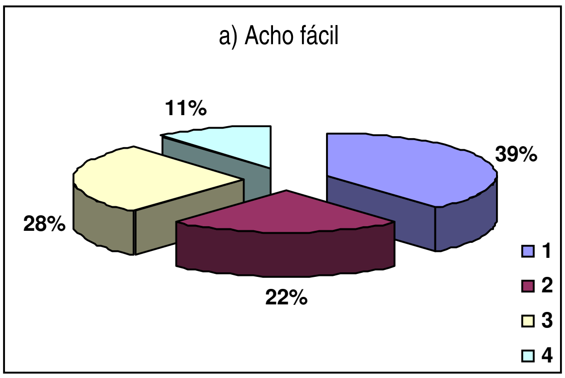
Relativamente à questão nº 6, “Gostas de matemática?”, é de realçar que, no final da experiência, 60% das respostas dos alunos recaem agora sobre a positiva, conforme se pode verificar no gráfico 7.6 o que significa um acréscimo de 17% em relação às respostas dadas no Questionário Inicial.

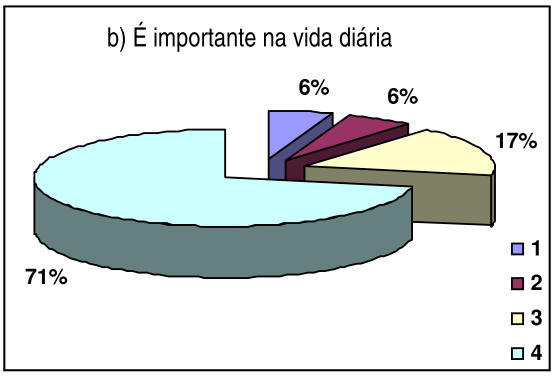
Gráf. 7.6 – Gosto pela Matemática no final da experiência.

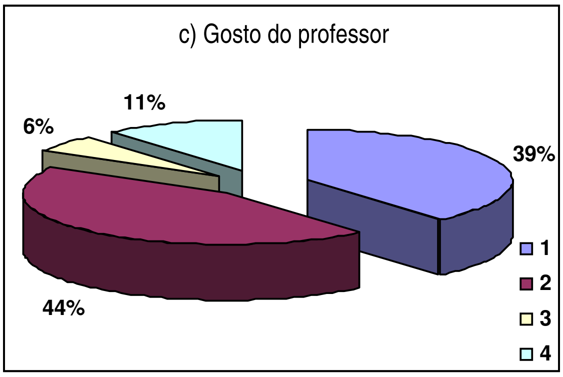


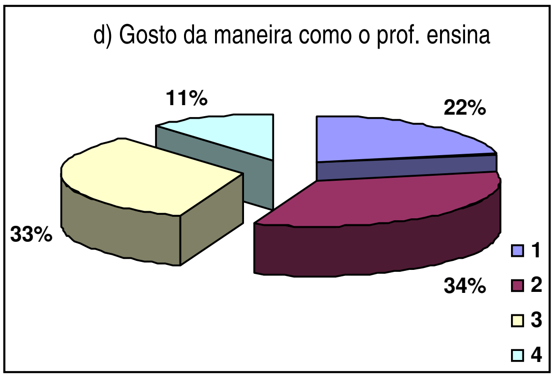
Quando questionados acerca do porquê do gosto pela matemática, no final da experiência, os alunos classificaram também as afirmações apresentadas numa escala de 1 a 4, valorizando com 4 a que consideravam ter mais importância e com 1 a que consideravam ter menos importância (gráfico 7.7).

Gráf. 7.7 – Motivos finais que levam os alunos a gostarem de Matemática.









Pela observação dos resultados obtidos com esta questão, expressos nos gráficos acima, podemos concluir o seguinte:

a) Para a primeira afirmação, ou motivo, apresentado – "Acho fácil" – a maioria (61%) classificou-o com 1 ou 2, ou seja, considerou que este motivo não tem muita importância para o facto de gostarem de Matemática. Apenas 39% dos alunos classificou este motivo com 3 e 4. Estes resultados apresentam uma ligeira diferença relativamente aos resultados do Questionário Inicial, acentuando-se a mesma tendência, ou seja, as classificações 1 e 2 tiveram um ligeiro acréscimo (3%) em detrimento das classificações 3 e 4.

b) Relativamente ao segundo motivo – "É importante na vida diária" – a grande maioria (88%) continua a atribuir a classificação de 3 ou 4 (17% e 71%, respectivamente), ou seja, a maior parte dos alunos continua a considerar este motivo bastante importante para o facto de gostarem de Matemática, após a experiência. Refira-se também que, para este motivo, as classificações 1 e 2 registam um ligeiro decréscimo (5%) relativamente ao Questionário Inicial, realçando ainda mais esta importância.

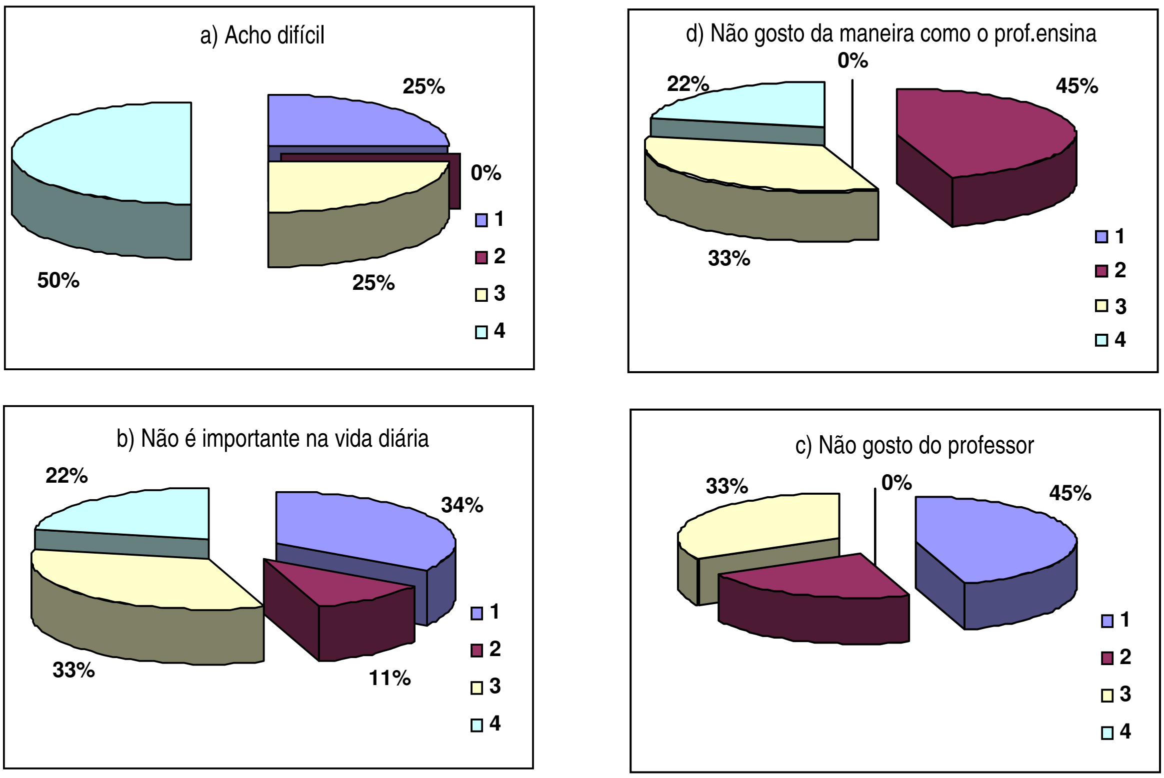
c) O gosto pelo professor, terceiro motivo, é considerado um motivo com menos relevância, após a experiência, pois apenas 17% dos alunos atribuíram a classificação de 3 ou 4, ao contrário do que se verificou no Questionário Inicial, no qual estas classificações registaram 66%. Relativamente às classificações 1 e 2, estas apresentaram um acréscimo de 49%.

d) O modo como o professor ensina, quarto motivo, é agora (após a experiência) considerado com menos importância, pois as classificações 1 e 2 sofreram um acréscimo de 14% registando agora 22% e 34%, respectivamente. Pelo contrário, as classificações 3 e 4 registaram os valores 11% e 44%,respectivamente.

e) Nenhum aluno apresentou, ou classificou, outros motivos.

De acordo, ainda, com o gráfico 7.6, 40% dos alunos afirmaram não gostar de Matemática, após a experiência. A estes alunos foi-lhes colocada, também, a mesma questão – “Não gostas de matemática, porquê?” – tendo-lhes sido igualmente pedido que classificassem os motivos apresentados numa escala de 1 a 4 (gráfico 7.8).

Gráf. 7.8 – Motivos finais que levam os alunos a não gostarem de Matemática.



Pela observação do gráfico pode-se concluir que:

a) Para a afirmação, ou motivo, apresentado – “Acho difícil” – a maioria (75%) dos alunos continua a classificar este motivo com 3 ou 4, ou seja, este motivo continua a ser considerado muito importante para o facto de não gostarem de Matemática, mesmo após a experiência. No entanto, em relação ao Questionário Inicial, verifica-se agora uma ligeira diminuição na importância, pois, as classificações 3 e 4 apresentaram um decréscimo de 8%.

b) No que diz respeito ao segundo motivo – "Não é importante na vida diária" – 55% dos alunos atribuiu-lhe a classificação de 3 ou 4 (33% e 22%, respectivamente), ou seja, a maior parte dos alunos considerou, também, este motivo bastante importante para o facto de não gostarem de Matemática, após a experiência. Este motivo recebeu ainda a classificação de 1 e 2 para 45% dos alunos. Comparativamente ao Questionário Inicial verifica-se um acréscimo de 17% nas classificações 1 e 2 em detrimento das classificações 3 e 4.

c) Relativamente ao terceiro motivo – "Não gostei dos professores" – a maioria (67%) atribuiu-lhe a classificação de 1 ou 2, continuando a considerar, após a experiência, ter pouca importância. Refira-se ainda que também nenhum dos alunos atribuiu a este motivo a classificação de 4 e que, relativamente ao Questionário Inicial, a classificações 1 e sofreu um decréscimo de 30%.

d) Para a quarta afirmação – "Não gostei da maneira como os professores ensinaram" – os alunos dividiram as suas opiniões da seguinte forma: 45% atribui-lhe a classificação 2, 33% atribui-lhe 3 e 22% 4, não se registando qualquer classificação 1. Em relação ao Questionário Inicial, as opiniões inverteram-se, ou seja, as classificações 3 e 4 sofreram um acréscimo de 8% passando agora a pesar um total de 55%.

e) "Outros motivos" – nesta afirmação a nenhum aluno sugeriu outros motivos para além dos apresentados.

Relatórios das "aulas"

O relatório efectuado pelos alunos no final da experiência, após terem assumido o papel de professor, é constituído por 5 passos. Este relatório teve como objectivo propor aos alunos uma reflexão do trabalho desenvolvido durante a experiência. Serviu também como complemento da observação directa efectuada pela investigadora durante as aulas em que se realizou a experiência. Salienta-se o facto de apenas 28 alunos, dos 35 que participaram na experiência, terem redigido este relatório. Tal deve-se ao facto de este relatório ter sido realizado extra-aula, e alguns alunos terem referido que se tinham esquecido no dia em que foram recolhidos.

Como já referimos anteriormente, relativamente ao terceiro passo é solicitado ao aluno que efectue uma breve descrição sobre as aulas de planificação. Esta descrição foi subdividida em 7 campos.

Em relação ao campo Distribuição de tema, 16 alunos consideram que os temas foram distribuídos por cada um dos elementos do grupo (figura 7.41):

• O tema foi dividido por partes e cada um ficou com uma.

Dividimos o trabalho em 5 partes e cada um tratava da sua.

3 Nós Dividimos o trabalho entre todos e cada um apresentou um tema a mim calhou-me apresentar a relação > ; <

Fig.7.41 – Resposta de alguns alunos (EA7, GA13 e GA18) sobre a forma de como foi distribuído o tema.

Curiosamente, um elemento de um grupo referiu (figura 7.42):

Esta aula foi preparada da seguinte forma:
→ distribuimos os temas de acordo com as capacidades dos colegas (o tema em que o aluno tinha mais facilidade foi abordado por esse colega).

Fig.7.42 – Resposta "curiosa" de um aluno (GA8) sobre a forma de como foi distribuído o tema.

Onze alunos referem que distribuíram as tarefas pelos elementos do grupo (figura 7.43):

3º. No nosso grupo dividimos tarefas uns preparavam os textos, os outros passavam a computador e outros faziam os acetatos.

Fig.7.43 – Descrições de um aluno (EA2) sobre a forma como os elementos do grupo distribuíram o tema.

E um deles refere que se distribuíram as tarefas por pares (figura 7.44):

• O trabalho foi distribuído a pares dentro do grupo.

Fig.7.44 – Opinião de outro aluno (GA5) sobre a distribuição do tema pelos elementos do grupo.

Cinco alunos referem que, relativamente a este parâmetro, todos eles fizeram "um pouco de tudo" não havendo, portanto, distribuição de tarefas (figura 7.45):

3 - Como o nosso trabalho não era muito grande quase todos fazia-mos um bocado de tudo.

Fig.7.45 – Resposta de um (EA10) dos cinco alunos sobre a distribuição do tema que tinham de leccionar.

Em relação ao campo Fontes consultadas, 7 alunos referem a Internet; 24 alunos referem livros e 6 o Livro de Matemática adoptado, (figura 7.46):

• As Fontes utilizadas foram livros de Matemática.

• Consultamos livros do 9º ano

• As fontes foram os livros e a internet.

Fig.7.46 – Respostas de alguns alunos (EA1, EA14 e GA19) sobre as fontes que consultaram durante a experiência.

Em relação ao campo Tipo de apoio, a maioria dos alunos (24) refere professores; 4 alunos referem colegas de grupo e 1 aluno considera os colegas de outros grupos (figuras 7.47 e 7.48):

→ Tivemos o apoio das duas professoras de matemática e ajudavámo-mos uns aos outros.

Fig.7.47 – Resposta de um aluno (GA12) sobre o tipo de apoio que tiveram durante a experiência.

Apoio de Professores.

Das Professoras e colegas de outros grupos

Fig. 7.48 – Resposta de alguns alunos (GA17, GA3, EA15 e EA16) sobre o tipo de apoio que receberam durante a experiência.

Em relação ao campo Dificuldades sentidas 9 alunos referem compreensão do tema (figura 7.49); 8, dificuldade na planificação; 7 consideram que não tiveram dificuldades (figura 7.50); 6 alunos referem dificuldade na organização e registo de informação e 1 aluno invoca dificuldade na resolução de exercícios:

• As dificuldades sentidas foram perceber como se resolvia e como avia de apresentar o trabalho mas com pratica foi.

• As dificuldades apareceram depois em preparar o tema para contar ou melhor conseguir explicar o tema.

Fig. 7.49 – Resposta de alguns alunos (EA15 e GA2) sobre as dificuldades que sentiram durante a preparação do tema.

"*As dificuldades que sentimos durante o trabalho foi perceber alguns dos temas e utilizar a linguagem matemática para que os nosso colegas ficassem a perceber a matéria. Para ultrapassar essas dificuldades tivemos de nos apoiar uns aos outros e pedimos algumas informações ás professoras.*" (aluna **GA1**).

"Para ultrapassar essas dificuldades tivemos que nos apoiar uns aos outros e pedimos algumas informações às professoras." (aluna **EA8**).

As dificuldades não tivemos muitas mas as que tivemos todas as ultrapassamos.

Noõ tivemos dificuldades

• Não Tive-mos dificuldades, tive-mos logo as ideias, e prepara-mos o Trabalho no computador

Fig.7.50 – Resposta de alguns alunos (GA7, GA3 e EA3) sobre as dificuldades que sentiram.

Em relação à categoria Sentimento durante a planificação (figura 7.51), 22 alunos registaram receio; 6 alunos confessaram-se nervosos; 2 confiantes e 1 ansioso – *"Com ansiedade e algum receio porque estávamos com medo de errar em alguma coisa"* (aluno **EA6**):

Ao preparar a aula sentimo-nos com algum receio mas ao mesmo tempo confiantes, porque èstavamos com receio de noõ conseguir explicar à turma e ao mesmo tempo confiantes, porque nos iriamos ajudar uns aos outros para superar isso tudo.

Nós sentimo-nos confiantes de que ia correr tudo bem.

Sentiamo-nos um pouco nervosos na apresentação, mas gostamos de preparar o tema e aprendemos várias coisas novas.

Fig.7.51 – Resposta de alguns alunos (GA5, GA3 e EA8) sobre o que sentiram durante a experiência.

Em relação ao campo Gosto por esta fase, 22 alunos referiram que sim e 4 que não.

Em relação à Aquisição de novos conhecimentos, 24 alunos consideram que sim e somente 2 que não.

Refira-se uma resposta bastante curiosa (figura 7.52):

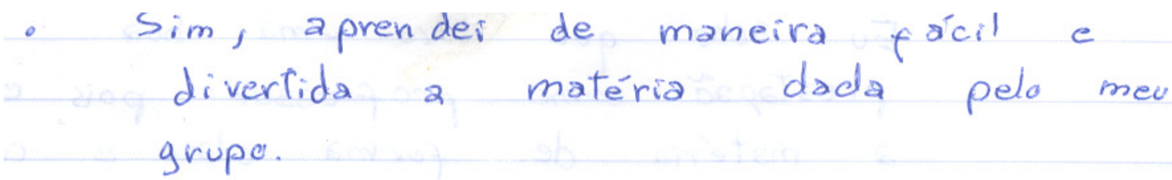

Sim, aprendei de maneira fácil e divertida a matéria dada pelo meu grupo.

Fig.7.52 – Resposta de um aluno (GA13) sobre a aquisição de novos conhecimentos.

Relativamente ao quarto passo, é pedido ao aluno que efectue uma breve descrição sobre a aula de implementação da experiência. Esta descrição baseia-se em 5 categorias.

Em relação ao Gosto por assumir o papel de professor, 17 alunos confessaram que sim e 9 que não.

Algumas respostas dos alunos que se destacam (figura 7.53):

> *"Gostei de estar no papel de professor mesmo estando muito nervosa. Por um lado estava à vontade por estar com a minha turma, mas, por outro lado, estava bastante nervosa, tinha medo que os meus colegas não me entendessem."* (aluna **EA15**)

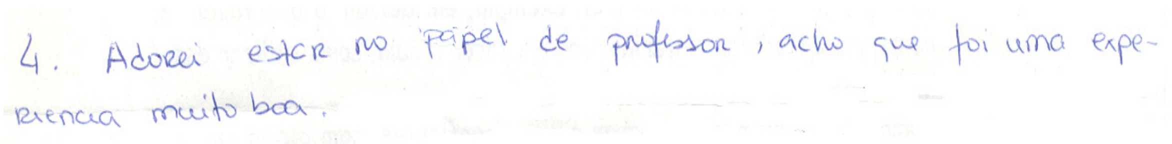

4. Adorei estar no papel de professor, acho que foi uma experiencia muito boa.

Fig.7.53 – Resposta de um aluno (EA15) sobre se gostou de estar no papel de 'professor'.

Em relação às dificuldades sentidas durante a abordagem dos conteúdos, 14 alunos referem que sentiram dificuldades a apresentar e explicar a matéria; 7 alunos consideram que não sentiram dificuldades a apresentar a matéria e 5 alunos referem que sentiram dificuldade de estar à frente da turma. Entende-se na resposta de um aluno (figura 7.54):

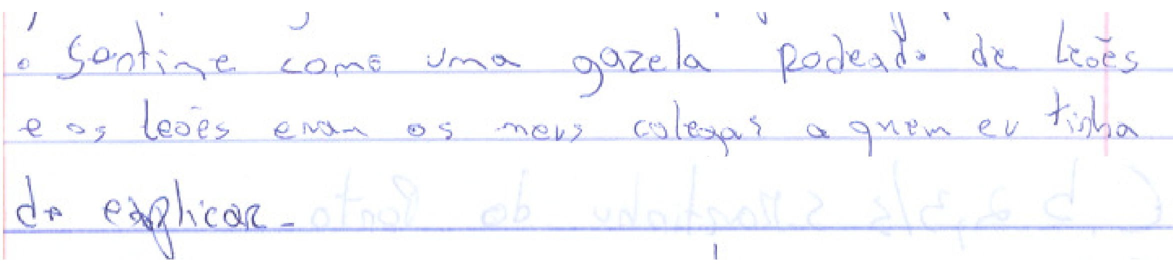

Sentime como uma gazela "rodeado" de leões e os leões eram os meus colegas a quem eu tinha de explicar.

Fig.7.54 – Resposta de um aluno (EA7) sobre que tipo de dificuldades sentiu durante a abordagem dos conteúdos.

Em relação ao Gosto e aprendizagem neste tipo de aula, 9 alunos referem que gostaram; 8, que não gostaram; 5 consideram que não aprenderam muito e 4 referem que preferem que seja o professor a explicar.

Mais uma resposta pertinente por parte de um dos alunos está registada na figura 7.55:

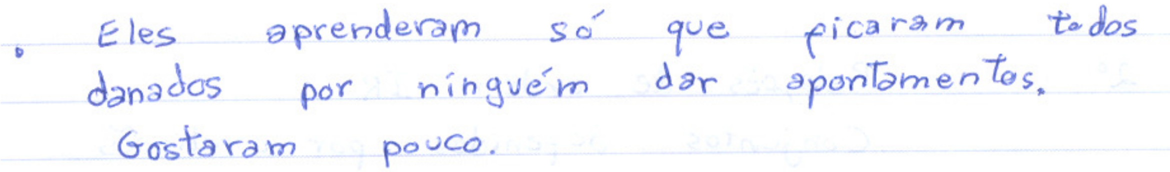

Eles aprenderam só que ficaram todos
danados por ninguém dar apontamentos.
Gostaram pouco.

Fig.7.55 – Resposta de um aluno (GA1) sobre se os colegas gostaram e aprenderam neste tipo de aula.

Em relação à Aprendizagem do 'aluno-professor', 22 alunos consideram que aprenderam e 4 alunos invocam que não aprenderam.

Uma resposta bastante relevante por parte de um aluno referente a este campo exemplifica-se na figura 7.56.

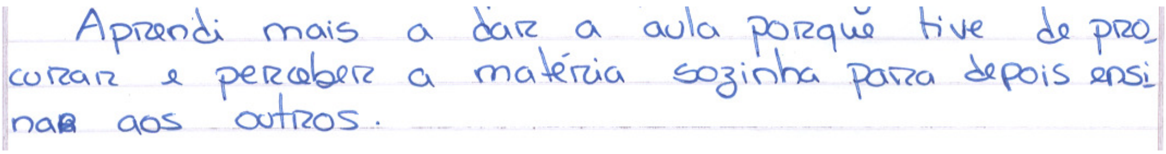

Aprendi mais a dar a aula porquê tive de pro-
curar e perceber a matéria sozinha para depois ensi-
nar aos outros.

Fig. 7.56 – Resposta de um 'aluno-professor' -EA7- sobre a sua aprendizagem decorrente deste tipo de aulas.

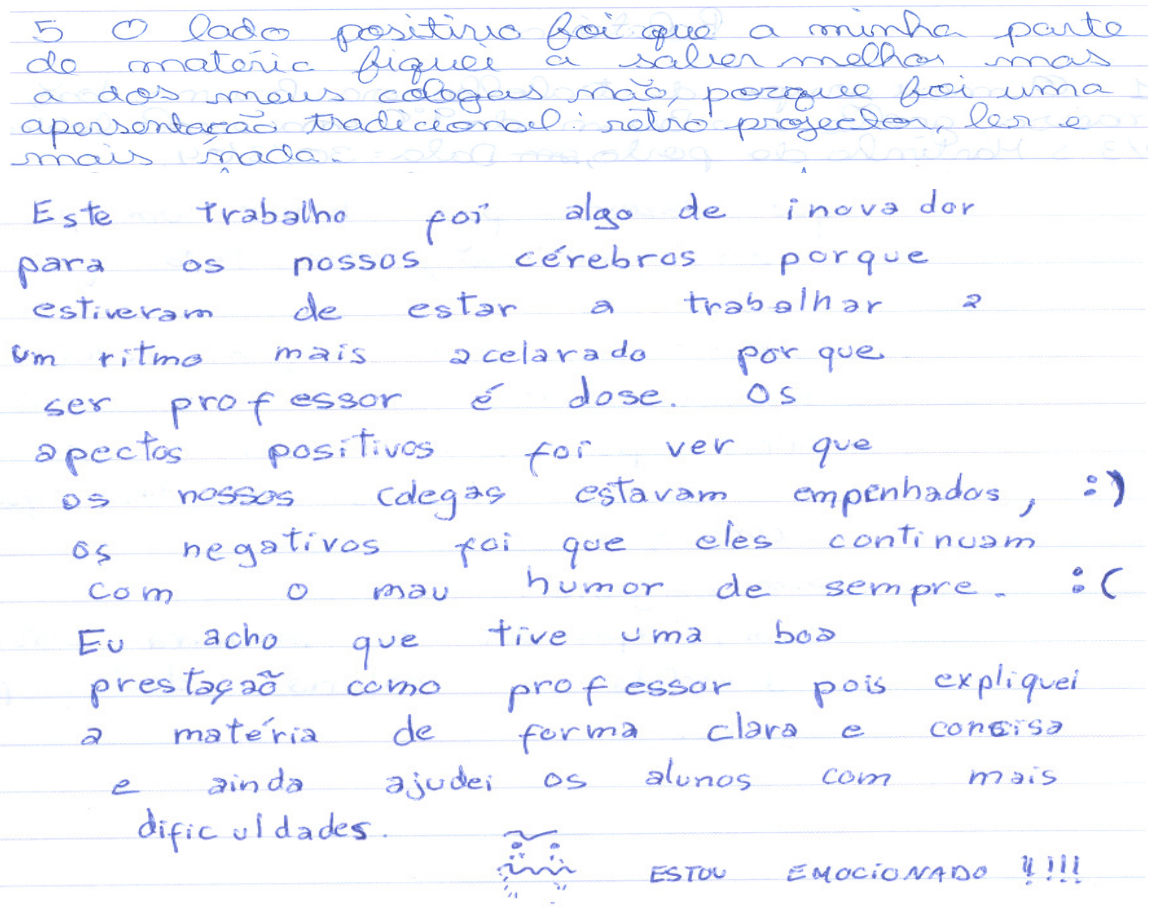
Em relação à Concentração e colaboração relativamente a uma aula normal, 16 alunos referem que colaboraram; 6, que não colaboraram; 4 alunos consideram que estiveram concentrados e o mesmo número de alunos também considera que não estiveram concentrados.

Em relação ao quinto passo é solicitado aos alunos que enunciem os aspectos positivos e negativos relativamente a este tipo de aulas:

Em relação aos aspectos positivos, 8 alunos registaram aprender de forma diferente; 6, quebrar a rotina; 5 alunos registaram ser positivo para os colegas; 4 consideraram desenvolver a pesquisa e autonomia e 1 aluno registou ouvir os colegas.

Em relação aos aspectos negativos, 9 alunos referem dificuldade dos 'alunos' em perceber a matéria; 7, consideram dificuldade em perceber a matéria e como explicá-la e 4 alunos referem a conversa.

Algumas observações pertinentes por parte de alguns alunos (figura 7.57):


5 O lado positivo foi que a minha parte
do matéria fiquei a saber melhor mas
a dos meus colegas não, porque foi uma
apersentação tradicional: retro projector, ler e
mais nada.

Este trabalho foi algo de inovador
para os nossos cérebros porque
estiveram de estar a trabalhar a
um ritmo mais acelarado porque
ser professor é dose. Os
apectos positivos foi ver que
os nossos colegas estavam empenhados, :)
os negativos foi que eles continuam
com o mau humor de sempre. :(
Eu acho que tive uma boa
prestaçaõ como professor pois expliquei
a matéria de forma clara e concisa
e ainda ajudei os alunos com mais
dificuldades.
ESTOU EMOCIONADO !!!!

Fig.7.57 – Opiniões dos alunos (GA11 e EA7) sobre as aulas onde assumiram o papel de professores.

7.3.3 – Conhecimentos construídos

A análise da tabela 7.26, relativa aos dados do pós-teste, da turma 9ºE, estruturada em função dos grupos, permite-nos verificar que os alunos obtiveram, agora, uma média global de 55,8%. Além disso, o grau de dispersão é forte, dado que o desvio padrão é agora de 17% e, portanto, o coeficiente de variação é de 30,5%, o que revela existir menor dispersão dos dados em torno da média, em relação ao registado anteriormente (cf. tabela 7.27). Após uma análise por aluno, verifica-se que, agora, 9 alunos obtiveram pontuações superiores a 50%, tendo sete discentes registado valores superiores à média. Além disso, apenas um aluno obteve uma pontuação inferior a 30%. A questão na qual a totalidade dos discentes obteve pontuação superior ou igual a 50% do seu valor total foi a 1ª questão. Segue-se a questão 3 na qual 15 alunos obtiveram pontuação igual ou superior a 50% e depois, *ex acquo* as questões 8 e 12, com 13 alunos a consegui-lo. De destacar, apenas, que a questão 8 corresponde a temáticas que só foram abordadas nesse ano lectivo.

Tab.7.26 – Resultados totais e em percentagem por aluno no pós-teste da turma 9ºE.

Aluno	Questões												Total (%)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	10,0	8,0	5,0	6,0	10,0	9,0	9,0	6,0	9,0	10,0	6,0	12,0	**100**
EA3	10	8	5	6	10	9	9	4	1	10	0	12	**84**
EA4	10	6	3	0	0	4,5	2	3	0	0	0	0	**28,5**
EA5	10	7	4	2	0	3	3	3	0	0	0	12	**44**
EA6	10	6,5	3	2	5	5	3	0	0	0	0	10	**44,5**
EA1	6	4	3,5	3	10	9	8	3	0	2	0	12	**60,5**
EA7	6	2,5	3,5	3	0	8	8,5	2	0	0	0	12	**45,5**
EA8	8	2	4	4	0	8	8	3	0	0	0	8	**45**
EA10	7	3	4,5	3	0	7	7	0	0	0	0	0	**31,5**
EA2	8	6	5	3	10	6	7	6	9	7	6	12	**85**
EA9	8	2	2,5	3	0	3	3	6	9	0	4	2	**42,5**
EA15	6	5,5	3	3	10	5	4	6	9	2	4	12	**69,5**
EA16	7	5,5	4	3	10	6	6	6	9	2	3	12	**73,5**
EA11	7	5	4,5	2	0	6	4	3	2	10	5	12	**60,5**
EA12	8	3	2	2,5	0	6	3	3	2	9	5	12	**55,5**
EA13	8	6,5	4,5	2	10	3,5	4	3	3	9	5	9	**67,5**
EA14	5	4	2,5	4,5	0	4	3	4,5	2	9	5	12	**55,5**
Média	7,8	4,8	3,7	2,9	4,1	5,8	5,2	3,5	2,9	3,8	2,3	9,3	
%	78	60	74	48,3	41	64,4	57,8	58,3	32,2	38	38,3	77,5	**55,8**

Salienta-se, o facto de os 7 alunos que obtiveram pontuação superior à média na questão 5 terem sido os únicos a responder a esta questão. As questões que registaram o menor número de alunos que obteve a pontuação superior ou igual à média das cotações foram as 8, 9 e 10 que se referem a conteúdos específicos do 9º ano de escolaridade, tais como, a noção de condição, de intervalo e de inequação.

Tab.7.27 – Valores da média, variância, desvio padrão e coeficiente de variação no pós-teste na turma 9ºE.

Média (x)	Variância (S^2)	Desvio padrão (S)	Coeficiente de variação (Cv)
55,8%	**288,8%**	**17,0%**	**30,5%**

Uma análise, agora mais pormenorizada por grupos (tabelas 7.28, 7.29, 7.30 e 7.31) revela que os grupos III e IV apresentam uma média, por grupo, superior à média geral da turma, 67,6% e 59,8% respectivamente. O grupo que apresenta piores resultados é o grupo II com uma média de 45,6%.

Relativamente ao 1ºgrupo verifica-se que, na totalidade, responderam correctamente à questão 1. Nas questões 2 e 3 também obtiveram mais de 75% da cotação, provavelmente por se referirem a conteúdos que tiveram que abordar durante a experiência. Salienta-se que, nas questões 9, e 10, apenas um aluno (EA3) obteve cotação, 1 e 10 respectivamente. Por outro lado, todos os alunos obtiveram cotação zero na questão 11.

Tab.7.28 – Resultados do grupo I do 9ºE ao pós-teste.

Grupo I												
Alunos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	**Total**
	10,0	8,0	5,0	6,0	10,0	9,0	9,0	6,0	9,0	10,0	6,0	12,0	**100,0**
EA3	10	8	5	6	10	9	9	4	1	10	0	12	**84**
EA4	10	6	3	0	0	4,5	2	3	0	0	0	0	**28,5**
EA5	10	7	4	2	0	3	3	3	0	0	0	12	**44**
EA6	10	6,5	3	2	5	5	3	0	0	0	0	10	**44,5**
Média	10,0	6,9	3,8	2,5	3,8	5,4	4,3	2,5	0,3	2,5	0,0	8,5	
%	100	86,3	76	41,7	38	60	47,8	41,7	3,3	25	0	70,8	**50,3**

Em relação ao grupo II, pode-se observar que, nas questões 6 e 7, os alunos obtiveram mais de 85% da cotação total destas, provavelmente porque correspondem aos conteúdos que tiveram de abordar na experiência.

Relativamente a este grupo, salienta-se, ainda, o facto de os resultados obtidos nas questões 1, 3, 4 e 12 serem superiores a 50% da cotação total das questões respectivas. E, por fim, destaquem-se as questões 9 e 11 às quais nenhum aluno respondeu e a questão 10 à qual só o aluno EA1 tentou alguma resposta muito pouco conseguida.

Tab. 7.29 – Resultados do grupo II do 9ºE ao pós-teste.

Grupo II													
Alunos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	**Total**
	10,0	8,0	5,0	6,0	10,0	9,0	9,0	6,0	9,0	10,0	6,0	12,0	**100,0**
EA1	6	4	3,5	3	10	9	8	3	0	2	0	12	**60,5**
EA7	6	2,5	3,5	3	0	8	8,5	2	0	0	0	12	**45,5**
EA8	8	2	4	4	0	8	8	3	0	0	0	8	**45**
EA10	7	3	4,5	3	0	7	7	0	0	0	0	0	**31,5**
Média	6,8	2,9	3,9	3,3	2,5	8,0	7,9	2,0	0,0	0,5	0,0	8,0	
%	68	36,3	78	55	25	88,9	87,8	33,3	0	5	0	66,7	**45,6**

Também em relação aos resultados obtidos pelo grupo III, se pode verificar que foi nas questões referentes aos temas abordados na experiência que os seus elementos obtiveram os melhores resultados, pois todos os elementos obtiveram, nas questões 8 e 9, a totalidade da cotação. Mas, também em quase todas as outras questões, à excepção da número 10, a média obtida por este grupo foi superior a 50%.

Tab.7.30 – Resultados do grupo III, do 9ºE, ao pós-teste.

Grupo III													
Alunos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	**Total**
	10,0	8,0	5,0	6,0	10,0	9,0	9,0	6,0	9,0	10,0	6,0	12,0	**100,0**
EA2	8	6	5	3	10	6	7	6	9	7	6	12	**85**
EA9	8	2	2,5	3	0	3	3	6	9	0	4	2	**42,5**
EA15	6	5,5	3	3	10	5	4	6	9	2	4	12	**69,5**
EA16	7	5,5	4	3	10	6	6	6	9	2	3	12	**73,5**
Média	7,3	4,8	3,6	3,0	7,5	5,0	5,0	6,0	9,0	2,8	4,3	9,5	
%	73	60	72	50	75	55,6	55,6	100	100	28	71,7	79,2	**67,6**

Para não fugir à regra, também o grupo IV obteve muito bons resultados nas questões referentes aos temas que abordou durante a experiência, ou seja, nas questões 10 (93%) e 11 (83,3%). Este grupo obteve, ainda, em 6 questões, um resultado superior a 50% da cotação total destas. Destaca-se ainda o facto de, na questão 12, este grupo ter obtido o melhor resultado (94,2%).

Tab.7.31 – Resultados do grupo IV ao pós-teste.

Grupo IV													
Alunos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	**Total**
	10,0	8,0	5,0	6,0	10,0	9,0	9,0	6,0	9,0	10,0	6,0	12,0	**100,0**
EA11	7	5	4,5	2	0	6	4	3	2	10	5	12	**60,5**
EA12	8	3	2	2,5	0	6	3	3	2	9	5	12	**55,5**
EA13	8	6,5	4,5	2	10	3,5	4	3	3	9	5	9	**67,5**
EA14	5	4	2,5	4,5	0	4	3	4,5	2	9	5	12	**55,5**
Média	7,0	4,6	3,4	2,8	2,5	4,9	3,5	3,4	2,3	9,3	5,0	11,3	
%	70	57,5	68	46,7	25	54,4	38,9	56,7	25,6	93	83,3	94,2	**59,8**

A partir da análise dos resultados do Teste Final de Avaliação (cf. tabela 7.32), verifica-se que, os alunos desta turma, na generalidade, aumentaram bastante o seu aproveitamento relativamente aos resultados obtidos no pré e até em relação ao pós-teste. A média dos resultados obtidos é agora de 60,5%.

Tab.7.32 – Resultados totais e em percentagem por aluno do Teste Final de Avaliação da turma 9ºE.

Aluno	Questões																Total (%)
	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	
	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
EA3	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
EA4	12	5	5	16	3	2	2	0	2	0	0	1	1	0	0	0	**49**
EA5	14	2	0	24	5	0	0	2	0	0	0	1	1	0	0	0	**49**
EA6	12	2	2	14	1	1	2	2	2	1	0	0,5	1	0	1	0	**41,5**
EA1	9	10	10	10	5	2	0	2	2	2	1	3,5	2,5	3	0	0	**62**
EA7	10	10	6	10	0	2	2	2	2	0	0	1	1	0	0	0	**46**
EA8	10	9	10	1	0	2	2	2	0	0	0	0,5	1	1	0	0	**38,5**
EA10	6	10	10	15	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	**49**
EA2	13	10	10	24	6	2	0	2	2	3	3	3,5	4	4	5	5	**96,5**
EA9	8	10	7	24	6	2	2	2	2	3	3	0	2	2	0	2	**75**
EA15	8	3	4	18	5,5	2	1	2	2	2	2	1	1	1	0	0	**52,5**
EA16	7	8	4	24	5,5	2	2	2	2	3	0	3,5	2,5	2	4	5	**76,5**
EA11	9	5	8	24	6	2	2	2	2	0	0	4	2	2	0	1	**69**
EA12	8	10	10	6	0	1	0	2	2	2	2	4	3	3	2	1	**56**
EA13	10	2	4	10	5	2	0	2	2	1	1	4	3	2	1	1	**50**
EA14	5	2	10	10	0	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	2	**57**
Média	9,4	6,7	6,8	16	3,5	1,8	1,4	1,9	1,8	1,5	1,2	2,3	2,2	1,9	1,6	1,6	
%	67,1	67	68	66,7	58,3	90	70	95	90	50	40	57,5	55	67,1	67	68	**60,5**

Os dados obtidos apresentam um grau de dispersão em torno da média inferior aos anteriores, tal como o valor do desvio padrão evidencia (tabela 7.33). De facto, o valor do desvio padrão é agora de 18,4 % que equivale a cerca de 30,3% do valor da média.

Tab.7.33 – Valores da média, variância, desvio padrão e coeficiente de variação no Teste Final de Avaliação na turma 9ºE.

Média (x)	Variância (S²)	Desvio padrão (S)	Coeficiente de variação (Cv)
60,5%	**337%**	**18,4%**	**30,3%**

Pela análise da tabela 7.32, nota-se que 2 alunos conseguiram pontuações superiores a 95%, mas que 6 alunos obtiveram resultados inferiores a 50%. Além disso, 10 alunos apresentam valores inferiores à média da turma (cf. tabela 7.33) embora apenas um aluno tenha obtido uma pontuação inferior a 40%.

As questões nas quais um maior número de discentes obteve pontuação superior ou igual a 50% do valor total da questão foram as 5b) e 5d) e 1 e 5e), com 15 e 14 alunos respectivamente.

Na questão 2, 3 e 5c) 11 alunos obtiveram pontuação superior ou igual a 50% do valor total desta questão.

Também nas questões 5a) e 6c) mais de 50% dos alunos obtém pontuação superior ou igual à média das cotações destas questões.

As questões que registaram piores resultados são as 7a), 7b) e 5g).

Uma análise agora por grupos (tabelas 7.34, 7.35, 7.36 e 7.37) revela que o grupo III é o único que apresenta uma média superior à média geral da turma – 75,1%.

Mais uma vez, é o 2º grupo que regista a média mais baixa – 48,9%.

Relativamente ao grupo I verifica-se que a questão que apresenta melhores resultados é a questão 4, pois a média obtida por este grupo corresponde a 81,3% da cotação total da questão. Refere-se também a questão 1 que regista mais de 75% da cotação total da questão, provavelmente por esta corresponder aos conteúdos que este grupo abordou durante a experiência. Salienta-se, ainda, o facto de nas questões 4, 5c), 5d) e 5e) os alunos terem obtido uma percentagem superior ou igual a 70% da cotação total da questão. Por outro lado, nas questões 5g), 6c) e 7b), apenas um aluno (EA3) obteve cotação.

Tab.7.34 – Resultados do grupo I do 9ºE no Teste Final de Avaliação.

Grupo I																	
Aluno	**Questões**																**Total (%)**
	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	
	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
EA3	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
EA4	0	5	5	16	3	2	2	0	2	0	0	1	1	0	0	0	**37**
EA5	14	2	0	24	5	0	0	2	0	0	0	1	1	0	0	0	**49**
EA6	12	2	2	14	1	1	2	2	2	1	0	0,5	1	0	1	0	**41,5**
Média	10,0	4,8	4,3	19,5	3,8	1,3	1,5	1,5	1,5	1,0	0,8	1,6	1,8	1,0	1,5	1,3	
%	71,4	48	43	81,3	63,3	65	75	75	75	33,3	26,7	40	45	25	30	26	**56,9**

Em relação ao grupo II, pode-se observar que nas questões 5b) e 5d), todos os alunos obtiveram a cotação total da questão. Relativamente a este grupo, salientam-se ainda as questões 7a) e 7b) nas quais todos os alunos obtiveram a cotação zero.

Relativamente às questões relacionadas com os conteúdos abordados durante a experiência, 2 e 3, os alunos obtiveram uma percentagem superior ou igual a 90% da cotação total da questão.

Tab.7.35 – Resultados do grupo II, do 9ºE no Teste Final de Avaliação.

Grupo II																	
Aluno	Questões																Total (%)
	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	
	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	100
EA1	9	10	10	10	5	2	0	2	2	2	1	3,5	2,5	3	0	0	62
EA7	10	10	6	10	0	2	2	2	2	0	0	1	1	0	0	0	46
EA8	10	9	10	1	0	2	2	2	0	0	0	0,5	1	1	0	0	38,5
EA10	6	10	10	15	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	49
Média	8,8	9,8	9,0	9,0	1,3	2,0	1,5	2,0	1,5	0,5	0,3	1,3	1,1	1,0	0,0	0,0	
%	62,9	98	90	37,5	21,7	100	75	100	75	16,7	10	32,5	27,5	25	0	0	48,9

Também nos resultados obtido pelo grupo III, se pode verificar que foi nas questões 5b) e 5d) às quais se acrescenta a 5e) que todos os elementos obtiveram a totalidade da cotação. Salientam-se também as questões 2, 4, 5a) e 5f) que obtiveram também uma cotação elevada relativamente à cotação da questão, superior a 75% em todas elas. Este grupo obteve um cotação elevada na maioria das alíneas das questões 4 e 5, relacionadas com os conteúdos que leccionaram na aula de implementação. Contudo, nas alíneas c) e g) da questão 5, este grupo obteve apenas 65% e 66,7%, respectivamente, da cotação total destas.

Tab.7.36 – Resultados do grupo III do 9ºE no Teste Final de Avaliação.

Grupo III																	
Aluno	Questões																Total (%)
	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	
	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	100
EA2	13	10	10	24	6	2	0	2	2	3	3	3,5	4	4	5	5	96,5
EA9	8	10	7	24	6	2	2	2	2	3	3	0	2	2	0	2	75
EA15	8	3	4	18	5,5	2	1	2	2	2	2	1	1	1	0	0	52,5
EA16	7	8	4	24	5,5	2	2	2	2	3	0	3,5	2,5	2	4	5	76,5
Média	9,0	7,8	6,3	22,5	5,8	2,0	1,3	2,0	2,0	2,8	2,0	2,0	2,4	2,3	2,3	3,0	
%	64,3	78	63	93,8	96,7	100	65	100	100	93,3	66,7	50	60	57,5	46	60	75,1

O grupo IV também obteve a totalidade da cotação na questão 5d), assim como, nas questões 5e) e 6a). Este grupo obteve também um bom resultado nas questões 3, 5b) e 6b), superior ou igual a 75% da sua cotação total. Salienta-se o facto de nas questões 7a) e 7b), apesar destas se referirem aos conteúdos que abordaram na experiência, os alunos não terem obtido uma boa prestação, 36% e 26% respectivamente. Provavelmente, tal situação deve-se ao facto de a linguagem utilizada pela professora para a formulação destas questões ter sido diferente da que os alunos utilizaram na experiência

Tab.7.37 – Resultados do grupo IV do 9ºE no Teste Final de Avaliação.

Grupo IV																	
Aluno	Questões																Total (%)
	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	
	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
EA11	9	5	8	24	6	2	2	2	2	0	0	4	2	2	0	1	**69**
EA12	8	10	10	6	0	1	0	2	2	2	2	4	3	3	2	1	**56**
EA13	10	2	4	10	5	2	0	2	2	1	1	4	3	2	1	1	**50**
EA14	5	2	10	10	0	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	2	**57**
Média	8,0	4,8	8,0	12,5	2,8	1,8	1,0	2,0	2,0	1,3	1,3	4,0	3,0	2,8	1,8	1,3	
%	57,1	48	80	52,1	46,7	90	50	100	100	43,3	43,3	100	75	70	36	26	**58,0**

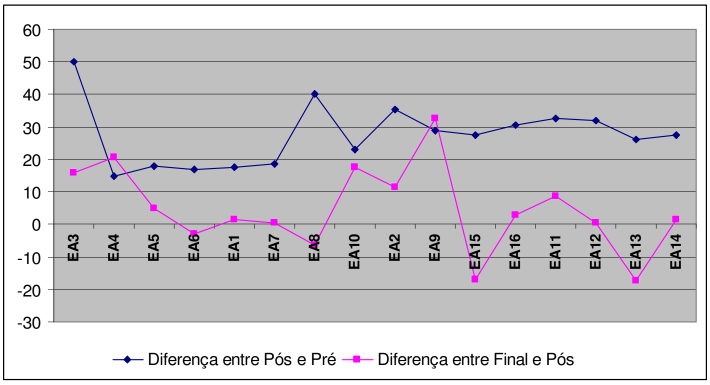
Com base nas considerações tecidas nos pontos anteriores e pela análise da tabela 7.38, que sistematiza os resultados, por aluno, nos diversos momentos da aplicação do teste e do Teste Final de Avaliação, podemos verificar que, globalmente, todos os alunos desta turma que integraram a experiência melhoraram, uns mais acentuadamente que outros, os seus desempenhos em termos quantitativos do pré-teste para o pós-teste, como se pode concluir através da análise das diferenças entre o pós e o pré-teste (gráfico 7.9).

Tab.7.38 – Comparação de resultados totais (%) nos vários testes na turma 9ºE.

Alunos	Pré-Teste (%)	Pós-Teste (%)	Teste Final (%)
EA3	34	84	100
EA4	13,5	28,5	49
EA5	26	44	49
EA6	27,5	44,5	41,5
EA1	43	60,5	62
EA7	27	45,5	46
EA8	5	45	38,5
EA10	8,5	31,5	49
EA2	49,5	85	96,5
EA9	13,5	42,5	75
EA15	42	69,5	52,5
EA16	43	73,5	76,5
EA11	28	60,5	69
EA12	23,5	55,5	56
EA13	41,5	67,5	50
EA14	28	55,5	57

Maior atenção merece o facto de alguns alunos terem piorado o desempenho, em termos quantitativos, entre o pós-teste e o Teste Final de Avaliação, nomeadamente os alunos EA6, EA8, EA13 e EA15, como se pode observar através do gráfico 7.9:

Gráf.7.9 – Diferenças entre os resultados obtidos nos vários momentos de avaliação na turma 9ºE por aluno.



Os alunos que registaram ganhos relativos mais elevados entre o pré e o pós-teste foram os alunos EA3 e EA2 com 75,8% e 70,3% respectivamente (tabela 7.39). De realçar o facto de, na comparação ente o pós e o pré-teste não se verificarem quaisquer perdas relativas.

Tab.7.39 – Ganhos e perdas relativas entre o pós-teste e o pré-teste (%) na turma 9ºE.

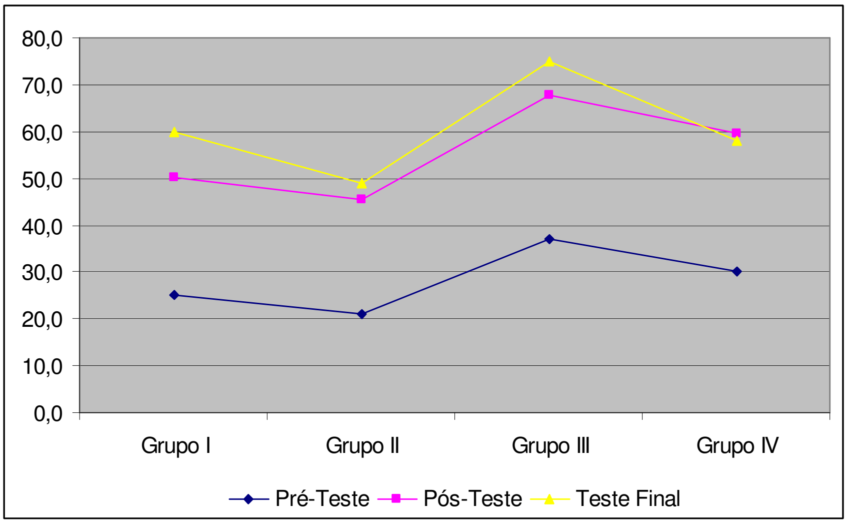
Alunos	Pré-Teste (%)	Pós-Teste (%)	Ganhos e Perdas Relativos (%)
EA3	34	84	75,8
EA4	13,5	28,5	17,3
EA5	26	44	24,3
EA6	27,5	44,5	23,5
Média	25,3	50,3	35,2
EA1	43	60,5	30,7
EA7	27	45,5	25,3
EA8	5	45	42,1
EA10	8,5	31,5	25,1
Média	20,9	45,6	30,8
EA2	49,5	85	70,3
EA9	13,5	42,5	33,5
EA15	42	69,5	47,4
EA16	43	73,5	53,5
Média	37	67,6	51,2
EA11	28	60,5	45,1
EA12	23,5	55,5	41,8
EA13	41,5	67,5	44,4
EA14	28	55,5	38,2
Média	30,3	59,8	42,4

Tab.7.40 – Ganhos e perdas relativas entre o Teste Final e o pós-teste (%) na turma 9ºE.

Alunos	Pós-Teste (%)	Teste Final (%)	Ganhos e Perdas Relativos (%)
EA3	84	100	100
EA4	28,5	49	28,7
EA5	44	49	8,9
EA6	44,5	41,5	-6,7
Média	50,3	59,9	32,7
EA1	60,5	62	3,8
EA7	45,5	46	0,9
EA8	45	38,5	-14,4
EA10	31,5	49	25,5
Média	45,6	48,9	4
EA2	85	96,5	76,7
EA9	42,5	75	56,5
EA15	69,5	52,5	-24,5
EA16	73,5	76,5	11,3
Média	67,6	75,1	30
EA11	60,5	69	21,5
EA12	55,5	56	1,1
EA13	67,5	50	-25,9
EA14	55,5	57	3,4
Média	59,8	58	0

Salienta-se também o facto de, na comparação entre o Teste Final de avaliação e o pós-teste (tabela 7.40), se registarem quatro alunos (EA6, EA8, EA13 e EA15) com perdas relativas entre estes dois momentos de avaliação: -6,7%, -14,4%, -24,5% e -25,9% respectivamente. Verifica-se também que, na comparação entre o Teste Final de avaliação e o pós-teste, apenas dois alunos (EA2 e EA3) registaram um ganho superior a 75%. Curioso é, ainda, verificar que estes alunos, na comparação entre o pré e o pós-teste, registaram um ganho superior a 70%. Pela observação das tabelas seguintes e do gráfico 7.9 pode-se verificar que, de um modo geral, os ganhos relativos entre o Teste Final de avaliação e o pós-teste foram inferiores aos registados entre pós e o pré-teste.

Gráf. 7.10 – Evolução das médias obtidas por cada grupo da turma 9ºE durante a experiência.



Pela análise do gráfico anterior, o qual expressa a evolução das médias obtidas por cada grupo durante a experiência, pode-se concluir que o grupo que mais lucrou com a experiência foi o grupo III, pois foi o que obteve maiores ganhos nas diferenças das médias obtidas entre os vários momentos de avaliação (30,6% entre pós e pré-teste e 7,5% entre o Final e pós).

O grupo que menos lucrou foi o 4º grupo, pois obteve os menores ganhos nas diferenças das médias obtidas entre o pós e pré-teste (29,5%) e entre o Final e o pós (-1,8%).

Se atendermos à tabela 7.41, relativa aos dados do pós-teste, da turma 9ºG, verifica-se que a média dos resultados obtidos é agora de 55,8%. Para se efectuar uma melhor análise a esta tabela distribuíram-se os alunos pelos respectivos grupos.

Tab.7.41 – Resultados totais e em percentagem por aluno no pós-teste da turma 9ºG.

Aluno	Questões												Total (%)
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	10	8	5	6	10	9	9	6	9	10	6	12	100
GA3	9	8	5	5,5	0	3	1,5	3	6	2	0	8	**51**
GA4	10	8	4,5	6	0	3	3	3	0	3	0	12	**52,5**
GA11	10	8	4,5	6	10	6	3	2,5	0	5	0	12	**67**
GA14	10	7,5	4,5	5	0	0	1,5	0	0	0	0	0	**28,5**
GA17	9	7,5	5	5	0	0	1,5	1	0	0	0	0	**29**
GA1	7	5,5	2	4	0	8	8	4	2	0	0	12	**52,5**
GA2	4	5	1,5	2	0	8	8	5,5	8	3	6	0	**51**
GA6	7	2	2	1	0	9	8	5	7	2	0	12	**55**
GA12	10	8	5	6	10	9	9	6	9	10	4	12	**98**
GA7	5	4,5	2	0	0	4	6,5	5	9	6	4	12	**58**
GA8	7	7	5	2	10	6	4	6	1	7	4,5	12	**71,5**
GA13	10	7	5	3	0	9	6	6	8	8	6	12	**80**
GA16	6	5	2	3	0	3	6,5	5	8,5	0	4	8	**51**
GA19	7	4	1	3	10	6	4	5,5	8	0	4	12	**64,5**
GA5	5	2	2,5	5	0	0	0	5	7	9	3	2	**40,5**
GA9	4	6	1	1	0	5	3	4	5	8,5	4	12	**53,5**
GA10	4	6	3	1	0	4,5	3	5	5	9	4	12	**56,5**
GA15	6	4	3	2	0	6	1,5	5	5	8,5	4	0	**45**
GA18	6	4	1	1	2	2	4,5	6	6	8	3	12	**55,5**
Média	**7,2**	**5,7**	**3,1**	**3,2**	**2,2**	**4,8**	**4,3**	**4,3**	**5**	**4,7**	**2,7**	**8,5**	
%	**72**	**71,3**	**62**	**53,3**	**22**	**53,3**	**47,8**	**71,7**	**55,6**	**47**	**45**	**70,8**	**55,8**

O valor do desvio padrão é agora de 16,2% (o que equivale a cerca de 29,1% do valor da média) o que revela existir menor dispersão dos dados em torno da média do que a registada no pré-teste (cf. tabela 7.42).

Tab.7.42 – Valores da média, variância, desvio padrão e coeficiente de variação no pós-teste na turma 9ºG.

Média (x)	Variância (S^2)	Desvio padrão (S)	Coeficiente de variação (Cv)
55,8%	**262,8%**	**16,2%**	**29,1%**

Relativamente ao que se verificou no pré-teste, onde apenas um aluno registou uma cotação superior a 50%, registam-se agora quinze alunos que obtiveram pontuação superior a 50% tendo apenas dois registado valores inferiores a 30%. Um número elevado de alunos (7) registou agora uma pontuação superior à média. Tal como aconteceu no pré-teste, a questão 12 foi a que apresentou um maior número de alunos a obter a cotação total, ou seja 12 discentes. As questões 1 e 3 obtiveram o segundo melhor resultado, tendo registado 5 alunos a obter a cotação total destas questões.

As questões que obtiveram um maior número de discentes com pontuação superior ou igual à média de cada questão foram as questões 8, 11 e 12 e 9, com um resultado de 12 e 13 alunos, respectivamente. As questões 6 e 10 apresentam agora 10 alunos com pontuação superior ou igual à média das cotações destas questões. A questão onde se regista o menor número de alunos com pontuação superior ou igual à média da cotação é a questão 5, só com 4 alunos nessa situação. Uma análise, agora por grupos (tabelas 7.43, 7.44, 7.45 e 7.46) revela que o grupo III é o que apresenta a média mais elevada 65%, e superior à média geral da turma – 55,8%. O mesmo acontece com o grupo II que regista uma média de 64,1%.

Em relação ao grupo I (tabela 7.43), verifica-se que nas questões 1, 2, 3 e 4 obtiveram mais de 90% da cotação, provavelmente porque foram os conteúdos que tiveram de abordar durante a experiência. Salienta-se que nas questões 5 e 9 apenas um aluno registou cotação diferente de zero. Por outro lado, nenhum aluno obteve cotação superior a zero na questão 11.

Tab.7.43 – Resultados do grupo I da turma 9ºG ao pós-teste.

Grupo I													
Aluno	**Questões**												**Total (%)**
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	10	8	5	6	10	9	9	6	9	10	6	12	**100**
GA3	9	8	5	5,5	0	3	1,5	3	6	2	0	8	**51**
GA4	10	8	4,5	6	0	3	3	3	0	3	0	12	**52,5**
GA11	10	8	4,5	6	10	6	3	2,5	0	5	0	12	**67**
GA14	10	7,5	4,5	5	0	0	1,5	0	0	0	0	0	**28,5**
GA17	9	7,5	5	5	0	0	1,5	1	0	0	0	0	**29**
Média	9,6	7,8	4,7	5,5	2,0	2,4	2,1	1,9	1,2	2,0	0	6,4	
%	96	97,5	94	91,7	20	26,7	23,3	31,7	13,3	20	0	53,3	**45,6**

Relativamente ao grupo II, salienta-se que, nas questões 6 e 7 os alunos obtiveram uma cotação superior ou igual a 90% da cotação total, com 94,4% e 92,2% respectivamente. Provavelmente, a sua boa prestação nestas questões é devida ao facto de estas contemplarem os conteúdos abordados por estes alunos durante a experiência. Nas questões 8 e 12 os alunos obtiveram uma cotação superior ou igual a 75% da cotação total destas. Relativamente a este grupo, salienta-se ainda o facto de os resultados obtidos nas questões 1, 2, 3, 4 e 9 serem superiores a 50% da cotação total das questões respectivas. Na questão 5 apenas um aluno (GA12) registou cotação diferente de zero, sendo esta a cotação total à questão. E, por fim, em todas as questões pelo menos um aluno do grupo respondeu (tabela 7.44).

Tab.7.44 – Resultados do grupo II, da turma 9ºG, ao pós-teste.

Grupo II													
Aluno	**Questões**												**Total (%)**
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	10	8	5	6	10	9	9	6	9	10	6	12	**100**
GA1	7	5,5	2	4	0	8	8	4	2	0	0	12	**52,5**
GA2	4	5	1,5	2	0	8	8	5,5	8	3	6	0	**51**
GA6	7	2	2	1	0	9	8	5	7	2	0	12	**55**
GA12	10	8	5	6	10	9	9	6	9	10	4	12	**98**
Média	7,0	5,1	2,6	3,3	2,5	8,5	8,3	5,1	6,5	3,8	2,5	9,0	
%	70	63,8	52	55	25	94,4	92,2	85	72,2	38	41,7	75	**64,1**

Em relação ao grupo III (tabela 7.45), registam-se 4 questões – 8, 9, 11 e 12 – que obtiveram uma cotação superior a 75% da cotação total. Três delas (8, 9 e 11 com 91,7%, 76,7% e 75% respectivamente) correspondem às questões referentes aos conteúdos programáticos que os alunos tiveram de planificar e leccionar durante a experiência. Relativamente à questão 12, refira-se que, à excepção de 1 aluno, todos obtiveram a cotação total desta questão. Registam-se ainda 5 questões – 1, 2, 3, 6 e 7 – onde todos os elementos obtiveram uma cotação superior a 50% da cotação total da questão.

Tab.7.45 – Resultados do grupo III da turma do 9ºG ao pós-teste.

Grupo III													
Aluno	**Questões**												**Total (%)**
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	10	8	5	6	10	9	9	6	9	10	6	12	**100**
GA7	5	4,5	2	0	0	4	6,5	5	9	6	4	12	**58**
GA8	7	7	5	2	10	6	4	6	1	7	4,5	12	**71,5**
GA13	10	7	5	3	0	9	6	6	8	8	6	12	**80**
GA16	6	5	2	3	0	3	6,5	5	8,5	0	4	8	**51**
GA19	7	4	1	3	10	6	4	5,5	8	0	4	12	**64,5**
Média	7,0	5,5	3,0	2,2	4,0	5,6	5,4	5,5	6,9	4,2	4,5	11,2	
%	70	68,8	60	36,7	40	62,2	60	91,7	76,7	42	75	93,3	**65**

Pela análise da tabela 7.46, verifica-se que o grupo IV obteve o melhor resultado na questão correspondente aos conteúdos abordados durante a experiência – questão 10, com 86% da cotação total da mesma. Nas questões 8, 9 e 11 também obtiveram um resultado superior ou igual a 60% da cotação total destas. Destaca-se a questão 8 com 83,3% da cotação total da questão, a qual se refere a conteúdos que, apesar de terem sido leccionados pelo grupo III, os alunos deste grupo tiveram de aplicar na sua aula de implementação, principalmente no final da resolução dos exercícios propostos. Relativamente à questão 5, apenas um aluno (GA18) registou cotação diferente de zero.

Tab.7.46 – Resultados do grupo IV da turma do 9ºG ao pós-teste.

Grupo IV													
Aluno	**Questões**												**Total (%)**
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	10	8	5	6	10	9	9	6	9	10	6	12	**100**
GA5	5	2	2,5	5	0	0	0	5	7	9	3	2	**40,5**
GA9	4	6	1	1	0	5	3	4	5	8,5	4	12	**53,5**
GA10	4	6	3	1	0	4,5	3	5	5	9	4	12	**56,5**
GA15	6	4	3	2	0	6	1,5	5	5	8,5	4	0	**45**
GA18	6	4	1	1	2	2	4,5	6	6	8	3	12	**55,5**
Média	5	4,4	2,1	2	0,4	3,5	2,4	5	5,6	8,6	3,6	7,6	
%	50	55	42	33,3	4	38,9	26,7	83,3	62,2	86	60	63,3	**50,2**

A partir da análise dos resultados do Teste Final de Avaliação (tabela 7.47), verifica-se que os alunos desta turma, na generalidade, aumentaram o seu aproveitamento relativamente aos resultados obtidos no pré e no pós-teste.

A partir da análise dos dados do Teste Final de Avaliação desta turma verifica-se que a média dos resultados obtidos é agora de 60,8%.

Pela análise da tabela 7.47, nota-se que 5 alunos obtiveram resultados inferiores a 50% e que, agora, 3 alunos conseguiram pontuações iguais ou superiores a 75%. No entanto, 13 alunos apresentam valores inferiores à média da turma (cf. tabela 7.47) embora só dois alunos tivessem obtido uma pontuação inferior a 40%.

A questão 5e) foi a que registou o melhor resultado (80%), na qual 13 discentes obtiveram um resultado superior ou igual à média desta questão. As questões 5b), 5c) e 5d) registaram uma média de 75% relativamente à cotação total destas questões. Salienta-se ainda o facto de apenas 4 questões – 5f), 5g), 7a) e 7b) – apresentarem um resultado inferior a 50% do valor total das questões.

Tab.7.47 – Resultados totais e em percentagem por aluno no Teste Final de Avaliação da turma 9ºG.

Aluno	Questões																Total (%)
	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	
	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
GA3	13	8	2	10	2	2	2	0	0	0	0	2	2	2	1	0	**46**
GA4	13	8	2	12	1	2	2	2	2	1	1	2,5	2,5	1	1	0	**53**
GA11	12,5	8	9	14	3	2	2	2	2	2	1	2	2	2	3	1	**67,5**
GA14	14	5	1	11	0	0	0	0	2	0	0	1	2	1	0	0	**37**
GA17	12	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	**25**
GA1	10	10	8	10	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	**53**
GA2	8	9	9	24	4	2	0	2	2	3	3	3	1,5	1,5	0	0	**72**
GA6	8	9	9	12	2	2	2	2	2	1	1	1	1,5	1	2	0	**55,5**
GA12	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
GA7	7	4	6	22	5	2	2	2	2	3	2	1	1	1	0	0	**60**
GA8	14	10	9	24	6	2	2	2	2	0	0	4	3	2	2,5	2,5	**85**
GA13	12	10	4	24	6	2	2	2	2	3	3	3	4	3	1	1	**82**
GA16	10	2	2	20	6	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0	**54**
GA19	10	4	5	22	5	2	2	2	2	2,5	3	1	2	2	1	0	**65,5**
GA5	4	5	0	12	4	1	1	1	1	1	1	4	3	4	3	2	**47**
GA9	4	5	4	10	5	2	2	2	2	1	1	4	4	4	4	3	**57**
GA10	7	7	9	8	0	1	2	2	2	2	1	3	3	4	4	2	**57**
GA15	8	2	2	8	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	2,5	2	**40,5**
GA18	6	5	8	10	6	1	1	1	1	1	1	3	4	4	4	2	**58**
Média	9,8	6,6	5,5	14,6	3,5	1,5	1,5	1,5	1,6	1,4	1,3	2,3	2,4	2,2	1,9	1,1	
%	70	66	55	60,8	58,3	75	75	75	80	46,7	43,3	57,5	60	55	38	22	**60,8**

Os dados obtidos apresentam um grau de dispersão em torno da média inferior aos anteriores, tal como o valor do desvio padrão evidencia (tabela 7.48). De facto o valor do desvio padrão é agora de 17,6 % que equivale a cerca de 29% do valor da média.

Tab.7.48 – Valores da média, variância, desvio padrão e coeficiente de variação no Teste Final de Avaliação na turma 9ºG.

Média (x)	Variância (S^2)	Desvio padrão (S)	Coeficiente de variação (Cv)
60,8%	**310,2%**	**17,6%**	**29%**

Uma análise, agora por grupos (tabelas 7.49, 7.50, 7.51 e 7.52), revela que os grupos II e III apresentam uma média (70,1% e 69,3%, respectivamente) superior à média geral da turma – 60,8%.

Relativamente ao grupo I verifica-se que em nenhuma questão todos os alunos obtiveram a cotação máxima. A questão que apresenta melhores resultados é a questão 1, pois a média obtida por este grupo corresponde a 92,1% da cotação total da questão. Provavelmente, tal resultado deve-se ao facto de esta questão contemplar os conteúdos que este grupo abordou durante a experiência. Referem-se também as questões 5b), 5c) e 5e) que registaram 60% da cotação total destas questões.

Tab.7.49 – Resultados do grupo I do 9ºG no Teste Final de Avaliação.

Grupo I																	
	Questões																
	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	Total (%)
Aluno	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	100
GA3	13	8	2	10	2	2	2	0	0	0	0	2	2	2	1	0	46
GA4	13	8	2	12	1	2	2	2	2	1	1	2,5	2,5	1	1	0	53
GA11	12,5	8	9	14	3	2	2	2	2	2	1	2	2	2	3	1	67,5
GA14	14	5	1	11	0	0	0	0	2	0	0	1	2	1	0	0	37
GA17	12	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	25
Média	12,9	6,8	3,8	9,4	1,2	1,2	1,2	0,8	1,2	0,6	0,4	1,7	1,9	1,4	1	0,2	
%	92,1	68	38	39,2	20	60	60	40	60	20	13,3	42,5	47,5	35	20	4	45,7

Em relação ao grupo II, pode-se observar que, nas questões 5b), 5d) e 5e), 3 alunos deste grupo obtiveram a cotação total da questão, contribuindo para o bom resultado obtido nestas questões, com uma média final de 90% em relação à cotação total das mesmas. Relativamente a este grupo, salienta-se ainda a questão 7b) cuja média é a mais baixa de todas as questões. Tal pode dever-se ao facto de a linguagem utilizada pela professora ter sido um pouco diferente da utilizada pelos alunos, durante as aulas de implementação onde esses conteúdos foram abordados. Relativamente às questões que abordam os conteúdos que os alunos leccionaram – 2 e 3 – pode-se considerar que estes obtiveram um bom resultado, 95% e 90%, respectivamente, em relação à cotação total das questões.

Tab.7.50 – Resultados do grupo II do 9ºG no Teste Final de Avaliação.

Grupo II																	
Aluno	Questões																Total (%)
	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	
	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	100
GA1	10	10	8	10	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	53
GA2	8	9	9	24	4	2	0	2	2	3	3	3	1,5	1,5	0	0	72
GA6	8	9	9	12	2	2	2	2	2	1	1	1	1,5	1	2	0	55,5
GA12	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	100
Média	10	9,5	9,0	17,5	4,0	1,8	1,3	1,8	1,8	2,0	2,0	2,3	2,0	1,9	2,0	1,5	
%	71,4	95	90	72,9	66,7	90	65	90	90	66,7	66,7	57,5	50	47,5	40	30	70,1

O grupo III obteve a totalidade da cotação nas questões 5b), 5c), 5d) e 5e), as quais se referem aos conteúdos abordados por este grupo durante as aulas que leccionaram. No entanto, também nas questões 4 e 5a) os alunos obtiveram um bom resultado, com 93,3% *ex equo*, pois também dizem respeito aos conteúdos que estes alunos abordaram durante a experiência. Também neste grupo se verificou que na questão 7b) os alunos obtiveram o pior resultado, com uma média de 14% relativamente à cotação total da questão.

Tab.7.51 – Resultados do grupo III no 9ºG no Teste Final de Avaliação.

Grupo III																	
Aluno	**Questões**																**Total (%)**
	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	
	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
GA7	7	4	6	22	5	2	2	2	2	3	2	1	1	1	0	0	**60**
GA8	14	10	9	24	6	2	2	2	2	0	0	4	3	2	2,5	2,5	**85**
GA13	12	10	4	24	6	2	2	2	2	3	3	3	4	3	1	1	**82**
GA16	10	2	2	20	6	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0	**54**
GA19	10	4	5	22	5	2	2	2	2	2,5	3	1	2	2	1	0	**65,5**
Média	10,6	6,0	5,2	22,4	5,6	2,0	2,0	2,0	2,0	1,9	1,8	2,0	2,2	1,8	1,1	0,7	
%	75,7	60	52	93,3	93,3	100	100	100	100	63,3	60	50	55	45	22	14	69,3

Também nos resultados obtidos pelo grupo IV se pode verificar que na questão 6c) a quase totalidade dos elementos obteve a totalidade da cotação, pois a média obtida por este grupo corresponde a 95% da cotação total da questão. Salientam-se também as questões 6a) e 6b) que obtiveram também uma cotação elevada relativamente à cotação da questão.

Tab.7.52 – Resultados do grupo IV no 9ºG no Teste Final de Avaliação.

Grupo IV																	
Aluno	**Questões**																**Total (%)**
	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	
	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
GA5	4	5	0	12	4	1	1	1	1	1	1	4	3	4	3	2	**47**
GA9	4	5	4	10	5	2	2	2	2	1	1	4	4	4	4	3	**57**
GA10	7	7	9	8	0	1	2	2	2	2	1	3	3	4	4	2	**57**
GA15	8	2	2	8	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	2,5	2	**40,5**
GA18	6	5	8	10	6	1	1	1	1	1	1	3	4	4	4	2	**58**
Média	5,8	4,8	4,6	9,6	3,2	1,2	1,4	1,4	1,4	1,2	1,0	3,4	3,4	3,8	3,5	2,2	
%	41,4	48	46	40	53,3	60	70	70	70	40	33,3	85	85	95	70	44	**51,9**

Neste grupo verifica-se também que foi nas questões relacionadas com a matéria que tiveram de leccionar – 6a), 6b), 6c) e 7a) – que os alunos obtiveram os melhores resultados, com

85%, 95% e 70%, respectivamente. No entanto a questão 7b), cujos conteúdos também foram abordados pelos alunos não apresenta uma média satisfatória, obtendo apenas uma média de 44% relativamente à cotação total da questão. Provavelmente as razões para este facto, são as mesmas apresentadas nos grupos anteriores, para esta questão.

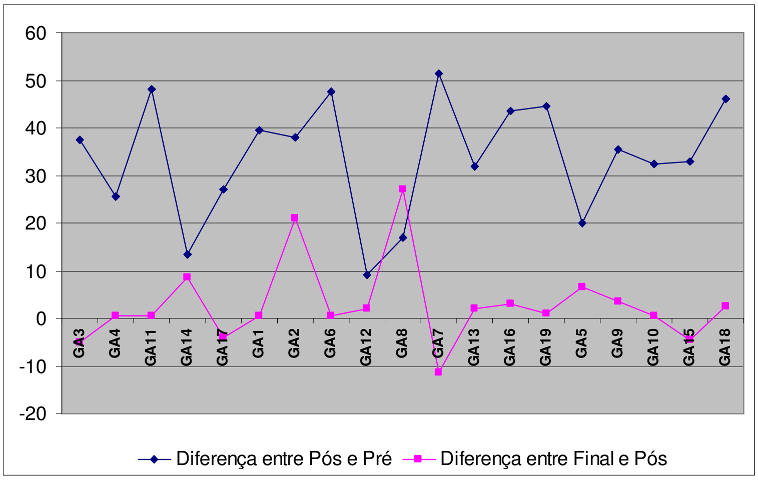
Com base nas considerações tecidas nos pontos anteriores e pela análise da tabela 7.53 e do gráfico 7.11, que sistematiza os resultados, por aluno, nos diversos momentos de avaliação podemos verificar que todos os alunos melhoraram os seus desempenhos em termos quantitativos do pré-teste para o pós-teste.

Tab.7.53 – Comparação de resultados totais (%), por teste – pré, pós e Teste Final de Avaliação da turma 9ºG.

Alunos	Pré-Teste (%)	Pós-Teste (%)	Teste Final (%)
GA3	13,5	51	46
GA4	27	52,5	53
GA11	19	67	67,5
GA14	15	28,5	37
GA17	2	29	25
GA1	13	52,5	53
GA2	13	51	72
GA6	7,5	55	55,5
GA12	89	98	100
GA8	41	58	85
GA7	20	71,5	60
GA13	48	80	82
GA16	7,5	51	54
GA19	20	64,5	65,5
GA5	20,5	40,5	47
GA9	18	53,5	57
GA10	24	56,5	57
GA15	12	45	40,5
GA18	9,5	55,5	58

Maior atenção merece o facto de alguns alunos terem piorado o desempenho, em termos quantitativos, entre o pós-teste e o Teste Final de Avaliação, nomeadamente os alunos GA3, GA17, GA7 e GA15 (tabela 7.53 e gráfico 7.11).

Gráf.7.11 – Diferenças entre os resultados obtidos nos vários momentos de avaliação na turma 9ºG por aluno.



De realçar o facto de, na comparação entre o pós e o pré-teste, não se verificar nenhuma perda relativa (tabela 7.54).

Tab.7.54 – Ganhos e perdas relativas entre o pós-teste e o pré-teste (%) no 9ºG.

Alunos	pré-teste (%)	pós-teste (%)	Ganhos e Perdas Relativos (%)
GA3	13,5	51	43,4
GA4	27	52,5	34,9
GA11	19	67	59,3
GA14	15	28,5	15,9
GA17	2	29	27,6
Média	15,3	45,6	51,6
GA1	13	52,5	45,4
GA2	13	51	43,7
GA6	7,5	55	51,4
GA12	89	98	81,8
Média	30,6	64,1	55,6
GA8	41	58	28,8
GA7	20	71,5	64,4
GA13	48	80	61,5
GA16	7,5	51	47
GA19	20	64,5	55,6
Média	27,3	65	51,5
GA5	20,5	40,5	25,2
GA9	18	53,5	43,3
GA10	24	56,5	42,8
GA15	12	45	37,5
GA18	9,5	55,5	50,8
Média	16,8	50,2	39,9

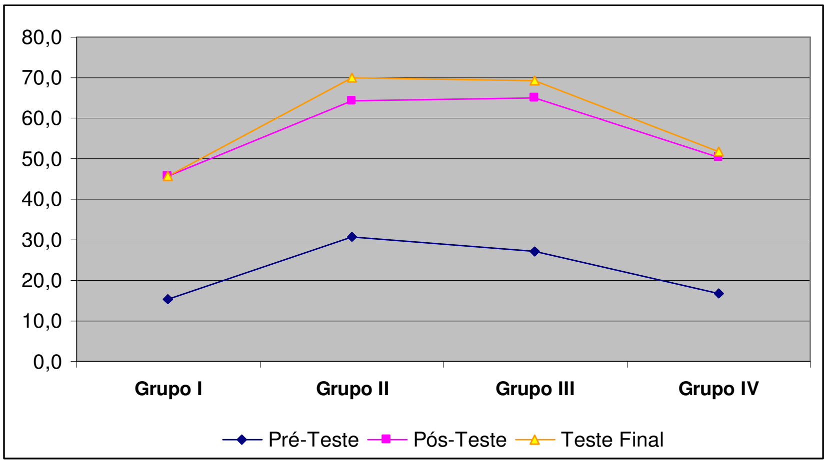
Tab.7.55 – Ganhos e perdas relativas entre o Teste Final e o pós-teste (%) no 9ºG.

Alunos	pós-teste (%)	Teste Final (%)	Ganhos e Perdas Relativos (%)
GA3	51	46	-9,8
GA4	52,5	53	1,1
GA11	67	67,5	1,5
GA14	28,5	37	11,9
GA17	29	25	-13,8
Média	45,6	45,7	-1,8
GA1	52,5	53	1,1
GA2	51	72	42,9
GA6	55	55,5	1,1
GA12	98	100	100
Média	64,1	70,1	36,3
GA8	58	60	4,8
GA7	71,5	85	47,4
GA13	80	82	10
GA16	51	54	6,1
GA19	64,5	65,5	2,8
Média	65	69,3	14,2
GA5	40,5	47	10,9
GA9	53,5	57	7,5
GA10	56,5	57	1,1
GA15	45	40,5	-8,2
GA14	55,5	58	4,5
Média	50,2	51,9	3,2

Verifica-se que, na comparação entre o pós-teste e o pré-teste, sete alunos registaram um ganho relativo superior a 50%. Destes, destaca-se o aluno GA12 que obteve um ganho relativo de 81,8%.

Salienta-se ainda o facto de, na comparação entre o Teste Final e o pós-teste (tabela 7.55), se registarem três alunos (GA15, GA3 e GA17) com perdas relativas entre estes dois momentos de avaliação de: -8,2%, -9,8% e -13,8%. Verifica-se também que, na comparação entre o Teste Final e o pós-teste, três alunos (GA2, GA7e GA12) registam um ganho superior a 40%. Salienta-se o aluno GA12 que teve um ganho relativo de 100%. Pela observação das tabelas pode-se verificar que, de um modo geral, os ganhos entre o Teste Final e o pós-teste foram inferiores aos registados entre pós e o pré-teste.

Gráf.7.12 – Evolução das médias obtidas por cada grupo da turma 9ºG durante a experiência.

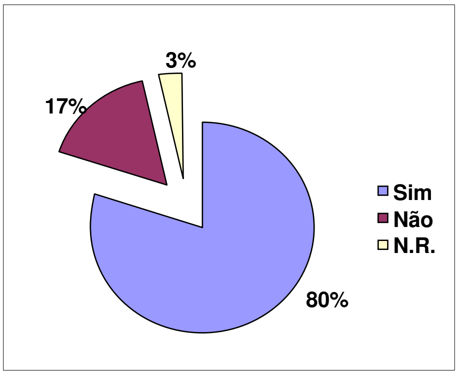


Pela análise do gráfico 7.12, o qual expressa a evolução das médias obtidas por cada grupo durante a experiência, pode-se concluir que o grupo que menos lucrou foi o Grupo I, pois foi o grupo que apresentou o menor ganho nas diferenças das médias obtidas entre os vários momentos de avaliação (30,3% entre pós e pré-teste e 0,1% entre o Final e pós). O grupo que mais lucrou com a experiência foi o grupo III, pois obteve os maiores ganhos nas diferenças das médias obtidas entre o pós e pré-teste (37,7%) e entre o Final e o pós (4,3%).

7.3.4 – Opiniões finais sobre aula ideal

De acordo com o gráfico 7.13 que traduz as respostas à questão 1 do grupo III do Questionário Final (anexo 3.6), pode-se verificar que a percentagem de alunos que afirmaram gostar da experiência foi bastante elevada (80%), 17% afirmaram que não gostaram da experiência e apenas 1 aluno não respondeu.

Gráf.7.13 – Gosto pela experiência realizada.



Pela análise do relatório que redigiram no final da experiência, os que afirmaram não gostar justificam tal facto por sentirem dificuldades em relação aos conteúdos a leccionar, em pesquisar os mesmos e/ou apresentar e explicar a matéria, como refere o aluno:

GA3 – *"Não gostei porque tive algumas dificuldades em explicar a matéria aos colegas, embora percebesse".*

Outro aluno redige no relatório:

"Não gostei, porque tivemos dificuldades em encontrar a melhor forma para explicar a matéria e além disso senti-me com vergonha de estar no quadro a apresentar" **(EA14)**.

Outro aluno – GA17 – redige no relatório o seguinte:

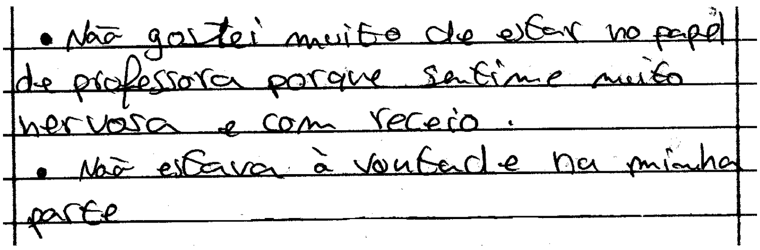

• Não gostei muito de estar no papel de professora porque senti-me muito nervosa e com receio.
• Não estava à vontade na minha parte

Fig.7.58 – Opinião de um aluno (GA17) expressa no relatório sobre o porquê de não ter gostado de assumir o papel de professor.

Estes dados também são confirmados pela observação directa das aulas leccionadas pelos 'alunos-professores'.

Para responder às questões, "O que alterarias? Descreve uma aula de Matemática 'ideal'", foram formuladas perguntas de resposta aberta, num total de 5 (Questionário Final, anexo 3.6).

Pela análise das respostas à questão 2.1 do Questionário Final pode-se concluir que 16 dos alunos mantém a noção de que a estrutura geral de uma aula se centra, fundamentalmente, na figura do professor e no que este deveria fazer: *"O professor dita o sumário, depois explica a matéria, e depois mandava os alunos fazerem exercícios."; "Começava a aula por ditar o sumário, depois colocava um vídeo e por fim pedia para fazerem exercícios do livro"; "Iniciava a aula por explicar a matéria com acetatos, depois dava uma ficha de trabalho e no final escrevia o sumário no quadro".*

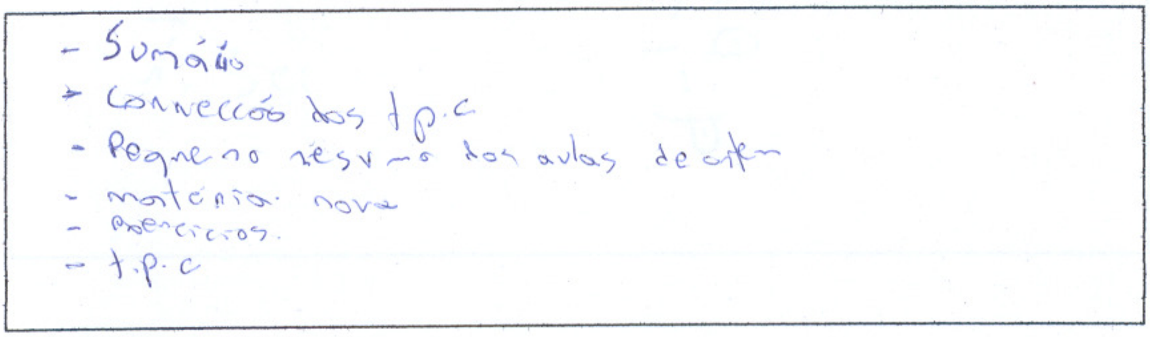
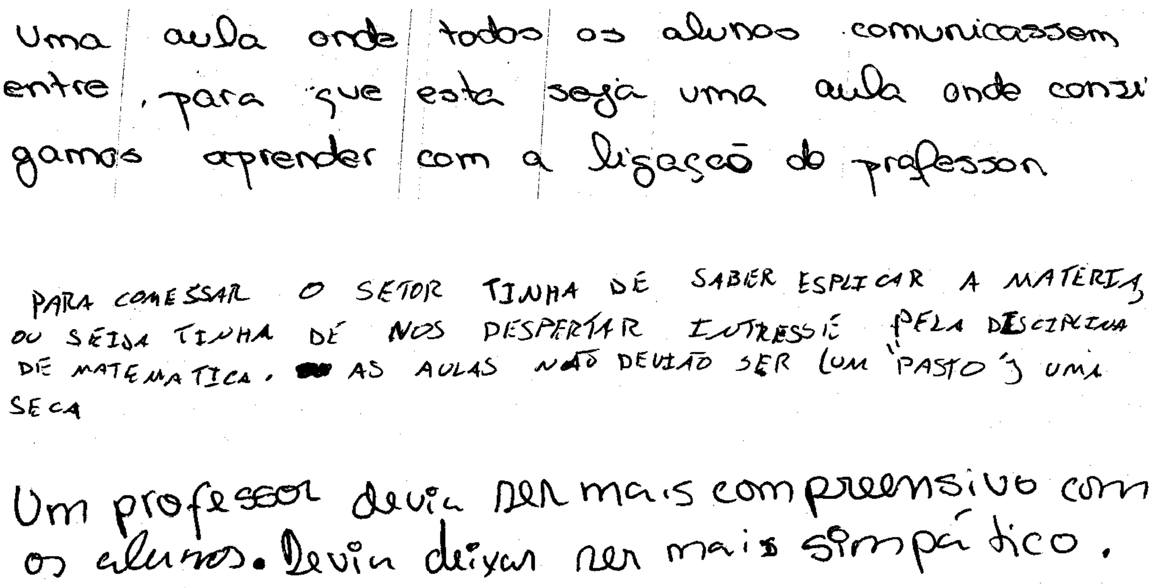

- Sumário
- Correcção dos t.p.c
- Pequeno resumo das aulas de ontem
- matéria nova
- exercícios.
- t.p.c

Fig.7.59 – Resposta de um aluno quanto à estrutura geral de uma aula ideal.

No entanto, alguns alunos apresentam respostas muito mais curiosas e amplas:


Uma aula onde todos os alunos comunicassem entre, para que esta seja uma aula onde consi' gamos aprender com a ligaçaõ do professor

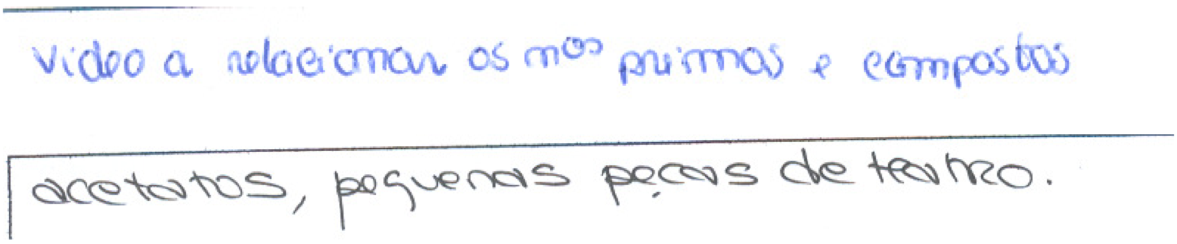
PARA COMESSAR O SETOR TINHA DE SABER ESPLICAR A MATERIA, OU SEJA TINHA DE NOS DESPERTAR INTRESSE PELA DISCIPLINA DE MATEMATICA. AS AULAS NÃO DEVIÃO SER UM "PASTO" UMA SECA

Um professor devia ser mais compreensivo com os alunos. Devia deixar ser mais simpático.

Fig.7.60 – Respostas de três alunos sobre a estrutura geral de uma aula ideal.

No que diz respeito à forma de trabalho, 4 alunos privilegiaram o individual; 3 alunos, o trabalho individual e a pares; 2 alunos só referiram o trabalho a pares; 7 em pequeno grupo; 1 em grande grupo; 3 a pares ou em pequeno grupo e 5 alunos não responderam.

Salienta-se também o facto de, em relação à mesma questão, alguns alunos (4) terem apresentado respostas que nada tinham a ver com o que lhes era questionado (figura 7.61):


vídeo a relacionar os nºs primos e compostos

acetatos, pequenas peças de teatro.

Fig.7.61 – Respostas de alguns alunos quando questionados sobre a forma de trabalho que privilegiam.

Quanto aos materiais que utilizavam, as respostas podem ser categorizadas do seguinte modo:

- Retroprojector/acetatos – 8 alunos;
- Materiais geométricos (régua, compasso, esquadro, etc.) – 6 alunos;
- Computador ou fichas de trabalho – 4 alunos;
- Slides ou livros – 1 aluno;
- Não responderam – 4 alunos.

Relativamente ao tipo e instrumentos de avaliação, as respostas também foram organizadas nas seguintes categorias:

- Testes de Avaliação – 13 alunos;
- Trabalhos de casa – 6 alunos;
- Comportamento ou participação ou trabalhos de pesquisa ou atitudes – 5 alunos;
- Cadernos diários ou assiduidade – 1 aluno;
- Não responderam – 7 alunos.

Convém referir o facto de estes valores não corresponderem ao número de inquiridos porque alguns alunos indicaram vários instrumentos. Relativamente à ultima questão apresentada – “Outro(s)” – nenhum aluno respondeu.

Através da análise destes resultados parece poder concluir-se que, e comparativamente ao Questionário Inicial, muitos alunos mantêm a sua opinião acerca da estrutura geral de uma aula de Matemática. No entanto, alguns alunos começam a focar o seu discurso na figura do aluno o que parece traduzir um avanço notável. Verifica-se, também, que para os alunos são essenciais os aspectos afectivos na aprendizagem e que a sala de aula deve ser um local onde se efectuem actividades criativas que proporcionem ao aluno um ambiente mais motivador à sua aprendizagem.

Relativamente à forma de trabalho, no Questionário Inicial (anexo 3.1) a maioria dos alunos referiu em pequeno grupo ou a pares, enquanto que, no Questionário Final (anexo 3.6), os resultados apontam para uma preferência para o trabalho em pequeno grupo.

Quanto aos materiais a adoptar, no Questionário Inicial (anexo 3.1) verificou-se que cada aluno referiu muitos, contrastando com o que se verificou no Questionário Final (anexo 3.6) onde os alunos demonstraram uma preferência por determinado tipo específico de material, enunciando, por vezes, apenas um material.

Relativamente ao tipo e instrumentos de avaliação, a opinião dos alunos sofreu algumas alterações. Nota-se uma grande ênfase nos testes de avaliação o que é curioso pois só um grupo é que aplicou um instrumento com essas características. Por outro lado, referiram “trabalhos de pesquisa”, o que não tinha acontecido no Questionário Inicial (anexo 3.1).

Apresentam-se, agora, as respostas dadas pelos alunos acerca do modo como iriam planificar uma segunda aula segundo alguns itens, como: objectivos da aula, conteúdos, estratégias a utilizar, tarefas a desenvolver, materiais de apoio, formas de trabalho e avaliação.

Em relação aos objectivos da aula, verifica-se que os alunos, tal como aconteceu no Questionário Inicial, continuam a centrá-los na figura e actuação do professor e não nas competências que os alunos deveriam desenvolver (figura 7.62):

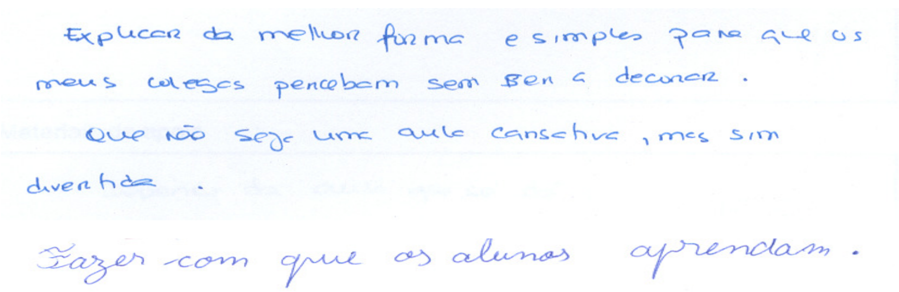

Explicar da melhor forma e simples para que os meus colegas percebam sem ser a decorar.
Que não seja uma aula cansativa, mas sim divertida.
Fazer com que os alunos aprendam.

Fig.7.62 – Respostas de alguns alunos em relação aos objectivos de uma aula ideal.

Cinco alunos não responderam à questão apresentada.

Em relação ao item "Conteúdos", os 'alunos-professores' referem os seguintes conteúdos: "*Área e volume"*, "*estatística, proporcionalidade directa e inversa*", "*semelhança de triângulos e "Teorema de Pitágoras*". Comparativamente ao Questionário Inicial, onde foram referidos apenas dois conteúdos, após a experiência verificou-se uma evolução, pois foram identificados agora mais conteúdos, a maior parte dos quais tinham sido abordados nesse ano lectivo.

As estratégias que o 'aluno-professor' iria implementar na sua segunda aula seriam várias, enquadrando-se nas seguintes categorias:

- Realização de jogos – 4 alunos;
- Propor a resolução de exercícios – 3 alunos;
- Questionar os alunos – 2 alunos;
- Utilização de retroprojector/acetatos/ Propor a realização de trabalhos de casa/ Realização de Fichas de trabalho/ Utilização do computador – 1 aluno;
- Não responderam – 15 aluno.

Nota-se que alguns alunos confundem estratégias com equipamentos.

Relativamente às tarefas que os "alunos-professores" iriam desenvolver numa segunda aula, as respostas dos alunos podem ser enquadradas nas seguintes categorias:

- Resolução de exercícios do livro adoptado – 12 alunos;
- Resolução de exercícios – 7 alunos;
- Resolução de uma ficha de trabalho/Realização de trabalhos em grupo – 3 alunos;
- Realização de actividades fora da sala de aula/Propor a resolução de exercícios para casa/ Realização de questionários – 1 aluno.

Nota-se que os alunos valorizam mais a acção sobre o enunciado – actividade – do que a tarefa em si.

Curiosamente um aluno referiu: *"Realizar tarefas fora da sala de aula para despertar o interesse dos alunos e para lhes demonstrar que a matemática também está inscrita na natureza".*

Quanto aos materiais utilizados também seriam muito variados desde:

- Retroprojector/acetatos/Materiais geométricos (régua, compasso, esquadro, etc.) /Jogos – 4 alunos;
- Computador/Fichas de trabalho/ Livros – 3 alunos;
- Calculadora – 2 alunos;
- Caderno diário – 1 aluno;
- Não responderam – 10 alunos.

Curiosamente dois alunos referiram:

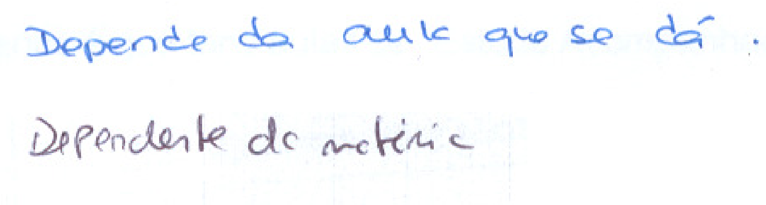


Fig.7.63 – Respostas de dois alunos em relação aos materiais utilizados numa aula ideal.

No decorrer das aulas, a forma de trabalhar seria:

- Grupo – 13 alunos;
- Individual – 5 alunos;
- Não responderam – 11 alunos.

Refere-se a citação de um aluno que referiu as duas formas de trabalho, *"um pouco das duas, primeiro individual e depois em grupo".* Segundo, ainda, a opinião de outro aluno *"Fazia trabalhos em grupo, para que os alunos se motivem mais e para ver se integram mais na disciplina".*

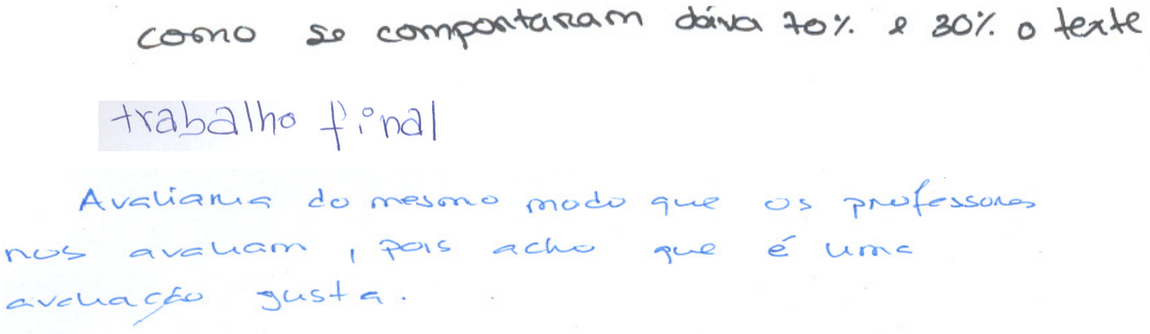
Relativamente à avaliação, os alunos também se pronunciaram e afirmam que deveria ser "global", de "todo o tipo". A partir das suas respostas foi possível categorizar as respostas nas seguintes categorias:

- Testes de Avaliação – 10 alunos;
- Comportamento – 7 alunos;
- Trabalhos de casa – 5 alunos;

- Participação/Atitudes – 4 alunos;
- Cadernos diários – 3 alunos;
- Assiduidade – 2 alunos;
- Não responderam – 9 alunos.

Convém referir o facto de estes valores não corresponderem ao número de Questionários aplicados porque alguns alunos responderam, simultaneamente, a várias categorias.

Salientam-se algumas respostas curiosas relativamente a este parâmetro (Avaliação):


como se comportaram dava 70% e 30% o teste

trabalho final

Avaliaria do mesmo modo que os professores nos avaliam, pois acho que é uma avaliação justa.

Fig.7.64 – Respostas de alguns alunos em relação ao parâmetro Avaliação.

Salienta-se a resposta de um único aluno que refere:

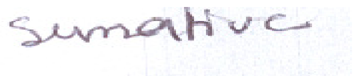

Sumativa

Fig.7.65 – Resposta de um aluno em relação ao tipo de avaliação que utilizaria numa aula ideal.

Síntese

Comparando com o que os alunos disseram no Questionário Inicial:

- Ao nível da estrutura geral, os alunos continuam a manter a noção de que a estrutura geral de uma aula se centra, fundamentalmente, na figura do professor e no que este deveria fazer;

- Quanto ao tipo de trabalho, a maioria dos alunos continua a considerar que este se efectua essencialmente em pequeno grupo e a pares;

- Relativamente aos materiais continuam a considerar vários, no entanto os mais referidos foram o retroprojector e os acetatos. Curiosamente alguns alunos referiram material geométrico;

- Em relação ao tipo e instrumentos de avaliação, os alunos afirmaram que deveria ser "global". Continuam a referir vários, tais como, testes de avaliação, comportamento, trabalhos de casa, assiduidade e participação.

7.4 - Estudo Acompanhado

Neste ponto pretende-se dar a conhecer a evolução das representações e opiniões dos alunos acerca da área curricular não-disciplinar 'Estudo Acompanhado'.

Para isso, analisam-se as respostas respectivas dadas no Questionário Inicial que se contrastam com as respostas dadas no Questionário Final.

Em relação à primeira questão colocada no Questionário Inicial – "Há quantos anos é que tens aulas de 'Estudo Acompanhado'?" a maior parte dos alunos (27) respondeu 5 anos, e três alunos referiu 6 anos.

Relativamente à questão – "Para que disciplinas tens trabalhado nas aulas de 'Estudo Acompanhado'?", os alunos, na sua grande maioria, referem que, neste espaço, fazem trabalhos no âmbito das diversas disciplinas: 7 referiram Físico-química; 6 Geografia; 6 referiram Inglês; 5 referiram Ciências Naturais; 4 alunos referiram Matemática; 3 referiram Francês; 3 História; 2 referiram Língua Portuguesa; 2 referiram Educação Visual e 23 referem que trabalham um pouco para todas as disciplinas. Salienta-se que alguns alunos referiram mais do que uma disciplina.

Curiosamente um aluno, quando questionado para que disciplinas tem trabalhado em 'Estudo Acompanhado', respondeu do seguinte modo:

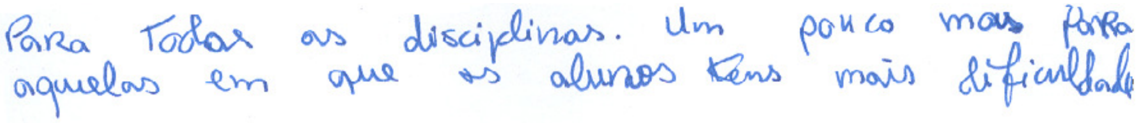

Para Todas as disciplinas. Um pouco mais para aquelas em que os alunos tens mais dificuldade

Fig.7.66 – Resposta de um aluno sobre as disciplinas que tem trabalhado em 'Estudo Acompanhado'.

Na tabela 7.56 está expressa a resposta dos alunos a várias afirmações relacionados com o estudo acompanho. Relativamente ao parâmetro 1, "Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' realizam-se trabalhos de pesquisa", verifica-se que, inicialmente, 49% dos alunos dizem concordar parcialmente ou totalmente, *ex aequo.* No Questionário Final, pode-se observar que 80% dos alunos concorda agora parcialmente, 17% concordam totalmente e 1 aluno não respondeu. Pode-se concluir, então, que a opinião dos alunos, embora se mantenha concordante, deslocou-se do totalmente para o parcialmente.

Tab.7.56 – Representações sobre as actividades desenvolvidas em Estudo Acompanhado.

	Parâmetros	Questionário Inicial (QI) / Questionário Final (QF)																					
		a				b				c				d				Nr				t	
		QI		QF		QI		QF		QI		QF		QI		QF		QI		QF		QI	QF
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	
1	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" realizam-se trabalhos de pesquisa.	1	2	0	0	0	0	0	0	17	49	24	80	17	49	5	17	0	0	1	3	35	30
2	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" realizam-se trabalhos de síntese.	2	6	0	0	3	9	3	10	21	59	24	80	9	26	2	7	0	0	1	3	35	30
3	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" sistematizam-se/consolidam-se conhecimentos das várias disciplinas.	1	3	0	0	1	3	3	10	13	37	23	77	20	57	3	10	0	0	1	3	35	30
4	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" aprende-se a organizar trabalho.	1	3	1	3	4	11	4	13	11	31	17	58	19	55	7	23	0	0	1	3	35	30
5	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" aprendem-se métodos/estratégias de estudo e de trabalho.	1	3	0	0	1	3	2	7	12	34	19	63	19	54	8	27	2	6	1	3	35	30
6	Nas aulas de "Estudo Acompanhado aprende-se a desenvolver hábitos favoráveis à aprendizagem.	1	3	0	0	0	0	3	10	16	46	20	67	18	51	6	20	0	0	1	3	35	30
7	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" treinam-se diferentes técnicas de estudo.	2	6	0	0	1	3	3	10	15	42	20	67	17	49	6	20	0	0	1	3	35	30
8	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" treina-se a capacidade de atenção/concentração e memorização.	2	6	0	0	11	31	9	30	15	43	14	47	6	17	6	20	1	3	1	3	35	30
9	Nas aulas de "Estudo Acompanhado " aprende-se a resolver problemas relacionados com diversas situações.	1	3	1	3	10	28	4	13	15	43	21	71	9	26	3	10	0	0	1	3	35	30
10	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" desenvolvem-se competências de leitura e de escrita.	2	6	0	0	11	31	7	24	15	43	19	63	7	20	3	10	0	0	1	3	35	30
11	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" desenvolvem-se competências de comunicação.	1	3	0	0	9	26	6	20	18	51	21	70	6	17	2	7	1	3	1	3	35	30
12	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" consultam-se diversas fontes de informação para realizar os trabalhos. Qual(ais)?	1	3	0	0	1	3	7	24	19	54	16	53	14	40	6	20	0	0	1	3	35	30
13	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" desenvolvem-se capacidades de aprender a aprender,	1	3	0	0	3	9	2	7	23	66	23	77	8	22	4	13	0	0	1	3	35	30
14	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" desenvolvem-se capacidades de auto-conhecimento e auto-avaliação.	3	9	1	3	7	20	4	13	18	51	21	71	7	20	3	10	0	0	1	3	35	30
15	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" aprende-se a ser mais autónomo.	3	9	0	0	8	23	4	13	18	51	18	60	6	17	7	24	0	0	1	3	35	30
16	As aulas de "Estudo Acompanhado" são uma perda de tempo.	19	54	15	50	4	11	2	7	2	6	9	29	10	29	2	7	0	0	2	7	35	30

Legenda: a) Discordo totalmente; b) Discordo parcialmente; c) Concordo parcialmente; d) Concordo totalmente; t) Total; fi – Frequência absoluta; Fri – Frequência relativa; nr – Não responderam.

Em relação ao parâmetro 2 da tabela, “Nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ realizam-se trabalhos de síntese”, 59% dos alunos no início (Questionário Inicial) afirma que concorda parcialmente e 26% concorda na totalidade. O acordo parcial eleva-se, agora, para os 80% e só 7% refere acordo total, havendo 10% que discordam parcialmente e um aluno que não respondeu. Também aqui se pode verificar que os alunos estão mais reservados em relação ao acordo total e a favor do parcial.

Em relação ao 3º parâmetro “Nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ sistematizam-se/consolidam-se conhecimentos das várias disciplinas”, 57% dos alunos no Questionário Inicial afirmaram concordar na totalidade e 37% parcialmente. Pela análise da tabela 7.56, 77% dos alunos agora concorda parcialmente, 10% concorda totalmente e também 10% discorda parcialmente. Curiosamente, podemos verificar que, agora (Questionário Final), o número de alunos que afirma concordar sofreu um decréscimo, de 94% para 87% em favor da discordância.

No que diz respeito ao parâmetro 4, “Nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ aprende-se a organizar trabalho”, 81% (contra 86% em relação ao Questionário Inicial) dos alunos diz concordar, 58% parcialmente e 23% totalmente. Dos restantes, 13% refere discordar parcialmente e 3% diz totalmente (contra os 14% que afirmaram discordar no Questionário Inicial). Parece, assim, verificar-se um ligeiro retrocesso em relação a esta representação.

Relativamente ao parâmetro 5, “Nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ aprendem-se métodos/estratégias de estudo e de trabalho”, 90% dos alunos diz, agora, concordar – 27% totalmente e 63% parcialmente – contra 88% que manifestou concordar no Questionário Inicial. No entanto, destes 88%, 54% eram relativos ao acordo total. Agora, 7% parece discordar parcialmente. Mais uma vez os alunos revelam-se mais prudentes nos seus julgamentos.

No que concerne à afirmação 6, ”Nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ aprende-se a desenvolver hábitos favoráveis à aprendizagem”, pode-se observar agora uma diminuição de 10% da concordância em favor da discordância – de 97% registado no Questionário Inicial para 87% no Questionário Final – pelo facto de 10% dos alunos passar, agora, a referir discordar parcialmente. Regista-se, assim, uma alteração desfavorável em relação a esta afirmação.

Em relação ao parâmetro 7, “Nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ treinam-se diferentes técnicas de estudo”, 87% dos alunos diz, agora, concordar (67% parcialmente e 20% totalmente), contra os 91% registados no Questionário Inicial (42% parcialmente e 49% totalmente). O decréscimo de 4% da concordância no Questionário Final deve-se, provavelmente, ao facto de, agora, se registar um aumento dos alunos que não responderam (de 0% passou para 3%). De qualquer maneira, é de realçar o acréscimo de acordo total.

Relativamente à afirmação 8, “Nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ treina-se a capacidade de atenção/concentração e memorização”, observa-se, agora, um aumento de 7% em favor da concordância (de 60% para 67%). De destacar o facto de a percentagem de alunos que referiu discordar totalmente diminuiu de 6% para 0%. A mudança não parece então muito favorável em relação a esta afirmação.

No que diz respeito ao parâmetro 9, “Nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ aprende-se a resolver problemas relacionados com diversas situações”, pode-se constatar que 81% dos alunos concorda com a afirmação, mas, agora, 71% parcialmente (contra 43% registados previamente) e só 10% na totalidade (contra 26% registados anteriormente). Em relação ao desacordo a variação foi, globalmente, de 15%, registando-se, agora, 13% de desacordo parcial (contra 28% registados no Questionário Inicial) mantendo-se 3% de desacordo total.

Em relação ao parâmetro 10, “Nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ desenvolvem-se competências de leitura e de escrita”, podemos observar que, agora, 73% dos alunos concorda com a afirmação, verificando-se um acréscimo de 10% relativamente ao Questionário Inicial. Em relação ao desacordo a variação foi de 13%, registando-se, agora, 24% de desacordo parcial (contra 31% registados no Questionário Inicial) e 0% de desacordo total (contra 6% registados no Questionário Inicial). Salienta-se, ainda, o facto de que 3% dos alunos não respondeu, agora, a esta questão. Não parece, assim, verificar-se uma alteração muito positiva em relação a esta representação.

No que concerne à afirmação 11, “Nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ desenvolvem-se competências de comunicação”, verifica-se um aumento da percentagem na opção “Concordo Parcialmente” (de 51% para 70%) em detrimento das opções ‘Concordo Totalmente’ (de 17% para 7%) “Discordo Parcialmente” (de 26% para 20%) e “Discordo Totalmente” (de 3% para 0%).

No que diz respeito à afirmação 12, “Nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ consultam-se diversas fontes de informação para realizar os trabalhos. Qual(ais)?”, pode-se observar que agora só 73% (contra 94% em relação ao Questionário Inicial) dos alunos diz concordar, 53% parcialmente e 20% totalmente. Dos restantes, 24% refere agora discordar parcialmente e 0% totalmente. Parece, assim, verificar-se um acentuado retrocesso em relação a esta representação. Esta afirmação também era composta por uma questão de resposta aberta. Pela análise do quadro seguinte (tabela 7.57) podemos verificar quais as fontes que os alunos consideram mais relevantes para o Estudo Acompanhado (Questionário Inicial) e as que consideraram mais importantes no final da experiência. Os resultados obtidos no Questionário Final correspondem ao que de facto se verificou nas aulas onde decorreu a experiência, nomeadamente nas aulas de planificação.

Em relação à questão "Qual(ais)?", no Questionário Inicial os alunos referem uma variedade muito maior e no Questionário Final só se valorizam os livros e a Internet.

Tab.7.57 – Fontes de informação referidas pelos alunos em Estudo Acompanhado.

Fontes de informação referidas pelos alunos	Nº de respostas	
	Questionário Inicial	Questionário Final
Fichas	3	0
Livros	10	5
Internet	12	4
Televisão	1	0
CD rom's	3	0
"Biblioteca"	5	2
Não indicaram	19	19

Relativamente ao parâmetro 13, "Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' desenvolvem-se capacidades de aprender a aprender", verifica-se que, no Questionário Final, 90% dos alunos refere concordar com a afirmação (77% parcialmente e 13% totalmente) e apenas 7% diz discordar parcialmente. Comparativamente ao Questionário Inicial, podemos verificar que se registou um ligeiro acréscimo da concordância – de 88% para 90% mas favorável ao acordo parcial. Destaca-se o facto de, agora, não se registarem respostas na discordância total. Não se nota, assim, uma evolução muito positiva relativamente a esta representação.

Relativamente ao parâmetro 14, "Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' desenvolvem-se capacidades de auto–conhecimento e auto–avaliação", pode-se constatar que 81% dos alunos refere concordar com a afirmação, mas, agora, 71% parcialmente (contra os 51% registados previamente) e só 10% na totalidade (contra 20%). A discordância regista, agora, 16% das respostas, o que corresponde a uma diminuição de 13% em relação ao Questionário Inicial. Não se verifica mais uma vez, relativamente a esta representação, uma evolução muito positiva.

No que concerne ao parâmetro 15 da tabela, "Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' aprende-se a ser mais autónomo", a maioria das respostas dos alunos continua a concentrar-se no acordo (84%, contra os 68% registados no Questionário Inicial), 60% parcialmente e 24% totalmente, em detrimento de todas as outras opções – desacordo parcial com 13% e desacordo total com 0%. Regista-se assim, uma evolução muito positiva relativamente a esta representação.

Em relação à afirmação 16, “As aulas de ‘Estudo Acompanhado’ são uma perda de tempo”, pode-se observar, lamentavelmente, uma diminuição da percentagem relativamente ao desacordo – de 65% para 57%. Verifica-se também uma ligeira mudança de atitude em favor da concordância – de 35% para 36% – assim como um aumento da percentagem de alunos que não respondeu a esta questão (de 0% para 7%). Regista-se, assim, uma mudança desfavorável em relação a esta afirmação.

Em relação à questão número quatro da quinta parte do Questionário Inicial ”Tenta descrever o que fizeste nas aulas de Estudo Acompanhado, nos anos anteriores”, os alunos fazem referência a várias actividades, nomeadamente:

- Resolução de fichas de trabalho de todas as disciplinas – 19 alunos;
- Aprender os vários métodos de estudo – 12 alunos;
- Preparação para os testes de avaliação – 11 alunos;
- Realização de trabalhos de pesquisa para diversas disciplinas – 7 alunos;
- Realização dos trabalhos de casa/Organização do caderno diário – 3 alunos;
- Utilização do dicionário – 1 aluno;
- Não responderam – 4 alunos.

Um dos alunos descreveu o que efectuou durante o 5º e 6º ano em ‘Estudo Acompanhado’:

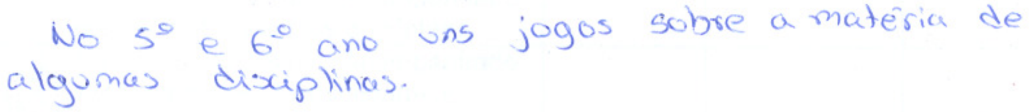

No 5º e 6º ano uns jogos sobre a matéria de algumas disciplinas.

Fig.7.67 – Descrição de um aluno das suas sessões de Estudo Acompanhado no 5º e 6º ano.

Curiosamente um outro aluno referiu:

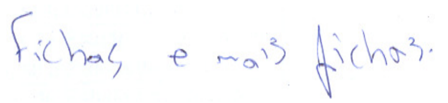
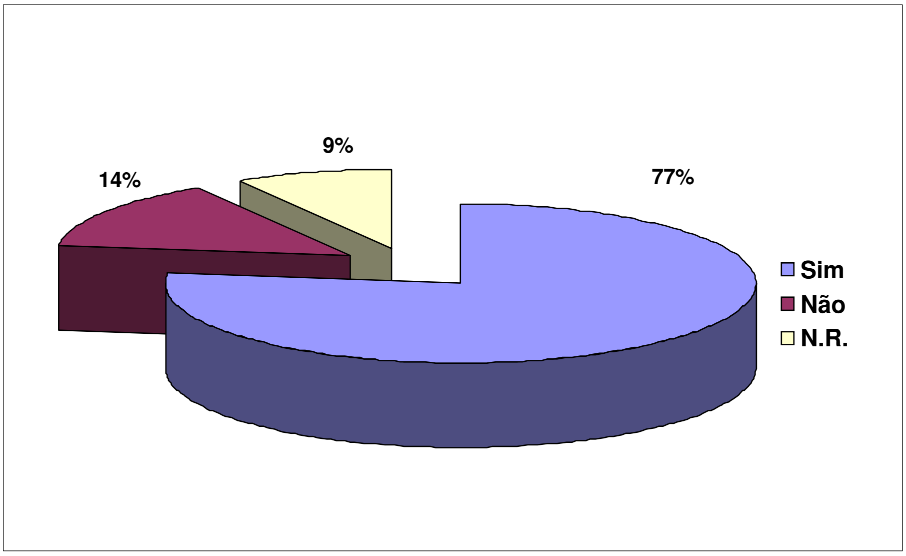

Fichas e mais fichas.

Fig.7.68 – Afirmação de um aluno sobre como eram as suas sessões de Estudo Acompanhado em outros anos.

Observemos as respostas dadas pelos alunos, no Questionário Inicial, à questão relacionada com o gosto pelas sessões de ‘Estudo Acompanhado’ (gráfico 7.14).

De acordo com este gráfico, verifica-se que a grande maioria dos alunos respondeu afirmativamente à questão colocada (77%), 14% refere não gostar e 9% não responderam.

Gráf. 7.14 – Opinião inicial dos alunos sobre o gosto pelo Estudo Acompanhado.



Em relação à questão "O que mudarias nas aulas de 'Estudo Acompanhado'?" 22 dos alunos responderam, inicialmente, a esta questão referindo que não alteravam nada. No entanto 2 alunos referiram que alterariam "Tudo" e 5 alunos não responderam à questão. Por outro lado, quatro alunos referiram "não fazermos tantas fichas".

Um dos alunos descreveu o seguinte:

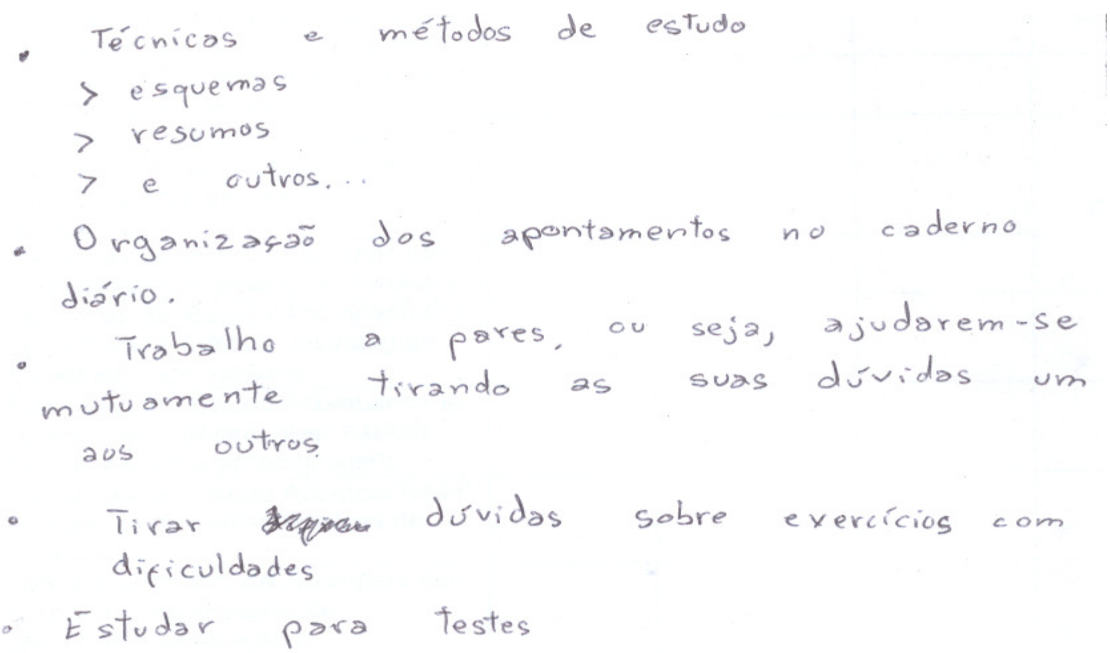

- Técnicas e métodos de estudo
  > esquemas
  > resumos
  > e outros...
- Organização dos apontamentos no caderno diário.
- Trabalho a pares, ou seja, ajudarem-se mutuamente tirando as suas dúvidas um aos outros
- Tirar ~~[illegible]~~ dúvidas sobre exercícios com dificuldades
- Estudar para testes

Fig.7.69 – Resposta de um aluno à questão: "O que mudarias nas aulas de 'Estudo 'Acompanhado'?".

Curiosamente um aluno referiu,

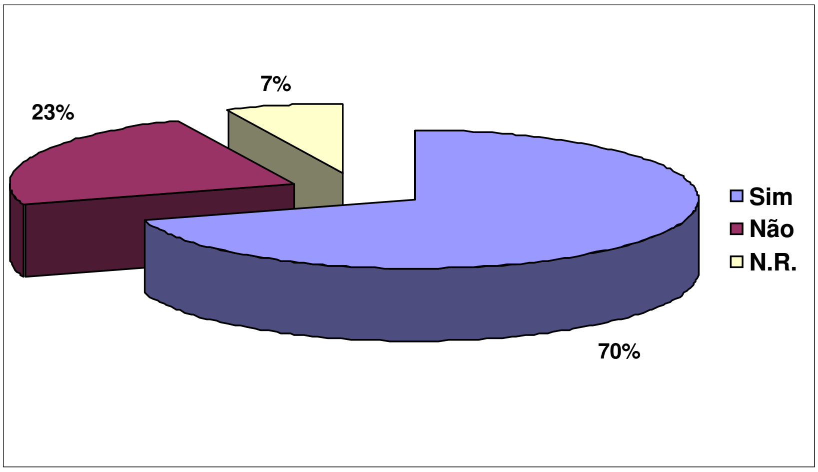
Sinceramente acho que deveria haver um professor da própria disciplina para ajudar nas fichas, para esclarecer dúvidas.

Fig.7.70 – Resposta curiosa de um aluno sobre o que mudaria nas aulas de 'Estudo Acompanhado'.

Um aluno referiu que gostaria de ver alteradas algumas coisas como, por exemplo: *"que as aulas deviam ser mais lúdicas e dinâmicas e com uma maior utilização de jogos e outros passatempos e recorrer à net como fonte de informação".*

Relativamente à questão relacionada com o gosto pelas sessões de 'Estudo Acompanhado' que tiveram no âmbito da experiência verifica-se, gráfico 7.15, que 70% referiu gostar; 23% não gostou e 7% não respondeu.

Gráf.7.15 – Gosto pelas sessões de Estudo Acompanhado no âmbito da experiência.



Comparando os resultados obtidos entre os dois questionários (Final e Inicial), verifica-se assim, que aumentou o número de alunos que referiu não gostar destas aulas. A maioria dos alunos limita a afirmar que nada mudavam (21).

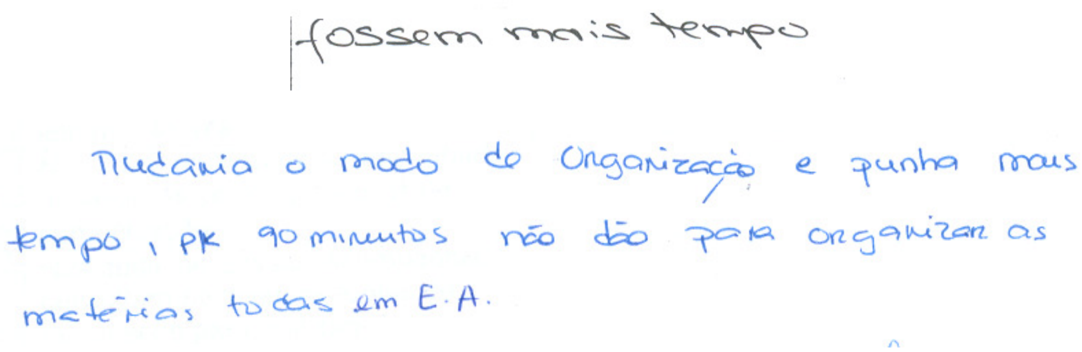
Destacam-se as seguintes respostas dadas por três alunos:

Nada, porque esta aula é interessante no nosso desenvolvimento escolar

Fig.7.71 – Resposta de um aluno à questão relacionada com o gosto pelas sessões de 'Estudo Acompanhado'.

“Acho que não mudava nada”, “Não mudava nada, eu gosto do tipo de aulas”.

Os alunos que referiram que não gostaram não apresentaram sugestões de alteração, à excepção de dois alunos que referem:


fossem mais tempo

Mudaria o modo do Organização e punha mais tempo, pk 90 minutos não dão para organizar as matérias todas em E.A.

Fig.7.72 – Sugestão de dois alunos para as alterações a efectuar nas sessões de Estudo Acompanhado.

Em síntese, pode-se considerar que, curiosamente, não parece ter havido uma evolução positiva no que diz respeito às aulas de Estudo Acompanhado tendo aumentado o número de alunos que respondeu não gostar deste tipo de aulas. Certamente que este aspecto merece uma atenção especial em futuras investigações.

Em relação ao relatório efectuado pelos alunos no final da experiência, segundo determinados itens, os alunos referiram o seguinte:

- **Na fase da Planificação:**

- A distribuição do tema foi feita por todos os elementos do grupo e cada um ficou com uma parte para preparar. Exceptuam-se de dois grupos tendo um dividindo a matéria aos pares e outro onde todos trabalharam em todas as partes;

- Quanto às fontes consultadas, a maioria referiu o livro adoptado ou outros livros. No entanto alguns alunos referiram ainda a Internet;

- Relativamente ao tipo de apoio, referiram maioritariamente os professores, os elementos do grupo e de outros grupos;

- Em relação às dificuldades sentidas, os alunos referiram que estas se verificaram principalmente durante a pesquisa e recolha da informação necessária para efectuarem a planificação da aula. Também referiram que sentiram algumas dificuldades na selecção dos exercícios que iriam propor aos colegas durante a aula;

- Relativamente ao que sentiram durante a planificação, referiram principalmente receio, medo e ansiedade mas também referiram confiança;

- Quanto ao gosto por esta fase, a grande maioria referiu que gostaram;

- Em relação à aquisição de novos conhecimentos, a maioria referiu que, com esta forma de aprender, conseguiam adquirir novos conhecimentos.

- **Na fase da Implementação:**

- A maioria referiu que gostou desta fase;

- Quanto às dificuldades sentidas, a maioria dos alunos referiu que sentiram mais dificuldades enquanto estavam a apresentar e explicar a matéria. Uma minoria de alunos também referiu que não sentiram dificuldades em estar *"em frente da turma"*;

- Em relação ao gosto e aprendizagem, as opiniões dos alunos são bastantes divergentes, pois alguns referem que gostaram (9 alunos), outros que não gostaram (8 alunos), outros que não aprenderam muito e outros ainda que preferem a explicação do professor;

- Em termos da aprendizagem do 'aluno-professor' maioritariamente os alunos referem que aprenderam, pois tiveram de pesquisar e seleccionar a matéria que tinham de leccionar;

- A maioria também refere nos relatórios que, durante a fase de implementação, se concentravam e colaboravam mais;

- Em relação aos aspectos positivos e negativos, os alunos referem que os aspectos positivos foram, aprender de uma forma diferente pois deste modo quebravam a rotina e desenvolviam a pesquisa e a sua autonomia. Em relação aos aspectos negativos referiram, principalmente, as dificuldades sentidas pelos 'alunos' em perceberem a matéria e eles, alunos-professores', em a perceberem e explicar devidamente.

8. Principais conclusões, limitações, implicações e recomendações

O estudo desenvolvido perseguia como principais finalidades aprofundar o estudo sobre que tipo de actuação didáctica os 'alunos-professores' privilegiam na abordagem de tópicos de matemática, planificados em sessões de 'Estudo Acompanhado' e avaliar qual o impacto de tal actuação na construção de uma nova visão, mais positiva e correcta, da área de 'Estudo Acompanhado', da matemática e do seu processo de ensino e de aprendizagem e no desenvolvimento de apetências e competências matemáticas, transversais e específicas para os próprios ('alunos-professores') e para os colegas (alunos).

Decorrentes de tais finalidades tornou-se pertinente procurar, então, responder a um leque muito variado de questões, nomeadamente:

- Como dizem os alunos que planificariam aulas em que pudessem assumir o papel de professores e como o fazem realmente?
- Como dizem os alunos que leccionariam aulas em que pudessem assumir o papel de professores e como o fazem realmente?
- Que representações da matemática e do seu processo de ensino e de aprendizagem manifestam antes e depois de se assumirem como professores?
- Que representações do 'Estudo Acompanhado' manifestam antes e depois da vivência em tal experiência?
- Que apetências e competências matemáticas, transversais e específicas, lhes permitiu desenvolver a experiência?

A investigação decorreu numa escola Básica e Secundária da região litoral centro do País e os sujeitos participantes (35) frequentavam o 9ºano de escolaridade.

O estudo propriamente dito, que sucedeu a um estudo prévio, iniciou-se com a aplicação de um questionário no início da experiência na área curricular não disciplinar – Estudo Acompanhado, que designámos por Questionário Inicial.

Seguiu-se, então, a realização de um Teste de Avaliação (pré-teste), com o objectivo de aferir os conhecimentos que os alunos possuíam acerca da unidade didáctica "Números Reais. Inequações". Os conteúdos programáticos a abordar nesta unidade didáctica, "Números Reais. Inequações", foram previamente "negociados" entre a investigadora e a professora titular, assim como, a constituição dos grupos de trabalho.

Este Teste de Avaliação antecedeu as aulas de planificação, pelos alunos, que decorreram durante 3 blocos de 90 minutos. Estes 3 blocos de 90 minutos foram distribuídos da seguinte forma: 2 blocos na sala de aula de Matemática e 1 bloco na área curricular não disciplinar – Estudo Acompanhado. Após as aulas de planificação, os alunos assumiram o papel de professores e abordaram, em 4 blocos de 90 minutos[1], os conteúdos programáticos que tinham planificado. Foi deixado ao critério dos 'alunos-professores' a adopção das metodologias que considerassem mais adequadas para ensinar e avaliar os 'alunos'. De seguida, foi pedido aos 'alunos-professores' que reflectissem sobre todo o processo, nomeadamente, sobre as aulas de planificação e sobre a sua "prática pedagógica" através de um relatório. No final das sessões, numa aula da área curricular não disciplinar – Estudo Acompanhado – os alunos preencheram um questionário, que designámos por Questionário Final. Paralelamente, na aula de Matemática, realizaram o mesmo Teste de avaliação (pós-teste).

Por fim, a professora leccionou alguns conteúdos programáticos da unidade didáctica que os 'alunos-professores' abordaram, de forma a colmatar algumas lacunas que tivessem ficado após a experiência para que o conhecimento matemático que os alunos deveriam construir não fosse prejudicado. Finalmente, realizou um Teste de Avaliação, designado por Teste Final de Avaliação, com a mesma estrutura que o Teste de Avaliação (pré e pós-teste). Tal foi da exclusiva responsabilidade da professora titular, estando a investigadora em total concordância com essa opção, pois revelou-se mais um instrumento de recolha de dados para o estudo.

A análise dos instrumentos de investigação utilizados permitiu retirar conclusões muito pertinentes, a seguir sintetizadas, bem como projectar algumas implicações, principalmente para a formação de professores, nomeadamente, na discussão de estratégias que poderão contribuir para um maior e mais responsável envolvimento dos alunos no processo de ensino e de aprendizagem da matemática. Também permitiu avançar com sugestões para possíveis estudos.

8.1. Principais conclusões do estudo

Neste ponto vai-se tentar sintetizar as principais conclusões que foi possível retirar do estudo, organizadas de acordo com as questões de investigação.

[1] Correspondia um bloco de 90 minutos para cada grupo de 'alunos-professores'.

"***Como dizem os alunos que planificariam aulas em que pudessem assumir o papel de professores e como o fazem realmente?"***

Em relação à planificação e com base no Questionário Inicial, a maior parte dos alunos:

- Objectivos – centravam-nos na figura e actuação do professor em detrimento da explicitação das competências a desenvolver nos alunos "*Tentava explicar a matéria de maneira a que todos percebessem e perguntava constantemente se tinham dúvidas. E fazer com que todas as matérias ficassem percebidas por todos.*";
- Conteúdos – não respondem a esta questão, tendo os restantes confundido conteúdos com estratégias;
- Estratégias – referem "*Simples e variadas de modo a que todos os alunos compreendam*"; "*Usando imagens, fichas de trabalho o computador e acetatos.*"
- Tarefas – discriminam "*Exercícios*"; "*Exercícios do livro e fichas não muito extensas, mas com exercícios essências*"; "*Jogos divertidos, fichas de trabalho, exercícios*".
- Material de apoio – destacam "*Livro ou fichas informativas ou então esquemas no quadro*"; "*Livros de matemática, enciclopédias, Internet*".
- Formas de trabalho – referem trabalho em grupo.
- Avaliação – consideram que não deve ser só feita pelos testes, mas deve englobar "*a participação, a comunicação, o comportamento, a maneira de se exprimir oralmente*"; "*A avaliação feita pelos exercícios dados*".

No entanto, a planificação que realmente efectuaram reduz-se, na maior parte dos casos a uma selecção/indicação dos conteúdos a abordar integrando os acetatos a usar.

"***Como dizem os alunos que leccionariam aulas em que pudessem assumir o papel de professores e como o fazem realmente?"***

Relativamente ao tipo de actuação didáctica que os 'alunos-professores' privilegiaram na abordagem de tópicos matemáticos, planificados em aulas de Matemática e sessões de 'Estudo Acompanhado', este estudo parece permitir concluir que os alunos, na generalidade, ao assumirem o papel de professores e apesar de expressarem, no Questionário Inicial, que a Matemática podia ser dada de uma forma mais criativa, tiveram a tendência de reproduzir, nas aulas que leccionaram, o modelo de aula de matemática a que estavam habituados ao longo do seu percurso escolar – "*O professor expõe a matéria e propõe a resolução de exercícios de consolidação*", habitualmente desenvolvidos a pares. Também se poderá concluir que, embora a maioria dos alunos fossem da opinião de que se deveriam utilizar vários materiais durante as aulas, na prática apenas utilizaram o livro, o caderno, calculadora e acetatos durante as aulas que leccionaram.

Parece ainda poder concluir-se que, para a maioria dos alunos, nas discussões das actividades, o professor deve convidar um aluno, ou os alunos com mais dificuldades, a irem ao quadro apresentar a sua resolução.

Em relação à avaliação poder-se-á também concluir também que os alunos, na generalidade, valorizaram os trabalhos de casa, tendo apenas um grupo usado uma Ficha de Avaliação.

Globalmente, parece poder concluir-se, a partir da sua actuação didáctica, mais do que pelas representações manifestadas, que o professor continua a desempenhar o papel de transmissor de informação sendo os alunos meros receptores desses dados, possuindo papéis pouco activos em todo o seu processo, só sendo mais activos durante a realização e correcção de exercícios propostos pelo professor.

"Que representações da matemática e do seu processo de ensino e de aprendizagem manifestam antes e depois de se assumirem como professores?"

Relativamente às representações acerca da matemática, parece poder concluir-se que, geralmente, os alunos, no final da experiência apresentaram uma atitude mais positiva comparativamente ao que acontecia no início. A maioria parece considerar, agora, que a matemática é um conjunto de regras e de factos que têm relação entre si e que o conhecimento matemático sofre alterações. Provavelmente também passaram a considerar, mais fortemente, que em matemática não está tudo criado e que as relações que se estabelecem entre a matemática e as outras áreas promovem o seu desenvolvimento mútuo. Concluiu-se também que os alunos passaram a considerar mais frequentemente que saber matemática é fundamental na vida das pessoas.

Julga-se ainda que os alunos, na sua maioria, alteraram a sua opinião, de uma forma positiva, em relação ao facto de nem todas as pessoas terem as mesmas capacidades para a matemática e de que "*as pessoas que sabem matemática são mais inteligentes*". No entanto, a maioria continua a achar que a matemática não tem nenhuma relação com o dia-a-dia.

Relativamente às representações acerca do ensino da matemática, parece poder concluir-se que os alunos, globalmente, não evoluíram muito positivamente, pois continuam a considerar que, para ensinar matemática, basta saber matemática e que esta não pode ser leccionada de uma forma mais interessante. Geralmente, também parecem considerar que para ensinar matemática não se pode ser muito criativo. Provavelmente, este retrocesso pode ficar a dever-se ao facto de terem ficado com a opinião de que conseguiam ensinar os seus colegas apenas estudando um pouco os conteúdos, e que estes conseguiam também aprender a partir da resolução repetitiva de vários exercícios de consolidação da matéria. No final, a maioria dos alunos parecem considerar que aprender matemática consiste em assimilar uma diversidade de fórmulas e um conjunto de estratégias de actuação, as quais irão utilizar nas mais diversas situações. Contudo, parece que se pode concluir que, globalmente, tiveram uma evolução positiva no que concerne ao facto de pensarem que a matemática não desenvolve apenas o raciocínio, mas também outras competências fundamentais e que, no ensino desta disciplina, é importante a comunicação de ideias.

No respeitante às representações acerca da aprendizagem da matemática, provavelmente pode concluir-se que, genericamente, os alunos tiveram uma evolução positiva, pois parece que passaram a considerar que o gosto pela matemática se pode desenvolver. Parece ainda que consideram que o mais importante na Matemática não é só conhecer as 'fórmulas' e saber aplicá-las. A maioria dos alunos referem também, no final da experiência, que o conhecimento matemático se pode construir a partir de aprendizagens efectuadas noutras áreas disciplinares (disciplinas), espaços além da escola e nas áreas curriculares não disciplinares e ainda que o trabalho em grupo se presta como forma de trabalho em Matemática. Contrariamente, outros, no final, referem também que em Matemática se deve trabalhar sempre de forma individual, verificando-se deste modo que, acerca da forma de trabalho, têm uma opinião divergente.

Quanto ao seu papel na aprendizagem, globalmente, parece que continuam a considerar que não podem ter um papel muito activo na sua aprendizagem, mas se tivessem a oportunidade de leccionar uma aula, referem que o faziam duma forma muito diferente da dos professores e que os seus colegas iriam gostar mais da disciplina e obter melhores resultados. Consequentemente, os alunos, na sua maioria, parecem considerar que os maus resultados obtidos a Matemática não se devem apenas a eles, pois deveriam ser utilizados mais materiais didácticos para, deste modo, aprenderem melhor a matéria. Além disso, de acordo com a opinião da maioria dos alunos, o professor deveria utilizar outro tipo de avaliação. No entanto, globalmente, consideram que os 'testes' são os únicos instrumentos que permitem avaliar tudo o que um aluno sabe de Matemática e, portanto, deverão ser utilizados pelos professores.

“***Que representações do ‘Estudo Acompanhado’ manifestam antes e depois da vivência em tal experiência?”***

Relativamente ao ‘Estudo Acompanhado’, pode considerar-se que, curiosamente, não parece ter havido, para a maioria dos alunos, uma evolução positiva no que diz respeito a representações acerca das sessões desta área, nomeadamente no que respeita aos parâmetros relativos à organização de trabalho, desenvolvimento de hábitos favoráveis à aprendizagem, treino da capacidade de atenção/concentração e memorização assim como às diversas fontes de informação consultadas para a realização de trabalhos. Nestas, os alunos apenas deram mais valor aos livros e à Internet, o que na prática se observou durante as aulas de planificação. Também parece notar-se uma evolução pouco positiva nas representações manifestadas pela maioria dos alunos relativamente ao desenvolvimento de capacidades de aprender a aprender, de auto–conhecimento e auto–avaliação. Curiosamente, alguns alunos, no final, consideram que as aulas de ‘Estudo Acompanhado’ são uma perda de tempo, mas que aprendem a ser mais autónomos.

Por outro lado aumentou o número de alunos que respondeu não gostar deste tipo de aulas e uma percentagem relativamente pequena pronunciou-se sobre o que alteraria: *“mudaria o modo de organização e punha mais tempo, porque 90 minutos não dão para organizarem as matérias em ‘Estudo Acompanhado’”.* No entanto, alguns que afirmaram gostar deste tipo de aulas referem que “*esta aula é interessante no nosso desenvolvimento escolar*”.

“***Que apetências e competências matemáticas, transversais e específicas, lhes permitiu desenvolver a experiência?”***

Em relação às apetências verificou-se uma evolução positiva relativamente ao gosto pela Matemática, pois, a maioria dos alunos, afirmou gostar de Matemática após a experiência. De referir, ainda, que um dos motivos que continua a pesar bastante para esta opinião é a importância desta disciplina na vida diária. Pelo contrário, um dos motivos que pesa menos para os alunos é o modo como o professor ensina.

Relativamente às competências transversais os alunos tiveram a oportunidade de desenvolver a capacidade e o gosto pela pesquisa, pela procura de informação em vários suportes e contextos e tratamento e apresentação da mesma. Estes aspectos foram valorizados pela maioria dos alunos no relatório que efectuaram no final da experiência: *“gostei muito e aprendi mais a dar a aula porque tive de procurar e perceber a matéria sozinha para depois ensinar”*; *“tornou-me mais autónomo, pois tive de procurar a matéria nos livros, na internet, para explicar aos meus colegas”*.

Principalmente com base nos testes realizados e/ou no relatório final parece legítimo concluir-se que os ‘alunos-professores’ e os restantes alunos ainda desenvolveram:

- a competência de raciocinar matematicamente;
- a competência para discutir com outros e comunicar ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação;
- a competência para desenvolver processos de resolução de tarefas várias, assim como para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas;
- o sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos.

Mais especificamente, os alunos parecem ter ficados mais capazes de:

- identificar os principais conjuntos numéricos;
- relacionar números reais com as dízimas que os representam;
- marcar números na recta real;
- comparar números reais;
- indicar números reais compreendidos entre dois quaisquer números reais;
- representar na recta real um intervalo;
- fazer a leitura de um intervalo representado na recta real;
- interpretar e representar gráfica e simbolicamente a reunião e intersecção de intervalos;
- resolver uma inequação do 1º grau com uma incógnita;
- resolver problemas utilizando os símbolos: $>, <, \leq$ e $\geq$.

8.2. Limitações, recomendações e implicações do estudo

A investigação desenvolvida tinha por objectivo elaborar um conhecimento mais aprofundado acerca da cultura matemática dos alunos, quer ao nível das representações quer ao nível das práticas e eventuais inter-relações que se estabeleceram decorrentes da sua actuação didáctica como “professores”. Pretendia-se também avaliar qual o impacto de tal actuação na construção de uma nova visão, mais positiva e correcta, da área curricular não disciplinar ‘Estudo Acompanhado’, da matemática e do seu processo de ensino e aprendizagem e no desenvolvimento de apetências e competências matemáticas, transversais e específicas.

Ora, o estudo desenvolveu-se, por limitações temporais, durante um pequeno período de um ano lectivo e foram abordados apenas conteúdos de uma unidade didáctica. Como a “evolução das representações dos alunos tende a realizar-se em períodos prolongados” (Kulm citado em

Matos, 1991:586), e não obstante a evolução que, em alguns parâmetros, se verificou, seria interessante e importante analisar-se a evolução das representações dos alunos em estudos com o mesmo carácter, mas com mais tempo de duração, abarcando vários anos de escolaridade e temas matemáticos.

Além disso, teria sido interessante e importante recolherem-se e tratarem-se mais dados, de uma forma mais profunda. Por exemplo, seria pertinente fazer uma análise qualitativa das respostas aos testes e entrevistas durante a experiência.

Investigações futuras deveriam atender a estes aspectos.

Não parece haver uma grande sintonia entre algumas representações ou opiniões, quer iniciais quer finais, que evoluíram, acerca da matemática e do seu processo de ensino e aprendizagem e as práticas dos 'alunos-professores', as quais se revelaram menos evoluídas e interessantes que as representações. Tais práticas parecem atestar do peso marcante da experiência vivida enquanto alunos num sistema que ainda deixa muito a desejar em relação ao que se preconiza para a Matemática e que, portanto, urge mudar, principalmente a partir da formação inicial de professores. Em relação às representações que os alunos manifestaram, parece que algo, a explorar aprofundadamente, está a contribuir para as mudar favoravelmente. Ainda se revela muito interessante constatar que a parte experimental do estudo, principalmente no que respeita ao terem assumido o papel de professor, parece ter contribuído para alterar algumas representações acerca da matemática e do seu ensino e aprendizagem, aspecto que merece uma atenção redobrada em investigações futuras a realizar para se avaliar da consistência ou não de tais alterações.

Relativamente ao Estudo Acompanhado, é de referir as representações pouco correctas e pouco favoráveis que manifestaram na fase inicial do estudo. Tal aspecto, por si só, é preocupante, porque denota que tal área não está a ser devidamente implementada. Assim, é urgente formar devidamente os professores para que possam ter um desempenho mais eficiente e eficaz o âmbito desta área.

A pouca evolução sentida em relação às representações dos alunos provavelmente teve a ver com a pouca exploração desta área no âmbito desta investigação, que se restringiu a uma sessão. Uma maior rentabilização da mesma poderia ter contribuído para que os alunos construíssem uma opinião mais favorável e correcta acerca da mesma. Assim, é urgente que também se façam mais investigações que admitam esta área como objecto de estudo para se confirmar ou não da hipótese equacionada.

Também o facto da investigadora não ter sido a professora pode ter conduzido a resultados diferentes dos que se obtinham nessa situação, aspecto que merecia ser investigado.

Finalmente, e pelos resultados obtidos, parece ser de incentivar aulas em que os alunos assumam o papel de professor, implementando-se, desde já, a filosofia subjacente ao Processo de Bolonha que valoriza a autonomia do aluno no processo educativo.

Bibliografia

Bibliografia

Abrantes, P. (1994). O trabalho de Projecto e a Relação dos Alunos com a Matemática. (Tese de doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Abrantes, P., Leal, L., Ponte, J. (1996) Investigar para Aprender Matemática. Lisboa: APM.

Abrantes, P., Serrazina, L., Oliveira, I. (1999). A Matemática na Educação Básica. Lisboa: Ministério da Educação.

Abrantes, P., (2002). Finalidades e natureza das áreas curriculares. Novas Áreas Curriculares, 2, pp.9-18. Ministério da Educação.

Abreu, G. de (1995). A teoria das representações sociais e a cognição matemática in *Quadrante*, vol. 4 (1), p. 25-41.

Afonso, P.J. (1995). O vídeo como recurso didáctico para a identificação e desenvolvimento de processos metacognitivos em futuros professores de matemática durante a resolução de problemas.(Tese de Mestrado, Universidade do Minho). Lisboa: APM.

Antão, J. S. (1993). Comunicação na sala de aula. Porto: Edições Asa.

Associação de Professores de Matemática (1994). Normas profissionais para o ensino da Matemática. Lisboa: APM.

Associação de Professores de Matemática (1998). Renovação do currículo de Matemática. Lisboa: APM.

Associação de Professores de Matemática (1998). Matemática 2001: Diagnóstico e recomendações para o ensino e aprendizagem da matemática. Lisboa: APM.

Associação de Professores de Matemática (1998). Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar. Lisboa: APM.

Bardin, L. (1991). Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 71.

Bishop, A.&. Goffree, F. (1986). Classroom organisation and dynamics. Em B. Christiansen,A.G.Howson & M. Otte (Eds), *Perspectives on Mathematics Education*; D. Reidel

Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto Editora.

Boralho, A. (1990). Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de Matemática. Proposta de um programa de intervenção. (Tese de Mestrado). Lisboa: APM.

Brocardo, J. (2001). As Investigações na aula de Matemática: Um projecto curricular no 8º Ano. (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa).Lisboa: APM.

Brodie, E. (1995) Por interaction and the development of mathematical know ledge. In L. meira e d. Carraher (Eds), Proceedings of the Nineteenth International conference por Psychology of Mathematics Education, vol III, (pp.216-223). Recife (Brasil). Universidade de Pernambuco.

Cabrita, I. (1997). Resolução de problemas envolvendo o conceito de proporcionalidade: desempenhos e perspectivas didácticas de futuros professores de matemática. In Domingos Fernandes, [et al.] (coord.), Resolução de Problemas na formação inicial de professores de matemática: múltiplos contextos e perspectivas, Aveiro, GIRP (Grupo de Investigação em Resolução de Problemas) p.71-98.

Cabrita, I. (1998). Resolução de problemas: aquisição do modelo de proporcionalidade directa apoiada num documento hipermédia. Aveiro: Universidade de Aveiro – Portugal. (Tese de Doutoramento).

Cabrita, I. (1999). As TIC e a construção duma nova cultura de escola num novo século. Actas do Congreso Internacional de Información — Info'99 — 4 a 8 de Outubro de 1999, Habana, Cuba (versão CD-ROM).

Cabrita, I. e Correia, E. (1999). *As TIC e a construção duma (nova) cultura matemática e tecnológica.* Actas do ProfMat 99. Lisboa, APM. p. 281-287.

Cabrita, I. (2000) (a). As (inter) acções na aula de Matemática e a gestão do tempo. In C. Monteiro [et al.] (coord.). Interacções na aula de Matemática. SPCE — Secção de Educação em Matemática. p.115-13 (ISBN: 972-96834-8-4).

Cabrita, I. (2000) (b). Mitos e realidades na investigação em educação matemática — considerações a propósito da 'Resolução de problemas: aquisição do modelo de proporcionalidade directa apoiada num documento hipermédia'. In J. F. Matos. e E. Fernandes (ed.). Investigação em Educação Matemática - perspectivas e problemas. Lisboa: APM. p.19-59. (ISBN: 972-9053-87-1).

Cabrita, I. (2000) (c). A construção de conhecimento matemático pela desconstrução de estratégias de resolução de problemas. Actas do ProfMat 2000 Lisboa: APM. p. 305-310. (ISBN: 972-9053-88-X).

Cabrita, I. e Correia, E. (2001). LEM@tic — Laboratório de Educação em Matemática. Actas do I Seminário Internacional de Educação, Universidade Estadual de Maringá— Brasil, 19-21 Setembro de 2001. (versão CD-ROM).

Cabrita, I. (2002). O Lem@tic e a construção duma (nova) cultura matemática. *Actas do ProfMat 2002*. Outubro de 2002, Viseu (versão CD-ROM).

Canavarro, A. (1993). Concepções e práticas de professores de Matemática: três estudos de caso. APM. (Mestrado em Educação)

César, M, (1994). O Papel da Interacção entre Pares na Resolução de Tarefas Matemáticas: trabalho em Díades vs Trabalho Individual em Contexto Escolar. Departamento de Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. (Tese de Doutoramento)

César, M.(2000). Interacções sociais e Matemáticas: ventos de mudança nas práticas de sala de aula. In C. Monteiro et al. (org.) Interacções na sala de aula de Matemática. Actas do VI encontro nacional, Viseu: SPCE, 47-48.

César, M. (2000a). Interacções na aula de Matemática: Um percurso de 20 anos de investigação e reflexão. In C. Monteiro e tal. (org), Interacções na aula de Matemática (pp.13-34). Viseu: SPCE

César, M.(2000b). Interacções sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos. In J.Ponte & L. Serrazina (org). Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália: Actas da Escola de Verão – 1999 (pp.5-46). Santarém: SPCE

Cockcroff, W. H. (1982). Mathematias counts (report of the Committee of inquiry into the Teaching of Mathematics in Scools). Her Majesty's Stationery Office. London.

Correia, E (2000). Tarefas Matemáticas. Aveiro: Universidade de Aveiro. Textos Pedagógicos - Profissionalização em serviço.

Cosme, A., Trindade, R. (2001). Área de Estudo Acompanhado. O essencial para ensinar a aprender. Edições Asa.

Costa, A. L. (1984). Mediating the metacognitive. Educational Leadership 42 (3), p.57-62.

Departamento do Ensino Básico (2001). Currículo Nacional de ensino básico: Competências essenciais. Lisboa: Ministério da Educação.

Dias, P., Gomes, M. e Correia, A. (1998). Hipermédia & Educação. Braga: Edições, Casa do Professor.

Farr, R., Moscovici, S., (eds) (1984), *Social Representations*, Cambridge: University Press.

Fernandes, E. (1998). A aprendizagem da Matemática escolar num contexto de trabalho cooperativo. Lisboa: Universidade de Lisboa – Portugal. (Tese de Mestrado).

Fernandes, D. (2005). Avaliação das aprendizagens: Desafios às teorias, práticas e políticas. Lisboa. Texto Editores.

Figueira, A. P. C. (1994). Em torno do Rendimento Escolar. Dissertação de Mestrado não publicada. Faculdade de Psicologia e de Ciências da Educação da Universidade de Coimbra.

Fino, C. (2001). Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP): três implicações pedagógicas. Revista Portuguesa de Educação, volume 14 nº12, pp.273-291.

Freitas, C., Candeias, M., Araújo, M. (2002). O Estudo Acompanhado. Gestão Flexível do Currículo. pp. 249-264. Ministério da Educação.

Freitas, e Freitas (2003). Aprendizagem Cooperativa. Edições Asa.

Freitas, Luísa Varela: guias práticas aprendizagem cooperativa. Edições Asa.

Guimarães, H. (1988). Ensinar Matemática: Concepções e práticas (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Hargreaves, A., Earl, Lorna., Ryan, J., (1996). *Educação para a Mudança.* Porto Editora.

Ibañez, T. (1988). Representaciones Sociales, Teoria y Método, in T. Ibañez, Ideología de la vida cotidiana. Barcelona: Sendai.

Leal, L. (1992). Avaliação da aprendizagem num contexto de inovação curricular. (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM

Leal, L. (1997). Portfólio ou dossier do aluno. Educação e Matemática, 42,pp.11-12.

Leite, (1999). Avaliação e Currículo (Doc. Policopiado. Encontro de ANPLI. Braga).

Leite, C., Fernandes, P. (2002). Avaliação das aprendizagens dos alunos. Edições Asa.

Lerman, Stephen (1994). *Cultural Perspectives on the Mathematics Classroom;* Klumer Academic Publishers.

Lobo, I. (2004). A WWW e o desenvolvimento de competências transversais e específicas. Um estudo no 1º Ciclo do Ensino Básico sobre Educação Ambiental: Universidade de Aveiro – Portugal. (Tese de mestrado).

Lopes, A. (2000). Manual de Investigação em Educação: Como conceber e realizar o processo de investigação em Educação. Fundação Calouste Gulbenkian.

Loureiro M. J. (2000). Discurso e compreensão na sala de aula. Porto: Edições ASA.

Mansfield, H., Paterman, N., Bednarz, N. (1996). Mathematics for Tomorrow's Young Children. Mathematics Education Library. Kluwer Academic Publishers.

Marconi, M., Lakatos (1992). Metodologia do Trabalho Científico. São Paulo. Editora Atlas.

Matos, J. F. (1991). Logo na educação matemática: um estudo sobre concepções e atitudes dos alunos. Tese de doutoramento. Lisboa: APM.

Matos, J. (1992). Atitudes e Concepções dos alunos: Definições e problemas de investigação. pp.123-171.

Matos, J., Carreira, S.(1994). Estudos de Caso em Educação Matemática – problemas actuais. Quadrante 3(1).

Matos, J., Serrazina, M. (1996). Didáctica da Matemática. Universidade Aberta.

NCTM (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar.* Lisboa: APM e IIE. (Original em inglês, publicado em 1989).

NCTM (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática.* Lisboa: APM e IIE. (Original em inglês, publicado em 1991).

Mendes, E. (1997). A actividade matemática escolar numa perspectiva investigativa e exploratória na sala de aula. (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Menezes, Isabel (1993). A Formação Pessoal e Social numa Perspectiva Desenvolvimental – Ecológica, in Inovação, 6, vol 3, pp. 309-336.

Menino, H. (2004). O relatório escrito, o teste em duas fases e o portefólio como instrumentos de avaliação das aprendizagens em Matemática. (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa).

Menino, H. & Santos, L. (2004). Instrumentos de avaliação das aprendizagens em matemática. O uso do relatório escrito, do teste em duas fases e do portefólio no 2º ciclo do ensino básico. Actas do XV Simpósio de Investigação em Educação Matemática) (pp.271-291). Lisboa: APM.

Monteiro, C., Tavares, F., Almiro, J., Ponte, J., Matos, J., Menezes, L. (2000). *Interacções na aula de Matemática*; Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, Secção de Educação Matemática.

Morais, Almeida e Dias. Interacção e aprendizagem de conceitos numéricos complexos.

Moscovici, S. (1972). Introduction à la Psychologie Sociale. Paris: Larousse.

Moscovici, S. (1976). La Psychanalyse, son image et son public. Paris: PUF.

Moscovici, S. (2000). Social Representations – Explorations in Social Psychology. Oxford: Polity Press.

Nunes C. (2004). A avaliação como regularização do processo de ensino-aprendizagem da matemática – um estudo com alunos do 3º ciclo do ensino básico. Universidade de Lisboa. (Tese de Mestrado)

Oliveira, O. (2000). O professor, os alunos e as interacções na aula de Matemática: dois estudos de caso com turmas do 7º e 8º ano. Lisboa: Universidade de Lisboa – Portugal. (Tese de Mestrado).

Pacheco, J. (1994). A Avaliação dos alunos na perspectiva da reforma. Lisboa. Porto Editora.

Pardal, L. e Correia, E. (1995). Métodos e técnicas de investigação social. Porto: Areal Editores.

Piscarreta, S. (2002). Malmequer, bem-me-quer, muito, pouco ou nada: Representações sociais da Matemática em alunos do 9º ano de escolaridade. Tese de Mestrado não publicada. Lisboa: Universidade Aberta.

Ponte, J., Boavida, A., Graça, M., Abrantes, P. (1997). Didáctica da Matemática. Lisboa: Ministério da Educação.

Ponte, J.P e Serrazina, (2000). Didáctica da Matemática do 1º ciclo, Lisboa: Universidade Aberta

Ribeiro, L. (1993). Avaliação da Aprendizagem. Lisboa. Texto Editora.

Ribeiro, C. (2002). Aprender a aprender: Algumas considerações sobre o ensino de estratégias de estudo. Revista Máthesis, 2002 nº 11, pp.273-286.

Ribeiro, C.(2002). Metacognição: Um Apoio ao Processo de Aprendizagem. Psicologia: Reflexão e Crítica, 16(1), pp. 109-116.

Ribeiro, C. Metacognição: Um apoio ao processo de aprendizagem dos alunos. Revista Psicologia: Reflexão e critica, 2003, vol nº 6, nº 1, pp. 109-116.

Rocha, H. (1997). "Alunos e Professores em Actividades de Investigação" Revista *Educação e Matemática* - Nº 43, 25-27.

Romão, M. M. (1998). *O Papel da Comunicação na Aprendizagem da Matemática* (Tese de mestrado, Universidade do Algarve). Lis Ramos, M. (2003). Matemática: A Bela ou o Monstro? Tese de Doutoramento não publicada. Lisboa: DEFCUL

Rosa, S. (1999). A Matemática e a sua aprendizagem: concepções de alunos do 1º ano do ensino Superior. Universidade Católica Portuguesa. (Tese de Mestrado).

Rosário, P. (2001). Área curricular de "Estudo Acompanhado". Contributos para a discussão de uma metodologia. Revista Portuguesa de Educação, volume 14, nº2, pp.63-93.

Santos, L. (2000). A prática lectiva como actividade de resolução de problemas: Um estudo com três professoras do ensino secundário. (Tese de Doutoramento, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Santos, L. (2002). Auto-Avaliação regulada. Porquê, O quê e como? In Abrantes, P.,e Araújo, F. (orgs), Avaliação das Aprendizagens. Das concepções às práticas (pp. 75-84).Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Básico.

Santos, L. (2002). A avaliação em documentos orientadores para o ensino da Matemática: Uma análise sucinta. Quadrante, vol. XII (1), 7-20.

Santos, L. (2003). Avaliar competências: uma tarefa impossível? Educação e Matemática, 73, 16-21.

Santos, L. (2003). A investigação em Portugal na área da avaliação pedagógica em Matemática. (Seminário de Investigação em Educação Matemática) (pp. 9-27). Lisboa: APM.

Santos, M.B. e Cabrita, I. A Formação do Profissional de Educação em Matemática. Actas do XII EIEM da SPCE. Évora, Maio 2003 (para publicação).

Santos, L. (2004). O ensino e a aprendizagem da matemática em Portugal: um olhar através da avaliação. Octavo simpósio de la sociedad española de investigación matemática (S:E:I.E:M.- Universidade da Corunã).

Silva, A.L. Sá, I – (1993). Saber estudar e estudar para Saber. Colecção Ciências da Educação. Porto: Porto.

Silva, B. (1998). *Educação e Comunicação*. Braga: Universidade do Minho.

Simão, A. (2002). Estudo Acompanhado. Uma oportunidade para aprender a aprender. Novas Áreas Curriculares, 2, pp.69-90. Ministério da Educação.

Sousa, H.(2005). O Ambiente de Aprendizagem e a Matemática. Educação e Matemática, 83, 35-40.

Thompson, A. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: a synthesis of the research, in D. A. Grouws (ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. New York: MacMillan.

Trindade, Rui (2002). Experiências Educativas e Situações de Aprendizagem, Novas práticas pedagógicas. Edições Asa.

Vala, J. (1993). Representações Sociais – Para uma Psicologia Social do Pensamento Social, in J.Vala, M. B. Monteiro (orgs), Psicologia Social. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Vala, J., Monteiro, M. (2004) Psicologia Social. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.

Valente, M, O.; Salema, H., Morais, M. Cruz, M.N. (1989). A Metacognição. Revista de Educação, p.1(3), pp.47-52.

Varandas, J. (2000). Avaliação de investigações matemáticas. Uma experiência. (Tese de Mestrado, Universidade de Lisboa). Lisboa: APM.

Vasconcelos, C. (2003). Como abordar… o Estudo Acompanhado. Areal Editores.

Vizinho, I. (2002). O Processo de Ensino e Aprendizagem dos Numerais Decimais no 1º Ciclo do Ensino Básico e a Construção duma (nova) Cultura Matemática: Universidade de Aveiro – Portugal. (Tese de mestrado).

Vygotsky, L. S. (1978). Pensamento e linguagem. (Edição Electrónica: file:///Cl/site/livros_gratis/pensamento_linguagem.htm (pp.1-112) (acedido em 22/1/2002)

Wood, et al. (1996). Criar um ambiente na aula para falar sobre matemática. Educação e Matemática, 40,39-43.

http://phoenix.sce.fct.unl.pt/jmmatos/EDUMAT/GESTFLEX/BGERAL.HTM

http://phoenix.Sce.pct.unl.Pt.jmmatos/edumat/gestflex/brat::Htm:

http://www.educationworld.com/a-curr/voice110.shtml

http://www.elcentroinc.com

http://WWW.f.c.unesp.br/abrapec/Revistas/V4n3a4.p

http://www.findarticleo.com/p/articles/mi-qa4009/is-200207/ai-n9125095

http://www.globalschoolnetorg/web/pbl/pedagog.html

http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol9/n1/v9_n1_a3.htm

http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/vol9/n1/v9_n1_a3.htm http://www.minerva.nevora.pt/rtic/eacompado/images/aea-qu1.gif

http://www.public.asu.edu/~crjense/philosophy.html

http:// www.qpz.org/depts/educ/stspic.html

http://www.schoolhistory.co.uk/fórum/índex.php?showtopic-1118

http://www.sciway.net./edu/k12/cit9596/bishop.html

http://www. sunynassan.edu/users/cohen/1/teachin/students%20teaching%20grammar.html

Anexos

Anexo I – Contexto Teórico

1.1. Competências Essenciais de Matemática 3ºCiclo

1.2. Despacho Normativo 1/2005 de 5 /01

1.3. Decreto – Lei nº 6/2001 de 18/01

1.4. Despacho nº 9590/99 de 29/04

1.1. Competências Essenciais de Matemática 3ºCiclo

Matemática

A matemática constitui um património cultural da humanidade e um modo de pensar. A sua apropriação é um direito de todos. Todas as crianças e jovens devem ter possibilidade de:

- Contactar, a um nível apropriado, com as ideias e os métodos fundamentais da matemática e apreciar o seu valor e a sua natureza;
- Desenvolver a capacidade de usar a matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar, assim como a auto-confiança necessária para fazê-lo.

Ser matematicamente competente envolve hoje, de forma integrada, um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativos à matemática. Esta competência matemática que todos devem desenvolver, no seu percurso ao longo da educação básica, inclui:

- A predisposição para raciocinar matematicamente, isto é, para explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, pensar de maneira lógica;
- O gosto e a confiança pessoal em realizar actividades intelectuais que envolvem raciocínio matemático e a concepção de que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação lógica, e não com alguma autoridade exterior;
- A aptidão para discutir com outros e comunicar descobertas e ideias matemáticas através do uso de uma linguagem, escrita e oral, não ambígua e adequada à situação;
- A compreensão das noções de conjectura, teorema e demonstração, assim como das consequências do uso de diferentes definições;
- A predisposição para procurar entender a estrutura de um problema e a aptidão para desenvolver processos de resolução, assim como para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas;
- A aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou os instrumentos tecnológicos;
- A tendência para procurar ver e apreciar a estrutura abstracta que está presente numa situação, seja ela relativa a problemas do dia-a-dia, à natureza ou à arte, envolva ela elementos numéricos, geométricos ou ambos;
- A tendência para usar a matemática, em combinação com outros saberes, na compreensão de situações da realidade, bem como o sentido crítico relativamente à utilização de procedimentos e resultados matemáticos.

A Matemática no currículo do ensino básico

A Matemática faz parte integrante do currículo nacional do ensino básico, tendo uma presença significativa em todos os ciclos, a qual deve ser entendida à luz dos valores e princípios atrás enunciados. Além disso, o desenvolvimento do currículo de Matemática deve ser visto como um contributo, a par e em articulação com outros, para a promoção das competências gerais do ensino básico.

As duas principais finalidades da Matemática no ensino básico – proporcionar aos alunos um contacto com as ideias e métodos fundamentais da matemática que lhes permita apreciar o seu valor e a sua natureza, e desenvolver a capacidade e confiança pessoal no uso da matemática para analisar e resolver situações problemáticas, para raciocinar e comunicar – destacam dois aspectos centrais relacionados entre si:

- A razão primordial para se proporcionar uma educação matemática prolongada a todas as crianças e jovens é de natureza cultural, associada ao facto de a matemática constituir uma significativa herança cultural da humanidade e um modo de pensar e de aceder ao conhecimento;
- A ênfase da Matemática escolar não está na aquisição de conhecimentos isolados e no domínio de regras e técnicas, mas sim na utilização da matemática para resolver problemas, para raciocinar e para comunicar, o que implica a confiança e a motivação pessoal para fazê-lo.

A matemática é usada na sociedade, de forma crescente, em ligação com as mais diversas áreas da actividade humana mas, ao mesmo tempo, a sua presença é frequentemente mais implícita do que explícita. A educação matemática tem o objectivo de ajudar a *desocultar* a matemática presente nas mais variadas situações, promovendo a formação de cidadãos participativos, críticos e confiantes nos modos como lidam com a matemática. Para isso, será preciso destacar a especificidade da matemática, nomeadamente como a ciência das *regularidades* e da *linguagem* dos números, das formas e das relações.

O modo como a competência matemática está caracterizada na secção anterior procura evidenciar que se trata de promover o desenvolvimento *integrado* de conhecimentos, capacidades e atitudes e não de *adicionar* capacidades de resolução de problemas, raciocínio e comunicação e atitudes favoráveis à actividade matemática a um currículo baseado em conhecimentos isolados e técnicas de cálculo. Ao mesmo tempo, destaca-se a compreensão de aspectos fundamentais da natureza e do papel da matemática e dá-se uma atenção explícita ao desenvolvimento das concepções dos alunos sobre esta ciência.

Por outro lado, e de acordo com o sentido geral do actual processo de renovação curricular no ensino básico, salienta-se o uso combinado de conhecimentos matemáticos com outros tipos de conhecimentos, ao lidar com situações diversas da realidade e a par com o desenvolvimento do sentido crítico e da autonomia dos alunos.

Assume-se, no presente documento, que só será possível concretizar os objectivos atrás apontados se os alunos tiverem diversas oportunidades de viver experiências de aprendizagem adequadas e significativas. Por esta razão, referem-se neste capítulo, a par das competências a desenvolver, experiências matemáticas que devem ser proporcionadas a todos os alunos.

É à luz destas considerações que devem ser entendidos os termos usados para caracterizar a competência matemática. A "predisposição" (para procurar regularidades ou para fazer e testar conjecturas), a "aptidão" (para comunicar ideias matemáticas ou para analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas) ou a "tendência" (para procurar ver a estrutura abstracta subjacente a uma situação) são componentes nucleares de uma *cultura matemática básica* que todos devem desenvolver, como resultado da sua experiência de aprendizagem escolar da Matemática, e não elementos que, supostamente, cresceriam de modo espontâneo ou que apenas seriam acessíveis a alguns.

A Matemática, como disciplina escolar, em si mesma e em estreita articulação com as restantes, contribui fortemente para o desenvolvimento das competências gerais definidas para o ensino básico.

A competência matemática, como foi caracterizada, promove a mobilização de saberes (culturais, científicos e tecnológicos) para compreender a realidade e para abordar situações e problemas. Ao mesmo tempo, proporciona instrumentos que favorecem o uso de linguagens adequadas para expressar ideias. Com efeito, a matemática distingue-se de todas as outras ciências, em especial no modo como encara a generalização e a demonstração e como combina o trabalho experimental com os raciocínios indutivo e dedutivo, oferecendo um contributo único como meio de pensar, de aceder ao conhecimento e de comunicar.

Partilhando muitos aspectos com outras disciplinas, a Matemática está também associada a métodos próprios de estudar, de pesquisar e de organizar a informação, assim como de resolver problemas e de tomar decisões, que enriquecem a formação geral dos alunos. A combinação adequada do trabalho em Matemática com o trabalho noutras áreas do currículo deverá traduzir-se num crescimento dos alunos tanto do ponto de vista da autonomia, responsabilidade e criatividade como na perspectiva da cooperação e solidariedade.

É importante sublinhar que, na escola básica e em qualquer dos ciclos, a Matemática não pode e não deve ser trabalhada de forma isolada, nem isso está na sua natureza. Pelos instrumentos que proporciona e pelos seus aspectos específicos relativos ao raciocínio, à organização, à comunicação e à resolução de problemas, a matemática constitui uma área de saber plena de potencialidades para a realização de projectos transdisciplinares e de actividades interdisciplinares dos mais diversos tipos.

Em suma, pode dizer-se que a Matemática para todos não deve identificar-se com o ensino de um certo número de conteúdos matemáticos específicos, mas sim com a promoção de uma educação em matemática, sobre a matemática e através da matemática, contribuindo para a formação geral do aluno.

As orientações relativas ao desenvolvimento da competência matemática ao longo dos três ciclos do ensino básico podem ser organizadas de diversos modos. Correndo o risco de não explicitar suficientemente a primazia a dar aos processos matemáticos em relação aos tópicos específicos vistos isoladamente, assim como às conexões que é forçoso estabelecer entre os vários domínios, optou-se, no entanto, por desenvolver os aspectos da competência matemática em quatro grandes domínios temáticos: Números e Cálculo; Geometria; Estatística e Probabilidades; Álgebra e Funções. Esta organização salienta que a competência matemática inclui a compreensão de um conjunto de noções matemáticas fundamentais e permite estabelecer uma ligação mais fácil aos temas centrais dos programas em vigor nos 2.º e 3.º ciclos, sendo ainda compatível com os blocos temáticos do programa do 1.º ciclo.

No entanto, a evolução dos programas num futuro próximo e, em particular, a sua transformação em orientações curriculares mais globais e menos prescritivas poderão criar condições favoráveis a uma posterior reorganização das competências específicas em torno dos processos matemáticos ou dos hábitos de pensamento matemático fundamentais.

Por outro lado, convém reafirmar que, a par da valorização de uma *lógica de ciclo* (em contraponto com a prática de programas por ano de escolaridade), a formulação de competências essenciais procura contribuir para uma mais adequada articulação entre os três ciclos do ensino básico. Isto significa que, embora constituindo referências nacionais para o trabalho em cada ciclo, as competências não podem ser encaradas como aprendizagens acabadas, ligadas a momentos bem determinados ou a oportunidades únicas. A aprendizagem da Matemática deve ser vista como um processo gradual e contínuo ao longo do ensino básico.

Números e Cálculo

No domínio dos números e do cálculo, a competência matemática que todos devem desenvolver inclui os seguintes aspectos:

Ao longo de todos os ciclos

- A compreensão global dos números e das operações e a sua utilização de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações;
- O reconhecimento e a utilização de diferentes formas de representação dos elementos dos conjuntos numéricos, assim como das propriedades das operações nesses conjuntos;
- A aptidão para efectuar cálculos mentalmente, com os algoritmos de papel e lápis ou usando a calculadora, bem como para decidir qual dos métodos é apropriado à situação;
- A sensibilidade para a ordem de grandeza de números, assim como a aptidão para estimar valores aproximados de resultados de operações e decidir da razoabilidade de resultados obtidos por qualquer processo de cálculo ou por estimação;
- A predisposição para procurar e explorar padrões numéricos em situações matemáticas e não matemáticas e o gosto por investigar relações numéricas, nomeadamente em problemas envolvendo divisores e múltiplos de números ou implicando processos organizados de contagem;
- A aptidão para dar sentido a problemas numéricos e para reconhecer as operações que são necessárias à sua resolução, assim como para explicar os métodos e o raciocínio que foram usados.

Para além dos aspectos gerais comuns a todos os ciclos, há ainda a considerar aspectos específicos para cada um dos três ciclos:

1.º ciclo

- A compreensão do sistema de numeração de posição e do modo como este se relaciona com os algoritmos das quatro operações;
- O reconhecimento dos números inteiros e decimais e de formas diferentes de os representar e relacionar, bem como a aptidão para usar as propriedades das operações em situações concretas, em especial quando aquelas facilitam a realização de cálculos.

2.º ciclo

- O reconhecimento dos conjuntos dos números inteiros e racionais positivos, das diferentes formas de representação dos elementos desses conjuntos e das relações entre eles, bem como a compreensão das propriedades das operações em cada um deles e a aptidão para usá-las em situações concretas;
- A aptidão para trabalhar com valores aproximados de números racionais de maneira adequada ao contexto do problema ou da situação em estudo;
- O reconhecimento de situações de proporcionalidade directa e a aptidão para usar o raciocínio proporcional em problemas diversos;
- A aptidão para trabalhar com percentagens e para compreender e utilizar as suas diferentes representações.

3.º ciclo

- O reconhecimento dos conjuntos dos números inteiros, racionais e reais, das diferentes formas de representação dos elementos desses conjuntos e das relações entre eles, bem como a compreensão das propriedades das operações em cada um deles e a aptidão para usá-las em situações concretas;
- A aptidão para trabalhar com valores aproximados de números racionais ou irracionais de maneira adequada ao contexto do problema ou da situação em estudo;
- O reconhecimento de situações de proporcionalidade directa e inversa e a aptidão para resolver problemas no contexto de tais situações;
- A aptidão para operar com potências e para compreender a escrita de números em notação científica e, em particular, para usar esta notação no trabalho com calculadoras científicas.

Geometria

No domínio da geometria, das grandezas e da medida, a competência matemática que todos devem desenvolver inclui os seguintes aspectos:

Ao longo de todos os ciclos

- Aptidão para realizar construções geométricas e para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente recorrendo a materiais manipuláveis e a *software* geométrico;
- A aptidão para utilizar a visualização e o raciocínio espacial na análise de situações e na resolução de problemas em geometria e em outras áreas da matemática;
- A compreensão dos conceitos de comprimento e perímetro, área, volume e amplitude, assim como e a aptidão para utilizar conhecimentos sobre estes conceitos na resolução e formulação de problemas;
- A aptidão para efectuar medições e estimativas em situações diversas, bem como a compreensão do sistema internacional de unidades;
- A predisposição para procurar e explorar padrões geométricos e o gosto por investigar propriedades e relações geométricas;
- A aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial, explicitando-os em linguagem corrente;
- A sensibilidade para apreciar a geometria no mundo real e o reconhecimento e a utilização de ideias geométricas em diversas situações, nomeadamente na comunicação.

Nota: As competências relativas ao bloco Grandezas e Medida do programa do 1.º ciclo foram integradas no tema Geometria.

Para além dos aspectos gerais comuns a todos os ciclos, há ainda a considerar aspectos específicos para cada um dos três ciclos:

1.º ciclo

- O reconhecimento de formas geométricas simples, bem como a aptidão para descrever figuras geométricas e para completar e inventar padrões;
- A aptidão para realizar construções geométricas simples, assim como para identificar propriedades de figuras geométricas;
- A compreensão do processo de medição e a aptidão para fazer medições e estimativas em situações diversas do quotidiano utilizando instrumentos apropriados.

2.º ciclo

- A predisposição para identificar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente em triângulos, em quadriláteros e em sólidos geométricos, bem como para justificar e comunicar os raciocínios efectuados;
- A aptidão para realizar construções geométricas, nomeadamente ângulos e triângulos, e para descrever figuras geométricas;
- A aptidão para resolver e formular problemas que envolvam relações entre os conceitos de perímetro e de área, em diversos contextos;
- A aptidão para calcular áreas de rectângulos, triângulos e círculos, assim como volumes de paralelepípedos, recorrendo ou não a fórmulas, em contexto de resolução de problemas.

3.º ciclo

- A aptidão para visualizar e descrever propriedades e relações geométricas, através da análise e comparação de figuras, para fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios;
- A aptidão para realizar construções geométricas, nomeadamente quadriláteros, outros polígonos e lugares geométricos;
- A compreensão do conceito de forma de uma figura geométrica e o reconhecimento das relações entre elementos de figuras semelhantes;
- A aptidão para resolver problemas geométricos através de construções, nomeadamente envolvendo lugares geométricos, igualdade e semelhança de triângulos, assim como para justificar os processos utilizados;
- O reconhecimento do significado de fórmulas e a sua utilização no cálculo de áreas e volumes de sólidos e de objectos do mundo real, em situações diversificadas;
- A predisposição para identificar transformações geométricas e a sensibilidade para relacionar a geometria com a arte e com a técnica;
- A tendência para procurar invariantes em figuras geométricas e para utilizar modelos geométricos na resolução de problemas reais.

Estatística e Probabilidades

No domínio da estatística e das probabilidades, a competência matemática que todos devem desenvolver inclui os seguintes aspectos:

Ao longo de todos os ciclos

- A predisposição para recolher e organizar dados relativos a uma situação ou a um fenómeno e para os representar de modos adequados, nomeadamente através de tabelas e gráficos e utilizando as novas tecnologias;
- A aptidão para ler e interpretar tabelas e gráficos à luz das situações a que dizem respeito e para comunicar os resultados das interpretações feitas;
- A tendência para dar resposta a problemas com base na análise de dados recolhidos e de experiências planeadas para o efeito;
- A aptidão para realizar investigações que recorram a dados de natureza quantitativa, envolvendo a recolha e análise de dados e a elaboração de conclusões;
- A aptidão para usar processos organizados de contagem na abordagem de problemas combinatórios simples;
- A sensibilidade para distinguir fenómenos aleatórios e fenómenos deterministas e para interpretar situações concretas de acordo com essa distinção;
- O sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada.

Para além dos aspectos gerais comuns a todos os ciclos, há ainda a considerar aspectos específicos para os 2.º e 3.º ciclos:

2.º ciclo

- A compreensão das noções de frequência absoluta e relativa, assim como a aptidão para calcular estas frequências em situações simples;
- A compreensão das noções de moda e de média aritmética, bem como a aptidão para determiná-las e para interpretar o que significam em situações concretas;
- A sensibilidade para criticar argumentos baseados em dados de natureza quantitativa.

3.º ciclo

- A compreensão das noções de moda, média aritmética e mediana, bem como a aptidão para determiná-las e para interpretar o que significam em situações concretas;
- A sensibilidade para decidir quais das medidas de tendência central são mais adequadas para caracterizar uma dada situação;
- A aptidão para comparar distribuições com base nas medidas de tendência central e numa análise da dispersão dos dados;
- O sentido crítico face à apresentação tendenciosa de informação sob a forma de gráficos enganadores e a afirmações baseadas em amostras não representativas;
- A aptidão para entender e usar de modo adequado a linguagem das probabilidades em casos simples;
- A compreensão da noção de probabilidade e a aptidão para calcular a probabilidade de um acontecimento em casos simples.

Álgebra e Funções

No domínio da álgebra e das funções, a competência matemática que todos devem desenvolver inclui os seguintes aspectos:

Ao longo de todos os ciclos

- A predisposição para procurar padrões e regularidades e para formular generalizações em situações diversas, nomeadamente em contextos numéricos e geométricos;
- A aptidão para analisar as relações numéricas de uma situação, explicitá-las em linguagem corrente e representá-las através de diferentes processos, incluindo o uso de símbolos;
- A aptidão para construir e interpretar tabelas de valores, gráficos, regras verbais e outros processos que traduzam relações entre variáveis, assim como para passar de umas formas de representação para outras, recorrendo ou não a instrumentos tecnológicos;
- A aptidão para concretizar, em casos particulares, relações entre variáveis e fórmulas e para procurar soluções de equações simples;
- A sensibilidade para entender e usar as noções de correspondência e de transformação em situações concretas diversas.

Para além dos aspectos gerais comuns a todos os ciclos, há ainda a considerar aspectos específicos para o 3.º ciclo:

3.º ciclo

- o reconhecimento do significado de fórmulas no contexto de situações concretas e a aptidão para usá-las na resolução de problemas;
- a aptidão para usar equações e inequações como meio de representar situações problemáticas e para resolver equações, inequações e sistemas, assim como para realizar procedimentos algébricos simples;
- a compreensão do conceito de função e das facetas que pode apresentar, como correspondência entre conjuntos e como relação entre variáveis;
- a aptidão para representar relações funcionais de vários modos e passar de uns tipos de representação para outros, usando regras verbais, tabelas, gráficos e expressões algébricas e recorrendo, nomeadamente, à tecnologia gráfica;
- a sensibilidade para entender o uso de funções como modelos matemáticos de situações do mundo real, em particular nos casos em que traduzem relações de proporcionalidade directa e inversa.

Experiências de aprendizagem

A competência matemática, tal como foi definida, desenvolve-se através de uma experiência matemática rica e diversificada e da reflexão sobre essa experiência, de acordo com a maturidade dos alunos.

Ao longo da educação básica, todos os alunos devem ter oportunidades de viver diversos tipos de experiências de aprendizagem, sendo importante considerar aspectos transversais destas, assim como a utilização de recursos adequados e, ainda, o contacto com aspectos da história, do desenvolvimento e da utilização da matemática.

Assim, todos os alunos devem ter oportunidades de se envolver em diversos **tipos de experiências de aprendizagem** :

Resolução de problemas

A resolução de problemas constitui, em matemática, um contexto universal de aprendizagem e deve, por isso, estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação e integrada naturalmente nas diversas actividades. Os problemas são situações não rotineiras que constituem desafios para os alunos e em que, frequentemente, podem ser utilizadas várias estratégias e métodos de resolução – e não exercícios, geralmente de resolução mecânica e repetitiva, em que apenas se aplica um algoritmo que conduz directamente à solução. A formulação de problemas deve igualmente integrar a experiência matemática dos alunos.

Actividades de investigação

Numa actividade de investigação, os alunos exploram uma situação aberta, procuram regularidades, fazem e testam conjecturas, argumentam e comunicam oralmente ou por escrito as suas conclusões. Qualquer tema da matemática pode proporcionar ocasiões para a realização de actividades de natureza investigativa. Este tipo de actividades também é favorável à ligação da matemática com outras áreas do currículo.

Realização de projectos

Um projecto é uma actividade prolongada que normalmente inclui trabalho dentro e fora da aula e é realizada em grupo. Pressupõe a existência de um objectivo claro, aceite e compreendido pelos alunos, e a apresentação de resultados. Qualquer tema da matemática pode proporcionar ocasiões para a realização de projectos. Pela sua própria natureza, os projectos constituem contextos naturais para o desenvolvimento de trabalho interdisciplinar.

Jogos

O jogo é um tipo de actividade que alia raciocínio, estratégia e reflexão com desafio e competição de uma forma lúdica muito rica. Os jogos de equipa podem ainda favorecer o trabalho cooperativo. A prática de jogos, em particular dos jogos de estratégia, de observação e de memorização, contribui de forma articulada para o desenvolvimento de capacidades matemáticas e para o desenvolvimento pessoal e social. Há jogos em todas as culturas e a matemática desenvolveu muito conhecimento a partir deles. Além disso, um jogo pode ser um ponto de partida para uma actividade de investigação ou de um projecto.

Para além destes tipos de experiências de aprendizagem, os alunos devem ainda ter oportunidades de contactar com **aspectos da história, do desenvolvimento e da utilização da matemática,** através de:

Reconhecimento da matemática na tecnologia e nas técnicas

A matemática tem contribuído desde sempre para o desenvolvimento de técnicas e de tecnologias, mesmo quando não são necessários conhecimentos matemáticos para as utilizar. É importante que os alunos realizem actividades que ajudem a revelar a matemática subjacente às tecnologias criadas pelo Homem – por exemplo, instrumentos de navegação ou de redução e ampliação –, assim como a matemática presente em diversas profissões.

Realização de trabalhos sobre a matemática

A matemática e a sua história, os matemáticos e as suas histórias, integrados ou não na história da ciência e no desenvolvimento científico, são uma fonte de conhecimentos favoráveis à aprendizagem. Um trabalho sobre a matemática inclui a pesquisa e a organização de informação, a escrita e a apresentação. Na pesquisa para um trabalho desta natureza é relevante o recurso a fontes documentais e museológicas de tipos diversos. Na apresentação há vários tipos de suportes que podem ser utilizados, nomeadamente escritos, dramatizações, vídeos e informáticos.

Nos diversos tipos de experiências vividas pelos alunos, devem ser considerados **aspectos transversais da aprendizagem da matemática,** nomeadamente:

Comunicação matemática

A comunicação inclui a leitura, a interpretação e a escrita de pequenos textos de matemática, sobre a matemática ou em que haja informação matemática. Na comunicação oral, são importantes as experiências de argumentação e de discussão em grande e pequeno grupo, assim como a compreensão de pequenas exposições do professor. O rigor da linguagem, assim como o formalismo, devem corresponder a uma necessidade sentida e não a uma imposição arbitrária.

Prática compreensiva de procedimentos

A prática de procedimentos não deve constituir uma actividade preparatória, repetitiva, isolada e sem significado; porém, uma prática compreensiva pode promover a aquisição de destrezas utilizáveis com segurança e autonomia. O cálculo mental, o domínio de um algoritmo, a utilização de uma fórmula, a resolução de uma equação, uma construção geométrica, a manipulação de um instrumento, entre muitos outros procedimentos, são destrezas úteis que se adquirem com prática desde que não seja descurada a sua compreensão e a sua integração em experiências matemáticas significativas.

Exploração de conexões

Uma componente essencial da formação matemática é a compreensão de relações entre ideias matemáticas, tanto entre diferentes temas de matemática como no interior de cada tema, e ainda de relações entre ideias matemáticas e outras áreas de aprendizagem (a música, as artes visuais, a natureza, a tecnologia, etc.). Actividades que permitam evidenciar e explorar estas conexões devem ser proporcionadas a todos os alunos. Um aspecto importante será o tratamento e exploração matemáticos de dados empíricos recolhidos no âmbito de outras disciplinas, nomeadamente as da área das Ciências Físicas e Naturais, a Geografia e a Educação Física.

Os alunos devem, frequentemente ter a oportunidades de utilizar **recursos** de natureza diversa:

Utilização das tecnologias na aprendizagem da Matemática

Todos os alunos devem aprender a utilizar não só a calculadora elementar mas também, à medida que progridem na educação básica, os modelos científicos e gráficos. Quanto ao computador, os alunos devem ter oportunidade de trabalhar com a folha de cálculo e com diversos programas educativos, nomeadamente de gráficos de funções e de geometria dinâmica, assim como de utilizar as capacidades educativas da rede Internet. Entre os contextos possíveis incluem-se a resolução de problemas, as actividades de investigação e os projectos.

Utilização de materiais manipuláveis

Materiais manipuláveis de diversos tipos são, ao longo de toda a escolaridade, um recurso privilegiado como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares, em particular das que visam promover actividades de investigação e a comunicação matemática entre os alunos. Naturalmente, o essencial é a natureza da actividade intelectual dos alunos, constituindo a utilização de materiais um meio e não um fim.

1.2. Despacho Normativo 1/2005

MINISTÉRIOS DA AGRICULTURA, PESCAS E FLORESTAS E DO AMBIENTE E DO ORDENAMENTO DO TERRITÓRIO

Portaria n.º 2/2005

de 5 de Janeiro

Com fundamento no disposto no n.º 3 do artigo 164.º do Decreto-Lei n.º 202/2004, de 18 de Agosto, e na alínea *a*) do n.º 1 do artigo 36.º e no n.º 1 do artigo 114.º do Decreto-Lei n.º 227-B/2000, de 15 de Setembro, com as alterações introduzidas pelo Decreto-Lei n.º 338/2001, de 26 de Setembro;

Ouvido o Conselho Cinegético Municipal da Guarda:

Manda o Governo, pelos Ministros da Agricultura, Pescas e Florestas e do Ambiente e do Ordenamento do Território, o seguinte:

1.º Pela presente portaria é concessionada, pelo período de 12 anos, renovável automaticamente por dois períodos iguais, à Associação de Caça e Pesca de Vale de Estrela, com o número de pessoa colectiva 502417854 e sede em 6300-230 Vale de Estrela, a zona de caça associativa de Vale de Estrela (processo n.º 3911-DGRF), englobando vários prédios rústicos cujos limites constam da planta anexa à presente portaria e que dela faz parte integrante, sitos nas freguesias de Corujeira, Maçainhas e Vale de Estrela, município da Guarda, com a área de 1702 ha.

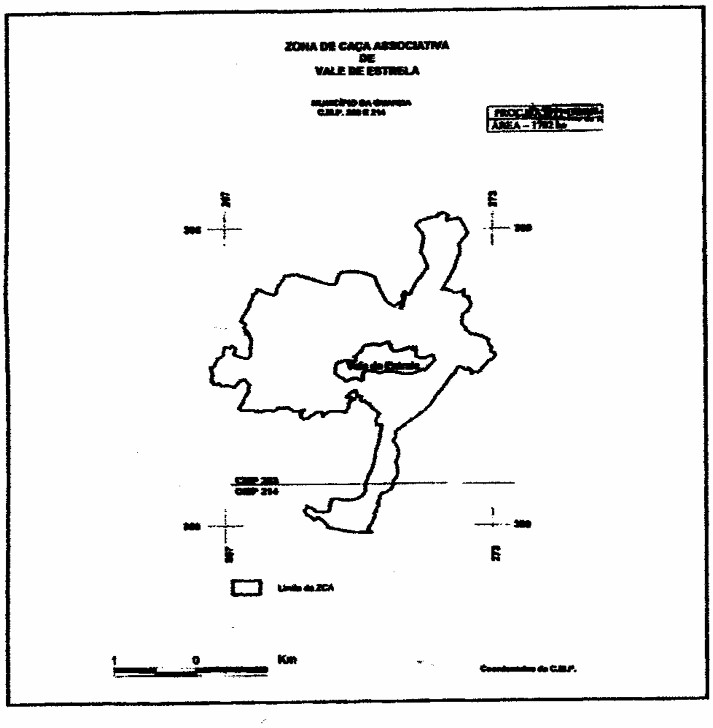
2.º A concessão de terrenos incluídos em áreas classificadas poderá terminar, sem direito a indemnização, sempre que sejam introduzidas alterações de condicionantes por planos especiais de ordenamento do território de áreas protegidas ou obtidos dados científicos que comprovem a incompatibilidade com a actividade cinegética, até ao máximo de 10% da área total da zona de caça.

3.º A zona de caça concessionada pela presente portaria produz efeitos, relativamente a terceiros, com a instalação da respectiva sinalização.

4.º A sinalização da zona de caça deve obedecer ao disposto no n.º 8.º da Portaria n.º 1391/2002, de 25 de Outubro, com a redacção que lhe foi conferida pela Portaria n.º 45/2004, de 14 de Janeiro.

Em 9 de Dezembro de 2004.

Pelo Ministro da Agricultura, Pescas e Florestas, *Luís António Pires Pinheiro*, Secretário de Estado das Florestas. — Pelo Ministro do Ambiente e do Ordenamento do Território, *Jorge Manuel Lopes Moreira da Silva*, Secretário de Estado Adjunto do Ministro do Ambiente e do Ordenamento do Território.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Despacho Normativo n.º 1/2005

A grande diversidade de alunos do ponto de vista etário, cultural e social que frequenta actualmente a escola básica pode ser encarada como um contributo para a construção de uma sociedade plural e tolerante, na qual todos os intervenientes têm um papel importante a desempenhar.

No contexto desta diversidade, a avaliação, enquanto parte integrante do processo de ensino e de aprendizagem, constitui um instrumento regulador das aprendizagens, orientador do percurso escolar e certificador das diversas aquisições realizadas pelo aluno ao longo do ensino básico.

As principais orientações e disposições relativas à avaliação da aprendizagem no ensino básico estão consagradas no Decreto-Lei n.º 6/2001, de 18 de Janeiro, com as alterações introduzidas pelo Decreto-Lei n.º 209/2002, de 17 de Outubro, remetendo o primeiro para despacho do Ministro da Educação a aprovação de medidas de desenvolvimento das referidas disposições. O presente despacho concretiza essa determinação e substitui o Despacho Normativo n.º 30/2001, de 19 de Julho, alterado pelo despacho n.º 5020/2002, de 6 de Março.

Entre os elementos a considerar na avaliação sumativa incluem-se, para além da informação recolhida no âmbito da avaliação formativa e das provas globais, os exames nacionais para os 2.º e 3.º ciclos do ensino básico no caso dos alunos que reúnem as condições definidas no presente despacho e, no final do 3.º ciclo, os exames nacionais de Língua Portuguesa e de Matemática.

Retomam-se e reforçam-se, agora, os princípios já expressos no Despacho Normativo n.º 30/2001, como a ênfase no carácter formativo da avaliação e a valorização de uma lógica de ciclo, potenciando-se os seus aspectos mais positivos.

Assim, ao abrigo do n.º 6 do artigo 12.º do Decreto-Lei n.º 6/2001, de 18 de Janeiro, determina-se o seguinte:

I — Enquadramento da avaliação

Âmbito

1 — O presente diploma aplica-se aos alunos dos três ciclos do ensino básico regular e estabelece os princípios e os procedimentos a observar na avaliação das aprendizagens e competências, assim como os seus efeitos.

Finalidades

2 — A avaliação é um elemento integrante e regulador da prática educativa, permitindo uma recolha sistemática de informações que, uma vez analisadas, apoiam a tomada de decisões adequadas à promoção da qualidade das aprendizagens.

3 — A avaliação visa:

a) Apoiar o processo educativo, de modo a sustentar o sucesso de todos os alunos, permitindo o reajustamento dos projectos curriculares de escola e de turma, nomeadamente quanto à selecção de metodologias e recursos, em função das necessidades educativas dos alunos;

b) Certificar as diversas aprendizagens e competências adquiridas pelo aluno, no final de cada ciclo e à saída do ensino básico, através da avaliação sumativa interna e externa;

c) Contribuir para melhorar a qualidade do sistema educativo, possibilitando a tomada de decisões para o seu aperfeiçoamento e promovendo uma maior confiança social no seu funcionamento.

Objecto

4 — A avaliação incide sobre as aprendizagens e competências definidas no currículo nacional para as diversas áreas e disciplinas de cada ciclo, expressas no projecto curricular de escola e no projecto curricular de turma, por ano de escolaridade.

5 — As aprendizagens de carácter transversal e de natureza instrumental, nomeadamente no âmbito da educação para a cidadania, da compreensão e expressão em língua portuguesa e da utilização das tecnologias de informação e comunicação, constituem objecto de avaliação em todas as disciplinas e áreas curriculares.

Princípios

6 — A avaliação das aprendizagens e competências assenta nos seguintes princípios:

a) Consistência entre os processos de avaliação e as aprendizagens e competências pretendidas, de acordo com os contextos em que ocorrem;
b) Utilização de técnicas e instrumentos de avaliação diversificados;
c) Primazia da avaliação formativa com valorização dos processos de auto-avaliação regulada e sua articulação com os momentos de avaliação sumativa;
d) Valorização da evolução do aluno;
e) Transparência e rigor do processo de avaliação, nomeadamente através da clarificação e da explicitação dos critérios adoptados;
f) Diversificação dos intervenientes no processo de avaliação.

Intervenientes

7 — Intervêm no processo de avaliação:

a) O professor;
b) O aluno;
c) O conselho de docentes, no 1.º ciclo, ou o conselho de turma, nos 2.º e 3.º ciclos;
d) Os órgãos de gestão da escola ou do agrupamento de escolas;
e) O encarregado de educação;
f) Os serviços especializados de apoio educativo;
g) A administração educativa.

8 — A avaliação é da responsabilidade do professor, do conselho de docentes, do conselho de turma, dos órgãos de gestão da escola ou agrupamento e da administração educativa.

9 — A escola ou agrupamento deve assegurar as condições de participação dos alunos e dos encarregados de educação, dos serviços com competência em matéria de apoio educativo e dos demais intervenientes, nos termos definidos no regulamento interno.

Processo individual do aluno

10 — O percurso escolar do aluno deve ser documentado de forma sistemática no processo individual a que se refere o artigo 16.º da Lei n.º 30/2002, de 20 de Dezembro, que o acompanha ao longo de todo o ensino básico, proporcionando uma visão global do percurso do aluno, de modo a facilitar o seu acompanhamento e intervenção adequados.

11 — O processo previsto no número anterior é da responsabilidade do professor titular da turma, no 1.º ciclo, e do director de turma, nos 2.º e 3.º ciclos.

12 — O processo individual do aluno acompanha-o, obrigatoriamente, sempre que este mude de escola ou agrupamento.

13 — No processo individual do aluno devem constar:

a) Os elementos fundamentais de identificação do aluno;
b) Os registos de avaliação;
c) Relatórios médicos e ou de avaliação psicológica, quando existam;
d) Planos e relatórios de apoio pedagógico, quando existam;
e) O plano educativo individual, no caso de o aluno ser abrangido pela modalidade de educação especial;
f) Uma auto-avaliação do aluno, no final de cada ano, com excepção dos 1.º e 2.º anos, de acordo com critérios definidos pelo estabelecimento de ensino;
g) Outros elementos considerados relevantes para a evolução e formação do aluno.

14 — Ao processo individual têm acesso, em termos a definir no regulamento interno da escola ou agrupamento, os professores, o aluno, o encarregado de educação e outros intervenientes no processo de aprendizagem do aluno, sendo garantida a confidencialidade dos dados nele contidos.

II — Processo de avaliação

Critérios de avaliação

15 — No início do ano lectivo, compete ao conselho pedagógico da escola ou agrupamento, de acordo com as orientações do currículo nacional, definir os critérios de avaliação para cada ciclo e ano de escolaridade, sob proposta, no 1.º ciclo, dos conselhos de docentes e, nos 2.º e 3.º ciclos, dos departamentos curriculares e conselho de directores de turma.

16 — Os critérios de avaliação mencionados no número anterior constituem referenciais comuns na escola ou agrupamento, sendo operacionalizados pelo professor titular da turma, no 1.º ciclo, e pelo conselho de turma, nos 2.º e 3.º ciclos, no âmbito do respectivo projecto curricular de turma.

17 — O órgão de direcção executiva da escola ou agrupamento deve garantir a divulgação dos critérios referidos nos números anteriores junto dos diversos intervenientes, nomeadamente alunos e encarregados de educação.

Avaliação diagnóstica

18 — A avaliação diagnóstica conduz à adopção de estratégias de diferenciação pedagógica e contribui para elaborar, adequar e reformular o projecto curricular de turma, facilitando a integração escolar do aluno, apoiando a orientação escolar e vocacional. Pode ocorrer em qualquer momento do ano lectivo quando articulada com a avaliação formativa.

Avaliação formativa

19 — A avaliação formativa é a principal modalidade de avaliação do ensino básico, assume carácter contínuo e sistemático e visa a regulação do ensino e da apren-

dizagem, recorrendo a uma variedade de instrumentos de recolha de informação, de acordo com a natureza das aprendizagens e dos contextos em que ocorrem.

20 — A avaliação formativa fornece ao professor, ao aluno, ao encarregado de educação e aos restantes intervenientes informação sobre o desenvolvimento das aprendizagens e competências, de modo a permitir rever e melhorar os processos de trabalho.

21 — A avaliação formativa é da responsabilidade de cada professor, em diálogo com os alunos e em colaboração com os outros professores, designadamente no âmbito dos órgãos colectivos que concebem e gerem o respectivo projecto curricular e, ainda, sempre que necessário, com os serviços especializados de apoio educativo e os encarregados de educação, devendo recorrer, quando tal se justifique, a registos estruturados.

22 — Compete ao órgão de direcção executiva, sob proposta do professor titular, no 1.º ciclo, e do director de turma, nos restantes ciclos, a partir dos dados da avaliação formativa, mobilizar e coordenar os recursos educativos existentes na escola ou agrupamento com vista a desencadear respostas adequadas às necessidades dos alunos.

23 — Compete ao conselho pedagógico apoiar e acompanhar o processo definido no número anterior.

Avaliação sumativa

24 — A avaliação sumativa consiste na formulação de um juízo globalizante sobre o desenvolvimento das aprendizagens do aluno e das competências definidas para cada disciplina e área curricular.

25 — A avaliação sumativa inclui:

a) A avaliação sumativa interna;
b) A avaliação sumativa externa no 9.º ano de escolaridade.

Avaliação sumativa interna

26 — A avaliação sumativa interna ocorre no final de cada período lectivo, de cada ano lectivo e de cada ciclo.

27 — A avaliação sumativa interna é da responsabilidade do professor titular da turma em articulação com o respectivo conselho de docentes, no 1.º ciclo, e dos professores que integram o conselho de turma, nos 2.º e 3.º ciclos, reunindo, para o efeito, no final de cada período.

28 — No final do 3.º ciclo, no 3.º período, o conselho de turma reúne para a atribuição da classificação da avaliação sumativa interna.

29 — A avaliação sumativa interna tem como finalidades:

a) Informar o aluno e o seu encarregado de educação sobre o desenvolvimento das aprendizagens e competências definidas para cada disciplina e área disciplinar;
b) Tomar decisões sobre o percurso escolar do aluno.

30 — Compete ao professor titular da turma, no 1.º ciclo, e ao director de turma, nos 2.º e 3.º ciclos, coordenar o processo de tomada de decisões relativas à avaliação sumativa interna e garantir tanto a sua natureza globalizante como o respeito pelos critérios de avaliação referidos nos n.os 15 e 16 do presente despacho.

31 — A decisão quanto à avaliação final do aluno é da competência:

a) Do professor titular da turma em articulação com o conselho de docentes, no 1.º ciclo;
b) Do conselho de turma sob proposta do(s) professor(es) de cada disciplina/área disciplinar/área curricular não disciplinar, nos 2.º e 3.º ciclos.

32 — No 1.º ciclo, a informação resultante da avaliação sumativa expressa-se de forma descritiva em todas as áreas curriculares.

33 — Nos 2.º e 3.º ciclos, a informação resultante da avaliação sumativa interna expressa-se:

a) Numa classificação de 1 a 5, em todas as disciplinas, a qual pode ser acompanhada, sempre que se considere relevante, de uma apreciação descritiva sobre a evolução do aluno;
b) Numa menção qualitativa de *Não satisfaz, Satisfaz* e *Satisfaz bem,* nas áreas curriculares não disciplinares, a qual pode ser acompanhada, sempre que se considere relevante, de uma apreciação descritiva sobre a evolução do aluno.

34 — No 3.º ciclo, a avaliação sumativa interna das disciplinas de organização semestral, Educação Tecnológica e disciplina da área de Educação Artística processa-se do seguinte modo:

a) Para a atribuição das classificações, o conselho de turma reúne extraordinariamente no final do 1.º semestre e ordinariamente no final do 3.º período;
b) A classificação atribuída no 1.º semestre fica registada em acta e, à semelhança das classificações das outras disciplinas, está sujeita a ratificação do conselho de turma de avaliação no final do 3.º período;
c) No final dos 1.º e 2.º períodos, a avaliação assume carácter descritivo para as disciplinas que se iniciam nos 1.º e 2.º semestres, respectivamente.

35 — No 1.º período dos 5.º e 7.º anos de escolaridade a avaliação sumativa interna poderá, por decisão devidamente fundamentada do conselho pedagógico, não conduzir à atribuição de classificações ou menções, assumindo a sua expressão apenas carácter descritivo.

36 — Com base na avaliação sumativa, compete ao professor titular, no 1.º ciclo, em articulação com os competentes conselhos de docentes, e ao conselho de turma, nos restantes ciclos, reanalisar o projecto curricular de turma, com vista à introdução de eventuais reajustamentos ou apresentação de propostas para o ano lectivo seguinte.

37 — A avaliação sumativa interna, no 9.º ano de escolaridade, inclui, também, a realização de uma prova global ou de um trabalho final, em cada disciplina ou área disciplinar, incidindo sobre as aprendizagens e competências previstas para o final do ensino básico, à excepção das disciplinas de Língua Portuguesa e de Matemática, relativamente às quais os alunos estão sujeitos a exames nacionais.

38 — A classificação a atribuir em cada uma das disciplinas, à excepção de Língua Portuguesa e Matemática, no 9.º ano, integrará, com uma ponderação de 25%, a classificação obtida pelo aluno na prova global ou no trabalho final.

39 — Compete ao conselho pedagógico, sob proposta de cada departamento curricular, aprovar a modalidade e a matriz das provas ou trabalhos, bem como as datas e os prazos da sua realização.

40 — A avaliação sumativa interna, no final do 3.º período, implica:

a) A apreciação global das aprendizagens realizadas e das competências desenvolvidas pelo aluno ao longo do ano lectivo, traduzida nos termos dos n.^{os} 32 e 33;
b) A decisão sobre a transição de ano, excepto no 9.º ano de escolaridade, cuja aprovação depende ainda da avaliação sumativa externa;
c) A verificação das condições de admissão aos exames nacionais do 9.º ano.

Avaliação sumativa externa

41 — A avaliação sumativa externa é da responsabilidade dos serviços centrais do Ministério da Educação e compreende a realização de exames nacionais no 9.º ano, nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática, os quais incidem sobre as aprendizagens e competências do 3.º ciclo.

42 — São admitidos aos exames nacionais do 9.º ano todos os alunos, excepto os que, após a avaliação sumativa interna, no final do 3.º período, se enquadrem nas seguintes situações:

a) Tenham obtido classificação de frequência de nível 1 simultaneamente nas disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática;
b) Tenham obtido classificação de frequência inferior a 3 em duas disciplinas e de nível 1 em Língua Portuguesa ou Matemática;
c) Tenham obtido classificação de frequência inferior a 3 em três disciplinas, ou em duas disciplinas e a menção de *Não satisfaz* na área de projecto, desde que nenhuma delas seja Língua Portuguesa e Matemática;
d) Tenham obtido classificação de frequência inferior a 3 numa disciplina, a menção de *Não satisfaz* na área de projecto e nível 1 em Língua Portuguesa ou Matemática.

43 — Não são, ainda, admitidos aos exames nacionais do 9.º ano os alunos abrangidos pela alínea *a*) do artigo 22.º da Lei n.º 30/2002, de 20 de Dezembro, salvo decisão em contrário do conselho pedagógico, precedendo parecer do conselho de turma.

44 — A classificação final a atribuir a cada uma destas disciplinas, na escala de 1 a 5, é calculada de acordo com a seguinte fórmula, arredondada às unidades:

$$CF=\frac{7Cf+3Ce}{10}$$

em que:

CF = classificação final;
Cf=classificação de frequência no final do 3.º período;
Ce=classificação da prova de exame.

45 — Os exames nacionais previstos no n.º 43 realizam-se numa fase única com duas chamadas, sendo que a 1.ª chamada tem carácter obrigatório e a 2.ª chamada destina-se a situações excepcionais devidamente comprovadas, que serão objecto de análise.

46 — A não realização dos exames referidos nos números anteriores implica a retenção do aluno no 9.º ano de escolaridade.

47 — As normas e os procedimentos relativos à realização dos exames nacionais são objecto de regulamento a aprovar pelo Ministério da Educação.

Exames nacionais dos 2.º e 3.º ciclos do ensino básico

(situações especiais)

48 — Os exames nacionais dos 2.º e 3.º ciclos do ensino básico são da responsabilidade dos serviços centrais do Ministério da Educação, realizam-se no final do ano lectivo e destinam-se aos alunos que se encontrem numa das seguintes situações:

a) Frequentem estabelecimentos de ensino particular e cooperativo sem autonomia ou paralelismo pedagógico;
b) Frequentem seminários não abrangidos pelo Decreto-Lei n.º 293-C/86, de 12 de Setembro;
c) Estejam abrangidos pelo ensino individual ou doméstico;
d) Atinjam a idade limite da escolaridade obrigatória sem aprovação na avaliação sumativa final nos 6.º ou 9.º anos de escolaridade, e se candidatem aos exames nacionais, na qualidade de autopropostos, no mesmo ano lectivo ou nos anos lectivos subsequentes;
e) Sejam maiores de 15 anos e, estando a frequentar o ensino básico recorrente, tenham anulado a matrícula até ao 5.º dia de aulas do 3.º período lectivo e se candidatem aos exames nacionais, na qualidade de autopropostos.

49 — Os candidatos referidos no número anterior realizam os exames nacionais numa fase única, sendo que os do 3.º ciclo, na componente escrita das disciplinas de Língua Portuguesa e de Matemática, realizam a prova da 1.ª chamada dos exames nacionais do ensino regular.

50 — O aluno é considerado aprovado quando se verificam as condições de transição estabelecidas para o final dos 2.º e 3.º ciclos do ensino regular, nas disciplinas em que realiza exames.

51 — As normas e os procedimentos relativos à realização dos exames nacionais dos 2.º e 3.º ciclos do ensino básico são objecto de regulamento a aprovar pelo Ministério da Educação.

III — Efeitos da avaliação

Efeitos da avaliação formativa

52 — A avaliação formativa gera medidas de diferenciação pedagógica adequadas às características dos alunos e às aprendizagens e competências a desenvolver.

Efeitos da avaliação sumativa

53 — A avaliação sumativa dá origem a uma tomada de decisão sobre a progressão ou retenção do aluno, expressa através das menções, respectivamente, de *Transitou* ou *Não transitou*, no final de cada ano, e de *Aprovado(a)* ou *Não aprovado(a)*, no final de cada ciclo.

54 — A decisão de progressão do aluno ao ano de escolaridade seguinte é uma decisão pedagógica e deverá ser tomada sempre que o professor titular de turma, ouvido o competente conselho de docentes, no 1.º ciclo, ou o conselho de turma, nos 2.º e 3.º ciclos, considerem:

a) Nos anos terminais de ciclo, que o aluno desenvolveu as competências necessárias para prosseguir com sucesso os seus estudos no ciclo ou nível de escolaridade subsequente, salvaguardando-se, no caso do 9.º ano de escolaridade, o estabelecido no n.º 40;

b) Nos anos não terminais de ciclo, que as competências demonstradas pelo aluno permitem o desenvolvimento das competências essenciais definidas para o final do respectivo ciclo.

55 — No 1.º ano de escolaridade não há lugar a retenção, excepto se tiver sido ultrapassado o limite de faltas injustificadas, em observância do disposto na Lei n.º 30/2002, de 20 de Dezembro.

56 — Um aluno retido no 2.º ou 3.º ano de escolaridade deverá integrar até ao final do ciclo a turma a que já pertencia, salvo se houver decisão em contrário do competente conselho de docentes ou do conselho pedagógico da escola ou agrupamento, de acordo com o previsto no regulamento interno da escola ou agrupamento, sob proposta fundamentada do professor titular de turma e ouvido, sempre que possível, o professor da eventual nova turma.

57 — Na situação referida no número anterior, o aluno será avaliado no final do 1.º ciclo e, caso tenha desenvolvido as competências necessárias para prosseguir com sucesso os seus estudos no ciclo ou nível de escolaridade subsequente, deverá transitar para o 2.º ciclo.

58 — No final do 2.º ciclo, e no âmbito da avaliação sumativa, o conselho de turma pode decidir a progressão de um aluno que não desenvolveu as competências essenciais, quando este:

a) Tenha obtido classificação inferior a 3 nas disciplinas de Língua Portuguesa e de Matemática;

b) Tenha obtido classificação inferior a 3 em três disciplinas, ou em duas disciplinas e a menção de *Não satisfaz* na área de projecto, desde que não integrem cumulativamente as disciplinas de Língua Portuguesa e Matemática.

59 — A decisão referida no número anterior tem de ser tomada por unanimidade. Caso não exista unanimidade, deve proceder-se a nova reunião do conselho de turma, na qual a decisão de progressão, devidamente fundamentada, deve ser tomada por dois terços dos professores que integram o conselho de turma.

60 — No 3.º ciclo, no final do 3.º período, o conselho de turma reúne para a atribuição da classificação da avaliação sumativa interna, após a realização das provas globais.

61 — No final do 3.º ciclo, o aluno não progride e obtém a menção de *Não aprovado(a)* se estiver numa das seguintes situações:

a) Tenha obtido classificação inferior a 3 nas disciplinas de Língua Portuguesa e de Matemática;

b) Tenha obtido classificação inferior a 3 em três disciplinas, ou em duas disciplinas e a menção de *Não satisfaz* na área de projecto.

62 — A disciplina de Educação Moral e Religiosa não é considerada para efeitos de progressão dos alunos.

63 — Nos 2.º e 3.º ciclos, tanto em anos terminais de ciclo como em anos não terminais, a retenção traduz-se na repetição de todas as áreas e disciplinas do ano em que o aluno ficou retido.

64 — Em situações de retenção, compete ao professor titular de turma, no 1.º ciclo, e ao conselho de turma, nos 2.º e 3.º ciclos, elaborar um relatório analítico que identifique as competências não adquiridas pelo aluno, as quais devem ser tomadas em consideração na elaboração do projecto curricular da turma em que o referido aluno venha a ser integrado no ano lectivo subsequente.

65 — Na tomada de decisão acerca de uma segunda retenção no mesmo ciclo, à excepção do 9.º ano de escolaridade, deve ser envolvido o competente conselho de docentes ou o conselho pedagógico e ouvido o encarregado de educação do aluno, em termos a definir no regulamento interno.

Revisão dos resultados da avaliação

66 — As decisões decorrentes da avaliação de um aluno no 3.º período de um ano lectivo podem ser objecto de um pedido de revisão, devidamente fundamentado, dirigido pelo respectivo encarregado de educação ao órgão de direcção da escola ou agrupamento no prazo de três dias úteis a contar da data de entrega das fichas de registo de avaliação no 1.º ciclo ou da afixação das pautas nos 2.º e 3.º ciclos.

67 — O professor titular, no 1.º ciclo, em articulação com o competente conselho de docentes, ou o conselho de turma, nos 2.º e 3.º ciclos, procede, no prazo de cinco dias úteis após a recepção do pedido de revisão, à análise do mesmo, com base em todos os documentos relevantes para o efeito, e toma uma decisão que pode confirmar ou modificar a avaliação inicial.

68 — A decisão referida no número anterior deve, no prazo de cinco dias úteis, ser submetida a decisão final do conselho pedagógico da escola ou agrupamento.

69 — Da decisão tomada nos termos dos números anteriores, que se constitui como definitiva, o órgão de direcção executiva da escola ou agrupamento notifica, com a respectiva fundamentação, o encarregado de educação através de carta registada com aviso de recepção, no prazo de cinco dias úteis.

70 — O encarregado de educação poderá ainda, se assim o entender, no prazo de cinco dias úteis após a data de recepção da resposta, interpor recurso hierárquico para o director regional de educação, quando o mesmo for baseado em vício de forma existente no processo.

71 — Da decisão do recurso hierárquico não cabe qualquer outra forma de impugnação administrativa.

IV — Condições especiais de avaliação

Casos especiais de progressão

72 — Um aluno que revele capacidades de aprendizagem excepcionais e um adequado grau de maturidade, a par do desenvolvimento das competências previstas para o ciclo que frequenta, poderá progredir mais rapidamente no ensino básico, beneficiando de uma das seguintes hipóteses ou de ambas:

a) Concluir o 1.º ciclo com 9 anos de idade, completados até 31 de Dezembro do ano respectivo, podendo completar o 1.º ciclo em três anos;

b) Transitar de ano de escolaridade antes do final do ano lectivo, uma única vez, ao longo dos 2.º e 3.º ciclos.

73 — Um aluno retido, no 2.º ou 3.º ano de escolaridade, que demonstre ter realizado as aprendizagens necessárias para o desenvolvimento das competências essenciais definidas para o final do ciclo poderá concluir o 1.º ciclo nos quatro anos previstos para a sua duração através de uma progressão mais rápida, nos anos lectivos subsequentes à retenção.

1.3. Decreto – Lei nº 6/2001 de 18/01

Sociedade Europeia para o Financiamento de Material Ferroviário, adoptada em Berna, em 20 de Outubro de 1955.

A República Eslovaca tornou-se membro da Conferência Europeia dos Ministros dos Transportes (CEMT) em 16 de Fevereiro de 1994 e a sua adesão à Convenção começou a produzir efeitos, de harmonia com o artigo 11.º da Convenção, em 21 de Novembro de 2000. De acordo com o parágrafo *c*) da mesma disposição, a adesão à Convenção implica a adesão ao Protocolo Adicional de 20 de Outubro de 1955.

Portugal ratificou esta Convenção e o Protocolo em 25 de Julho de 1955, nos termos do Decreto-Lei n.º 40 629, a que se refere o aviso publicado no *Diário do Governo*, 1.ª série, n.º 218, de 10 de Outubro de 1956.

A Convenção e o Protocolo Adicional entraram em vigor relativamente a Portugal em 30 de Março de 1956.

Direcção de Serviços das Organizações Económicas Internacionais, 19 de Dezembro de 2000. — A Directora de Serviços, *Liliana Araújo.*

Aviso n.º 4/2001

Por ordem superior se torna público que, em 15 de Dezembro de 2000, em Lisboa, se procedeu à troca dos instrumentos de ratificação conforme previsto no artigo 30.º da Convenção entre a República Portuguesa e a República de Cabo Verde para Evitar a Dupla Tributação em Matéria de Impostos sobre o Rendimento e Prevenir a Evasão Fiscal e respectivo Protocolo, assinados em Praia em 22 de Março de 1999.

A citada Convenção e o respectivo Protocolo foram aprovados pela Resolução da Assembleia da República n.º 63/2000, e ratificados pelo Decreto do Presidente da República n.º 33/2000, publicados no *Diário da República*, 1.ª série-A, n.º 159, de 12 de Julho de 2000.

Nos termos do artigo 30.º, n.º 2, da citada Convenção, esta entrou em vigor em 15 de Dezembro de 2000.

20 de Dezembro de 2000. — O Director-Geral, *José Caetano de Campos de Andrada da Costa Pereira.*

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

Decreto-Lei n.º 6/2001

de 18 de Janeiro

O Programa do Governo assume como objectivo estratégico a garantia de uma educação de base para todos, entendendo-a como início de um processo de educação e formação ao longo da vida, objectivo que implica conceder uma particular atenção às situações de exclusão e desenvolver um trabalho de clarificação de exigências quanto às aprendizagens cruciais e aos modos como as mesmas se processam.

De entre as medidas identificadas para a concretização do objectivo referido assume especial relevância a que se refere à necessidade de proceder a uma reorganização do currículo do ensino básico, no sentido de reforçar a articulação entre os três ciclos que o compõem, quer no plano curricular quer na organização de processos de acompanhamento e indução que assegurem, sem perda das respectivas identidades e objectivos, uma maior qualidade das aprendizagens. Nesta reorganização assume particular relevo a consagração no currículo de três novas áreas curriculares não disciplinares, bem como a obrigatoriedade do ensino experimental das ciências, o aprofundamento da aprendizagem das línguas modernas, o desenvolvimento da educação artística e da educação para a cidadania e o reforço do núcleo central do currículo nos domínios da língua materna e da matemática.

A preparação desta intervenção legislativa de política educativa foi objecto de um longo e continuado trabalho com as escolas e com as comunidades educativas, de que se destaca o lançamento, no ano lectivo de 1996-1997, do projecto de reflexão participada sobre os currículos do ensino básico.

Realizado o diagnóstico, foram de imediato lançadas medidas de combate à exclusão no âmbito do ensino básico, nomeadamente os currículos alternativos, a constituição de territórios educativos de intervenção prioritária e os cursos de educação e formação profissional inicial.

Paralelamente, foram lançadas outras medidas com impacte directo na qualidade das aprendizagens e na vida das escolas, designadamente o Programa de Expansão e Desenvolvimento da Educação Pré-Escolar, concebido como primeira etapa da educação básica, e o novo regime de autonomia, administração e gestão das escolas, o qual, de forma inovatória, assumiu como condição estrutural a plena inclusão do 1.º ciclo.

De todo este processo foi emergindo a necessidade de ultrapassar uma visão de currículo como um conjunto de normas a cumprir de modo supostamente uniforme em todas as salas de aula e de ser apoiado, no contexto da crescente autonomia das escolas, o desenvolvimento de novas práticas de gestão curricular. Neste sentido, ensaiando as potencialidades de um novo desenho curricular, as escolas foram convidadas a apresentar projectos de gestão flexível do currículo.

As escolas envolvidas neste projecto têm vindo a construir processos de gestão curricular no quadro de uma flexibilidade que procura encontrar respostas adequadas aos alunos e aos contextos concretos em que os professores trabalham diariamente. Tais projectos têm considerado como pressuposto fundamental a assunção pelas escolas de uma maior capacidade de decisão relativamente ao desenvolvimento e gestão das diversas componentes do currículo e a uma maior articulação entre elas, bem como um acréscimo de responsabilidade na organização das ofertas educativas.

O *Documento Orientador das Políticas para o Ensino Básico*, publicado pelo Ministério da Educação em 1998, sintetizou os aspectos a considerar na reorganização curricular do ensino básico, sublinhando que a escola precisa de se assumir como um espaço privilegiado de educação para a cidadania e de integrar e articular, na sua oferta curricular, experiências de aprendizagem diversificadas, nomeadamente mais espaços de efectivo envolvimento dos alunos e actividades de apoio ao estudo.

Em consonância com estas perspectivas e como resultado da reflexão e dos debates realizados, assim como da experiência adquirida, importa reequacionar a organização curricular do ensino básico.

O presente decreto-lei estabelece os princípios orientadores da organização e da gestão curricular do ensino básico, bem como da avaliação das aprendizagens e do processo de desenvolvimento do currículo nacional, entendido como o conjunto de aprendizagens e competências, integrando os conhecimentos, as capacidades, as atitudes e os valores, a desenvolver pelos alunos ao longo do ensino básico, de acordo com os objectivos consagrados na Lei de Bases do Sistema Educativo para este nível de ensino.

No quadro do desenvolvimento da autonomia das escolas estabelece-se que as estratégias de desenvolvimento do currículo nacional, visando adequá-lo ao contexto de cada escola, deverão ser objecto de um projecto curricular de escola, concebido, aprovado e avaliado pelos respectivos órgãos de administração e gestão, o qual deverá ser desenvolvido, em função do contexto de cada turma, num projecto curricular de turma, concebido, aprovado e avaliado pelo professor titular de turma ou pelo conselho de turma, consoante os ciclos.

O diploma define os princípios orientadores a que deve obedecer a organização e gestão do currículo, nomeadamente a coerência e sequencialidade entre os três ciclos do ensino básico e a articulação destes com o ensino secundário, a integração do currículo e da avaliação, assegurando que esta constitua o elemento regulador do ensino e da aprendizagem e a existência de áreas curriculares disciplinares e não disciplinares, visando a realização de aprendizagens significativas e a formação integral dos alunos, através da articulação e da contextualização dos saberes, e estabelece os parâmetros a que deve obedecer a organização do ano escolar.

No âmbito da organização curricular do ensino básico, para além das áreas curriculares disciplinares, o diploma determina a criação de três áreas curriculares não disciplinares — área de projecto, estudo acompanhado e formação cívica.

O diploma consagra a educação para a cidadania, o domínio da língua portuguesa e a valorização da dimensão humana do trabalho, bem como a utilização das tecnologias de informação e comunicação como formações transdisciplinares, no âmbito do ensino básico, abordando de forma integrada a diversificação das ofertas educativas, tomando em consideração as necessidades dos alunos, definindo um quadro flexível para o desenvolvimento de actividades de enriquecimento do currículo.

Especial relevância assumem as disposições relativas à avaliação das aprendizagens, entendida como um processo regulador das aprendizagens, orientador do percurso escolar e certificador das diversas aquisições realizadas pelos alunos ao longo do ensino básico, bem como à avaliação do desenvolvimento do currículo nacional.

Foi ouvido o Conselho Nacional de Educação.

Foram ouvidos os órgãos de governo próprio das Regiões Autónomas.

Foram observados os procedimentos decorrentes da Lei n.º 23/98, de 26 de Maio.

Assim:

No desenvolvimento do regime jurídico estabelecido na alínea *e*) do n.º 1 do artigo 59.º da Lei n.º 46/86, de 14 de Outubro, na redacção que lhe foi dada pela Lei n.º 115/97, de 19 de Setembro, e nos termos da alínea *c*) do n.º 1 do artigo 198.º da Constituição, o Governo decreta o seguinte:

CAPÍTULO I

Princípios gerais

Artigo 1.º

Objecto e âmbito

1 — O presente diploma estabelece os princípios orientadores da organização e da gestão curricular do ensino básico, bem como da avaliação das aprendizagens e do processo de desenvolvimento do currículo nacional.

2 — Os princípios orientadores definidos no presente diploma aplicam-se às demais ofertas formativas relativas ao ensino básico, no âmbito do sistema educativo.

Artigo 2.º

Currículo

1 — Para efeitos do disposto no presente diploma, entende-se por currículo nacional o conjunto de aprendizagens e competências a desenvolver pelos alunos ao longo do ensino básico, de acordo com os objectivos consagrados na Lei de Bases do Sistema Educativo para este nível de ensino, expresso em orientações aprovadas pelo Ministro da Educação, tomando por referência os desenhos curriculares anexos ao presente decreto-lei.

2 — As orientações a que se refere o número anterior definem ainda o conjunto de competências consideradas essenciais e estruturantes no âmbito do desenvolvimento do currículo nacional, para cada um dos ciclos do ensino básico, o perfil de competências terminais deste nível de ensino, bem como os tipos de experiências educativas que devem ser proporcionadas a todos os alunos.

3 — As estratégias de desenvolvimento do currículo nacional, visando adequá-lo ao contexto de cada escola, são objecto de um projecto curricular de escola, concebido, aprovado e avaliado pelos respectivos órgãos de administração e gestão.

4 — As estratégias de concretização e desenvolvimento do currículo nacional e do projecto curricular de escola, visando adequá-los ao contexto de cada turma, são objecto de um projecto curricular de turma, concebido, aprovado e avaliado pelo professor titular de turma, em articulação com o conselho de docentes, ou pelo conselho de turma, consoante os ciclos.

Artigo 3.º

Princípios orientadores

A organização e a gestão do currículo subordinam-se aos seguintes princípios orientadores:

a) Coerência e sequencialidade entre os três ciclos do ensino básico e articulação destes com o ensino secundário;
b) Integração do currículo e da avaliação, assegurando que esta constitua o elemento regulador do ensino e da aprendizagem;
c) Existência de áreas curriculares disciplinares e não disciplinares, visando a realização de aprendizagens significativas e a formação integral dos alunos, através da articulação e da contextualização dos saberes;
d) Integração, com carácter transversal, da educação para a cidadania em todas as áreas curriculares;
e) Valorização das aprendizagens experimentais nas diferentes áreas e disciplinas, em particular, e com carácter obrigatório, no ensino das ciências, promovendo a integração das dimensões teórica e prática;
f) Racionalização da carga horária lectiva semanal dos alunos;
g) Reconhecimento da autonomia da escola no sentido da definição de um projecto de desenvolvimento do currículo adequado ao seu con-

texto e integrado no respectivo projecto educativo;

h) Valorização da diversidade de metodologias e estratégias de ensino e actividades de aprendizagem, em particular com recurso a tecnologias de informação e comunicação, visando favorecer o desenvolvimento de competências numa perspectiva de formação ao longo da vida;

i) Diversidade de ofertas educativas, tomando em consideração as necessidades dos alunos, por forma a assegurar que todos possam desenvolver as competências essenciais e estruturantes definidas para cada um dos ciclos e concluir a escolaridade obrigatória.

Artigo 4.º

Organização do ano escolar

1 — O ano escolar é entendido como o período compreendido entre o dia 1 de Setembro de cada ano e o dia 31 de Agosto do ano seguinte.

2 — O ano lectivo corresponde a um mínimo de 180 dias efectivos de actividades escolares.

3 — O calendário escolar anual é definido por despacho do Ministro da Educação, ouvidos os parceiros educativos.

CAPÍTULO II

Organização e gestão do currículo nacional

Artigo 5.º

Organização

1 — São aprovados os desenhos curriculares dos 1.º, 2.º e 3.º ciclos do ensino básico constantes dos anexos I, II e III ao presente diploma e do qual fazem parte integrante.

2 — Os desenhos curriculares dos três ciclos do ensino básico integram áreas curriculares disciplinares e não disciplinares, bem como, nos 2.º e 3.º ciclos, a carga horária semanal de cada uma delas.

3 — Para efeito do número anterior, consideram-se as seguintes áreas curriculares não disciplinares:

a) Área de projecto, visando a concepção, realização e avaliação de projectos, através da articulação de saberes de diversas áreas curriculares, em torno de problemas ou temas de pesquisa ou de intervenção, de acordo com as necessidades e os interesses dos alunos;

b) Estudo acompanhado, visando a aquisição de competências que permitam a apropriação pelos alunos de métodos de estudo e de trabalho e proporcionem o desenvolvimento de atitudes e de capacidades que favoreçam uma cada vez maior autonomia na realização das aprendizagens;

c) Formação cívica, espaço privilegiado para o desenvolvimento da educação para a cidadania, visando o desenvolvimento da consciência cívica dos alunos como elemento fundamental no processo de formação de cidadãos responsáveis, críticos, activos e intervenientes, com recurso, nomeadamente, ao intercâmbio de experiências vividas pelos alunos e à sua participação, individual e colectiva, na vida da turma, da escola e da comunidade.

4 — O desenvolvimento das áreas curriculares não disciplinares assume especificidades próprias, de acordo com as características de cada ciclo, sendo da responsabilidade do professor titular de turma, no caso do 1.º ciclo, e do conselho de turma, no caso dos 2.º e 3.º ciclos.

5 — As escolas, no âmbito da sua autonomia, devem desenvolver outros projectos e actividades que contribuam para a formação pessoal e social dos alunos, nas quais se inclui, nos termos da Constituição e da lei, a Educação Moral e Religiosa, de frequência facultativa.

6 — As orientações para as diversas áreas curriculares dos três ciclos do ensino básico, incluindo os conteúdos programáticos das áreas disciplinares, são homologadas por despacho do Ministro da Educação.

7 — No respeito pelos limites constantes dos desenhos curriculares a que se refere o n.º 1 do presente artigo, compete à escola, no desenvolvimento da sua autonomia e no âmbito do seu projecto curricular, definir as cargas horárias a atribuir às diversas componentes do currículo.

Artigo 6.º

Formações transdisciplinares

1 — A educação para a cidadania bem como a valorização da língua portuguesa e da dimensão humana do trabalho constituem formações transdisciplinares, no âmbito do ensino básico.

2 — Constitui ainda formação transdisciplinar de carácter instrumental a utilização das tecnologias de informação e comunicação, a qual deverá conduzir, no âmbito da escolaridade obrigatória, a uma certificação da aquisição das competências básicas neste domínio.

Artigo 7.º

Línguas estrangeiras

1 — As escolas do 1.º ciclo podem, de acordo com os recursos disponíveis, proporcionar a iniciação a uma língua estrangeira, com ênfase na sua expressão oral.

2 — A aprendizagem de uma língua estrangeira inicia-se obrigatoriamente no 2.º ciclo e prolonga-se no 3.º ciclo, de modo a proporcionar aos alunos o domínio da língua num crescendo de adequação e fluência.

3 — A aprendizagem de uma segunda língua estrangeira é obrigatória no 3.º ciclo.

Artigo 8.º

Língua portuguesa como segunda língua

As escolas devem proporcionar actividades curriculares específicas para a aprendizagem da língua portuguesa como segunda língua aos alunos cuja língua materna não seja o português.

Artigo 9.º

Actividades de enriquecimento do currículo

As escolas, no desenvolvimento do seu projecto educativo, devem proporcionar aos alunos actividades de enriquecimento do currículo, de carácter facultativo e de natureza eminentemente lúdica e cultural, incidindo, nomeadamente, nos domínios desportivo, artístico, científico e tecnológico, de ligação da escola com o meio, de solidariedade e voluntariado e da dimensão europeia na educação.

Artigo 10.º

Educação especial

1 — Aos alunos com necessidades educativas especiais de carácter permanente é oferecida a modalidade de educação especial.

2 — Para efeitos do presente diploma, consideram-se alunos com necessidades educativas especiais de carácter permanente os alunos que apresentem incapacidade ou incapacidades que se reflictam numa ou mais áreas de realização de aprendizagens, resultantes de deficiências de ordem sensorial, motora ou mental, de perturbações da fala e da linguagem, de perturbações graves da personalidade ou do comportamento ou graves problemas de saúde.

3 — O disposto nos números anteriores é objecto de regulamentação própria.

Artigo 11.º

Diversificação das ofertas curriculares

1 — Visando assegurar o cumprimento da escolaridade obrigatória e combater a exclusão, as escolas dispõem de dispositivos de organização e gestão do currículo, destinados especialmente a alunos que revelem insucesso escolar repetido ou problemas de integração na comunidade educativa, os quais, para além da formação escolar, podem conferir um certificado de qualificação profissional.

2 — Compete às escolas, no desenvolvimento da sua autonomia e no âmbito do seu projecto educativo, conceber, propor e gerir outras medidas específicas de diversificação da oferta curricular.

3 — As orientações relativas à diversificação das ofertas curriculares constam de despacho do Ministro da Educação ou de despacho conjunto dos Ministros da Educação e do Trabalho e da Solidariedade quando, para além da certificação escolar, confiram um certificado de qualificação profissional.

CAPÍTULO III

Avaliação

Artigo 12.º

Avaliação das aprendizagens

1 — A avaliação constitui um processo regulador das aprendizagens, orientador do percurso escolar e certificador das diversas aquisições realizadas pelo aluno ao longo do ensino básico.

2 — Na avaliação das aprendizagens dos alunos intervêm todos os professores envolvidos, assumindo particular responsabilidade neste processo o professor titular de turma, no 1.º ciclo, e os professores que integram o conselho de turma, nos 2.º e 3.º ciclos.

3 — A escola deve assegurar a participação dos alunos e dos pais e encarregados de educação no processo de avaliação das aprendizagens, em condições a estabelecer no respectivo regulamento interno.

4 — Podem, ainda, ter intervenção no processo de avaliação das aprendizagens dos alunos os serviços especializados de apoio educativo, os órgãos de administração e gestão da escola ou do agrupamento de escolas, bem como outras entidades, nomeadamente serviços centrais e regionais da administração da educação, de acordo com o disposto na lei e no regulamento interno da escola.

5 — No âmbito da sua autonomia, compete à escola, em articulação com os serviços centrais e regionais da administração da educação, desenvolver e divulgar instrumentos de informação para os alunos, pais e encarregados de educação e demais elementos da comunidade educativa.

6 — As medidas de desenvolvimento do disposto no presente diploma em matéria de avaliação das aprendizagens dos alunos são aprovadas por despacho do Ministro da Educação.

Artigo 13.º

Modalidades

1 — A avaliação das aprendizagens compreende as modalidades de avaliação diagnóstica, de avaliação formativa e de avaliação sumativa.

2 — A avaliação diagnóstica realiza-se no início de cada ano de escolaridade, devendo articular-se com estratégias de diferenciação pedagógica, de superação de eventuais dificuldades dos alunos, de facilitação da sua integração escolar e de apoio à orientação escolar e vocacional.

3 — A avaliação formativa assume carácter contínuo e sistemático, recorre a uma variedade de instrumentos de recolha de informação, adequados à diversidade das aprendizagens e aos contextos em que ocorrem, tendo como uma das funções principais a regulação do ensino e da aprendizagem.

4 — A avaliação sumativa realiza-se no final de cada período lectivo, utiliza a informação recolhida no âmbito da avaliação formativa e traduz-se na formulação de um juízo globalizante sobre as aprendizagens realizadas pelos alunos.

5 — No 1.º ciclo do ensino básico, a avaliação sumativa exprime-se de forma descritiva, incidindo sobre as diferentes áreas curriculares.

6 — Nos 2.º e 3.º ciclos do ensino básico, a avaliação sumativa exprime-se numa escala de 1 a 5 nas áreas curriculares disciplinares, assumindo formas de expressão qualitativa nas áreas curriculares não disciplinares.

Artigo 14.º

Efeitos da avaliação

1 — A evolução do processo educativo dos alunos no ensino básico assume uma lógica de ciclo, progredindo ao ciclo imediato o aluno que tenha desenvolvido as competências a que se refere o n.º 2 do artigo 2.º do presente diploma.

2 — Em situações de não realização das aprendizagens definidas no projecto curricular de turma para um ano não terminal de ciclo que, fundamentadamente, comprometam o desenvolvimento das competências definidas para um ciclo de escolaridade, o professor titular de turma, no 1.º ciclo, ouvidos os competentes conselhos de docentes, ou o conselho de turma, nos 2.º e 3.º ciclos, poderá determinar a retenção do aluno no mesmo ano de escolaridade, excepto no caso do 1.º ano de escolaridade.

3 — Em situações de retenção, compete ao professor titular de turma, no 1.º ciclo, e ao conselho de turma, nos 2.º e 3.º ciclos, identificar as aprendizagens não realizadas pelo aluno, as quais devem ser tomadas em

consideração na elaboração do projecto curricular da turma em que o referido aluno venha a ser integrado no ano escolar subsequente.

Artigo 15.º

Conclusão e certificação do ensino básico

1 — Aos alunos que concluam com aproveitamento o ensino básico é passado o diploma do ensino básico pelo órgão de direcção executiva da respectiva escola.

2 — A requerimento dos interessados, podem, ainda, ser emitidas, pelo órgão de direcção executiva da escola, em qualquer momento do percurso escolar do aluno, certidões das habilitações adquiridas, as quais podem discriminar as disciplinas e áreas curriculares não disciplinares concluídas e respectivos resultados de avaliação.

Artigo 16.º

Avaliação do desenvolvimento do currículo nacional

O desenvolvimento do currículo nacional, bem como aquisição pelos alunos das competências essenciais estruturantes nos diversos ciclos do ensino básico, é objecto de avaliação, recorrendo a uma diversidade de técnicas e de instrumentos.

Artigo 17.º

Provas nacionais de aferição

1 — As provas nacionais de aferição constituem um dos instrumentos de avaliação do desenvolvimento do currículo nacional e destinam-se a fornecer informação relevante aos professores, às escolas e à administração educativa, não produzindo efeitos na progressão escolar dos alunos.

2 — O enquadramento do processo de realização das provas nacionais de aferição é objecto de despacho do Ministro da Educação, sendo a sua realização da responsabilidade de serviços centrais do Ministério da Educação.

CAPÍTULO IV

Disposições finais e transitórias

Artigo 18.º

Formação de professores

1 — Na organização dos cursos de formação inicial de professores do ensino básico são respeitados os princípios orientadores da organização e da gestão do currículo do ensino básico constantes do presente diploma, de acordo com os perfis de qualificação para a docência decorrentes do disposto na Lei de Bases do Sistema Educativo.

2 — A organização de acções de formação contínua de professores deve tomar em consideração as necessidades reais de cada contexto escolar, nomeadamente através da utilização de modalidades de formação centradas na escola e nas práticas profissionais, e dar uma particular atenção às áreas curriculares não disciplinares.

3 — A organização de acções de formação especializada de professores deve dar uma particular atenção às áreas de desenvolvimento curricular, de supervisão pedagógica e de orientação educativa.

Artigo 19.º

Grupos de docência e distribuição de serviço

1 — Por portaria do Ministro da Educação são reorganizados os grupos de docência, por forma a corresponder aos princípios orientadores da organização e da gestão do currículo constantes do presente diploma.

2 — Até à publicação da portaria a que se refere o número anterior, a distribuição de serviço aos docentes em cada escola deve obedecer a uma lógica de gestão integrada de recursos humanos, no respeito pelos princípios orientadores da organização e da gestão do currículo constantes do presente diploma.

3 — A adequação da componente lectiva dos docentes à nova organização da carga horária dos alunos, de acordo com o previsto nos anexos II e III ao presente diploma, é definida por despacho do Ministro da Educação, no respeito pelo disposto no artigo 77.º do Estatuto da Carreira Docente, aprovado pelo Decreto-Lei n.º 139-A/90, de 28 de Abril, na redacção que lhe foi dada pelo Decreto-Lei n.º 1/98, de 2 de Janeiro.

Artigo 20.º

Produção de efeitos

1 — O presente diploma produz efeitos no ano lectivo de 2001-2002 no que respeita a todos os anos de escolaridade dos 1.º e 2.º ciclos do ensino básico.

2 — O presente diploma produz efeitos a partir do ano lectivo de:

a) 2002-2003 no que respeita ao 7.º ano de escolaridade;
b) 2003-2004 no que respeita ao 8.º ano de escolaridade;
c) 2004-2005 no que respeita ao 9.º ano de escolaridade.

3 — Os mecanismos de transição para os desenhos curriculares aprovados pelo presente diploma são definidos por despacho do Ministro da Educação.

Artigo 21.º

Norma revogatória

É revogado o Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto, em tudo o que se refere ao ensino básico, de acordo com a calendarização definida no artigo anterior.

Visto e aprovado em Conselho de Ministros de 2 de Novembro de 2000. — *Jorge Paulo Sacadura Almeida Coelho* — *Guilherme d'Oliveira Martins* — *Joaquim Augusto Nunes Pina Moura* — *Eduardo Luís Barreto Ferro Rodrigues* — *Augusto Ernesto Santos Silva* — *Alberto de Sousa Martins.*

Promulgado em 6 de Janeiro de 2001.

Publique-se.

O Presidente da República, JORGE SAMPAIO.

Referendado em 11 de Janeiro de 2001.

O Primeiro-Ministro, *António Manuel de Oliveira Guterres.*

ANEXO

1.º ciclo

Componentes do currículo		
Educação para a cidadania	Áreas curriculares disciplinares: Língua Portuguesa. Matemática. Estudo do Meio. Expressões: Artísticas; Físico-motoras.	
	Formação pessoal e social	Áreas curriculares não disciplinares (*a*): Área do projecto. Estudo acompanhado. Formação cívica.
		Total: 25 horas.
		Educação Moral e Religiosa (*b*).
		Actividades de enriquecimento (*c*).

(*a*) Estas áreas devem ser desenvolvidas em articulação entre si e com as áreas disciplinares, incluindo uma componente de trabalho dos alunos com as tecnologias da informação e da comunicação e constar explicitamente do projecto curricular de turma.
(*b*) Área curricular disciplinar de frequência facultativa, nos termos do n.º 5 do artigo 5.º
(*c*) Actividades de carácter facultativo, nos termos do artigo 9.º, incluindo uma possível iniciação a uma língua estrangeira, nos termos do n.º 1 do artigo 7.º

O trabalho a desenvolver pelos alunos integrará, obrigatoriamente, actividades experimentais e actividades de pesquisa adequadas à natureza das diferentes áreas, nomeadamente no ensino das ciências.

ANEXO II

2.º ciclo

Componentes do currículo			Carga horária semanal (× 90 min.) (*a*) 5.º ano	6.º ano	Total ciclo
Educação para a cidadania	Áreas curriculares disciplinares: Línguas e Estudos Sociais Língua Portuguesa. Língua Estrangeira. História e Geografia de Portugal.		5	5,5	10,5
	Matemática e Ciências Matemática. Ciências da Natureza.		3,5	3,5	7
	Educação Artística e Tecnológica Educação Visual e Tecnológica (*b*). Educação Musical.		3	3	6
	Educação Física		1,5	1,5	3
	Formação pessoal e social	Áreas curriculares não disciplinares (*c*) Área de projecto. Estudo acompanhado. Formação cívica.	3	2,5	5,5
		Total	16	16	32
		A decidir pela escola	0,5	0,5	1
		Educação Moral e Religiosa (*d*)	0,5	0,5	1

Componentes do currículo			Carga horária semanal (× 90 min.) (*a*)		
			5.º ano	6.º ano	Total ciclo
Educação para a cidadania	Formação pessoal e social	Máximo global	17	17	34
		Actividades de enriquecimento (*e*).			

(*a*) A carga horária semanal refere-se a tempo útil de aula e está organizada em períodos de 90 minutos, assumindo a sua distribuição por anos de escolaridade um carácter indicativo. Em situações justificadas, a escola poderá propor uma diferente organização da carga horária semanal dos alunos, devendo contudo respeitar os totais por área curricular e ciclo, assim como o máximo global indicado para cada ano de escolaridade.

(*b*) A leccionação de Educação Visual e Tecnológica estará a cargo de dois professores.

(*c*) Estas áreas devem ser desenvolvidas em articulação entre si e com as áreas disciplinares, incluindo uma componente de trabalho dos alunos com as tecnologias da informação e da comunicação e constar explicitamente do projecto curricular de turma. A área de projecto e o estudo acompanhado são assegurados por equipas de dois professores de turma, preferencialmente de áreas científicas diferentes.

(*d*) Disciplina de frequência facultativa, nos termos do n.º 5 do artigo 5.º

(*e*) Actividades de carácter facultativo, nos termos do artigo 9.º

O trabalho a desenvolver pelos alunos integrará, obrigatoriamente, actividades experimentais e actividades de pesquisa adequadas à natureza das diferentes áreas ou disciplinas, nomeadamente no ensino das ciências.

ANEXO III

3.º ciclo

Componentes do currículo			Carga horária semanal (× 90 min.) (*a*)			
			7.º ano	8.º ano	9.º ano	Total ciclo
Educação para a cidadania	Áreas curriculares disciplinares: Língua Portuguesa Línguas Estrangeiras LE1. LE2.		2 3	2 2,5	2 2,5	6 8
	Ciências Humanas e Sociais História. Geografia.		2	2,5	2,5	7
	Matemática		2	2	2	6
	Ciências Físicas e Naturais Ciências Naturais. Físico-Química.		2	2	2,5	6,5
	Educação Artística: Educação Visual Outra disciplina (oferta da escola) (*b*)		(*c*) 1	(*c*) 1	(*d*) 1,5	5,5
	Educação Tecnológica		(*c*) 1	(*c*) 1		
	Educação Física		1,5	1,5	1,5	4,5
	Formação pessoal e social	Área curriculares não disciplinares (*e*) Áreas de projecto. Estudo acompanhado. Formação cívica.	2,5	2,5	2,5	7,5
		Total	17	17	17	51
		A decidir pela escola	0,5	0,5	0,5	1,5
		Educação Moral e Religiosa (*f*)	0,5	0,5	0,5	1,5

Componentes do currículo			Carga horária semanal (× 90 min.) (a)			
			7.º ano	8.º ano	9.º ano	Total ciclo
Educação para a cidadania	Formação pessoal e social	Máximo global	18	18	18	54
		Actividades de enriquecimento (g).				

(a) A carga horária semanal refere-se a tempo útil de aula e está organizada em períodos de 90 minutos, assumindo a sua distribuição por anos de escolaridade um carácter indicativo.
Em situações justificadas, a escola poderá propor uma diferente organização de carga horária semanal dos alunos, devendo contudo respeitar os totais por área curricular e ciclo, assim como o máximo global indicado para cada ano de escolaridade.
(b) A escola deve oferecer outras disciplinas da área da Educação Artística (Educação Musical, Teatro, Dança, etc.).
(c) Nos 7.º e 8.º anos os alunos têm i) Educação Visual ao longo do ano lectivo e ii), numa organização equitativa ao longo de cada ano, uma outra disciplina da área da Educação Artística e Educação Tecnológica.
(d) No 9.º ano os alunos escolhem livremente uma única disciplina, entre as ofertas da escola nos domínios artístico e tecnológico.
(e) Estas áreas devem ser desenvolvidas em articulação entre si e com as áreas disciplinares, incluindo uma componente de trabalho dos alunos com as tecnologias da informação e da comunicação e constar explicitamente do projecto curricular de turma. A área de projecto e o estudo acompanhado são assegurados por uma equipa de dois professores da turma, preferencialmente de áreas científicas diferentes.
(f) Disciplina de frequência facultativa, nos termos do n.º 5 do artigo 5.º
(g) Actividades de carácter facultativo, nos termos do artigo 9.º

O trabalho a desenvolver pelos alunos integrará, obrigatoriamente, actividades experimentais e actividades de pesquisa adequadas à natureza das diferentes áreas ou disciplinas, nomeadamente no ensino das ciências.

Decreto-Lei n.º 7/2001

de 18 de Janeiro

O Programa do Governo assume como objectivo central assegurar aos jovens na faixa etária dos 15-18 anos o acesso a formações de nível secundário, consagrando, consequentemente, o ensino secundário na sua dupla natureza de ciclo intermédio de prosseguimento de estudos e de ciclo de formação terminal. Tal objectivo pressupõe, entre outros aspectos, a reorganização da actual estrutura curricular e o reforço dos mecanismos e estruturas de orientação e informação, favorecendo, desse modo, a transição entre a escolaridade básica e os diferentes percursos de educação e de formação de nível secundário.

Na verdade, o ensino secundário ocupa um lugar determinante na construção do futuro dos indivíduos e das sociedades. Em Portugal, como noutros países da União Europeia e não só, tomou-se consciência de que o ensino secundário tem de responder melhor às necessidades educativas e formativas e às legítimas expectativas pessoais dos jovens e das famílias, assim como às necessidades e exigências da sociedade. Num país em que o nível de qualificações da população é ainda muito inferior ao dos nossos parceiros da União Europeia, as formações secundárias têm necessariamente de se assumir como relevantes, permitindo, nomeadamente, a melhoria das aprendizagens, a articulação mais estreita entre a educação, a formação e a sociedade, numa perspectiva de facilitar a transição para o mercado de trabalho, a obrigatoriedade do ensino experimental nas ciências, bem como a criação de condições que assegurem o acesso à educação e à formação ao longo da vida.

Estes e outros desafios, conjugados com um conjunto de problemas e desajustamentos detectados na organização curricular e no funcionamento do ensino e das formações secundárias, levaram o Ministério da Educação a iniciar, em 1997, um processo de revisão curricular cuja concretização, nas escolas, terá início no ano lectivo de 2002-2003 para todos os jovens que, nesse ano, ingressem no 10.º ano de escolaridade, estendendo-se progressivamente aos 11.º e 12.º anos de escolaridade nos anos lectivos subsequentes.

Este processo, tal como referido no *Documento Orientador das Políticas para o Ensino Secundário*, desenvolveu-se, tendo em conta que a escola ocupa um lugar central na concretização das políticas educativas, num quadro de crescente autonomia na gestão dos seus recursos humanos e materiais.

O lançamento da *Revisão Participada do Currículo*, a distribuição pública do *Documento Orientador das Políticas para o Ensino Secundário* e, sobretudo, a sua apresentação e discussão no Conselho Nacional de Educação (CNE) e num número significativo de iniciativas promovidas por escolas secundárias, por associações profissionais de professores e por sociedades científicas assumiu especial relevância em todo o processo de revisão curricular.

Na sequência da clarificação dos problemas identificados no âmbito do processo de *Revisão Participada do Currículo*, e na linha do *Documento Orientador das Políticas para o Ensino Secundário*, o Ministério da Educação anunciou, em Julho de 1998, 10 medidas de revisão curricular, das quais 5 se referem ao ensino secundário, tendo como orientações centrais a articulação e consistência entre currículo e avaliação e a necessária compatibilidade com a educação básica. Com base nestas orientações iniciou-se o processo de elaboração de uma proposta de revisão curricular para o ensino secundário integrando contributos de documentos programáticos internacionais, de pareceres do Conselho Nacional de Educação e da análise das organizações curriculares do ensino secundário de diversos países, com especial destaque para os da União Europeia. Esta proposta foi divulgada junto dos parceiros sociais, das associações profissionais de professores, sociedades científicas e organizações profissionais diversas e realizaram-se dezenas de reuniões com as entidades referidas, onde a proposta apresentada foi analisada e discutida, tendo os pareceres recebidos permitido clarificar e melhorar a proposta apresentada.

Essa proposta assume a centralidade da escola, pois é aí que se pode e deve desenvolver o essencial das aprendizagens e da educação e formação dos alunos. Por isso, as escolas secundárias deverão ser capazes de criar ambientes de aprendizagem estimulantes, baseados em projectos claros, coerentes e com real valor educativo e formativo. Projectos que articulem o currículo definido a nível nacional com o contexto social, cultural e económico em que estão integradas, devendo, por isso

1.4. Despacho nº 9590/99 de 29/04

4 — O desenho curricular deve ser elaborado de acordo com as seguintes orientações:

4.1 — Nos 2.º e 3.º ciclos, o desenho curricular comporta, por regra, uma carga horária semanal de trinta horas, incluindo as seguintes áreas curriculares não disciplinares:

a) Estudo Acompanhado (duas horas);
b) Projecto Interdisciplinar (duas horas);
c) Educação para a Cidadania (uma hora).

4.2 — No 3.º ciclo, o desenho curricular deve ainda considerar:

a) A introdução da segunda língua estrangeira;
b) A sequencialidade disciplinar ao longo do ciclo;
c) Uma área disciplinar de Educação Artística e Tecnológica, assegurada por dois professores, em que os alunos podem optar por Educação Visual e Educação Tecnológica ou Educação Visual e Educação Musical;

4.3 — Sem prejuízo do disposto nos números anteriores, os estabelecimentos de ensino poderão propor a organização de outras respostas educativas de enriquecimento do currículo;

4.4 — Os estabelecimentos de ensino poderão organizar as cargas horárias das diversas disciplinas segundo agrupamentos flexíveis de tempos lectivos, os quais podem não seguir o modelo tradicional de cinquenta minutos;

4.5 — As áreas de Estudo Acompanhado e de Projecto Interdisciplinar são asseguradas por equipas de dois professores da turma, devendo garantir-se uma representação que viabilize a articulação de diferentes saberes disciplinares;

4.6 — A área de Educação para a Cidadania é coordenada pelo director de turma, em cujo horário deve constar uma hora especificadamente destinada a esta actividade, coincidente com a hora marcada no horário dos alunos;

4.7 — No 2.º ciclo, a distribuição de serviço docente deve tomar em consideração as áreas pluridisciplinares previstas no mapa n.º 2 anexo ao Decreto-Lei n.º 286/89, de 29 de Agosto, no sentido de ser assegurada uma redução do número de professores por conselho de turma.

Secretaria-Geral

Aviso n.º 8785/99 (2.ª série). — 1 — Nos termos do disposto no artigo 33.º do Decreto-Lei n.º 498/88, de 30 de Dezembro, faz-se pública a lista de classificação final do concurso interno geral de ingresso para provimento de sete lugares de chefe de repartição do quadro único de pessoal dos organismos e serviços centrais, regionais e tutelados do Ministério da Educação, aberto pelo aviso n.º 5228/97, publicado no *Diário da República*, 2.ª série, n.º 191, de 20 de Agosto de 1997, e rectificado no *Diário da República*, 2.ª série, n.ºs 208, de 9 de Setembro de 1997, e 4, de 6 de Janeiro de 1998 (rectificações n.ºs 930/97 e 13/98, respectivamente).

2 — Candidatos aprovados:

	Valores
1.º Maria Teresa Matias Nogueira Nunes António	17,97
2.º João Lopes Carolino	17,88
3.º Maria do Céu Carapeto Costa Antunes Teixeira	17,32
4.º Maria da Conceição de Sousa Alves	16,79
5.º Maria Adelina Tomé Esteves	16,71
6.º Rui Ferreira da Silva	16,67
7.º Maria Aida da Conceição Mogas de Aguilar	16,58
8.º Maria Cândida Fernandes Rocha de Araújo	16,53
9.º Maria de Fátima Alves Lico Gradíssimo Martins	16,50
10.º Mário Vasco Magalhães Monteiro	16,43
11.º Maria de Fátima Libório Brás Marques Almeida	16,38
12.º Maria Helena Cardoso de Jesus	16,01
13.º Teresa Maria Vaz Guerra Ramalho	15,72
14.º Eugénia Maria Fonseca Campos Santos (a)	15,60
15.º Ermelinda Rodrigues Muge Teotónio da Silva (a)	15,60
16.º António Manuel Pereira da Costa Sousa	15,56
17.º Maria Carolina Ruivo Paquete Ramalho	15,22
18.º Maria Judite Esperança Ferreira Carvalho Rodrigues	15,18
19.º Vítor João Brites Correia de Sousa	15,12
20.º Maria Isabel da Palma Lopes Barroso Lozano	15,11
21.º Fernando Ventura de Carvalho	15,10
22.º Maria Júlia Plantier de Goes e Touraes	14,91
23.º Filomena Maria da Gama Fernandes Costa Pessoa	14,89
24.º Marília de Brito Barros	14,50
25.º Hermínea Ribeiro Nobre	14,41
26.º Margarida Maria Ribeiro Albuquerque dos Santos	14,38
27.º Cândida Adelaide Pinelo	14,02
28.º Ana Maria da Silva Gonçalves Malheiro Casimiro	13,78
29.º Maria dos Remédios Miguéns Gonçalves Gomes	13,71
30.º Olívia da Conceição Carapeto Marques Rodrigues Cabral	13,03

(a) Aplicados os critérios de preferência estabelecidos no artigo 32.º do Decreto-Lei n.º 498/88, de 30 de Dezembro, na redacção dada pelo artigo 1.º do Decreto-Lei n.º 215/95, de 22 de Agosto.

3 — Candidatos excluídos por não terem comparecido à prova escrita de conhecimentos:

Alberto Gonçalves Tavares.
Ana Maria Pais Almeida Ferreira de Almeida.
Andreza de Matos Silva.
Ângela do Rosário Boné Laço da Costa Ribeiro.
Armando José da Assunção Ferreira.
Cândida Maria de Almeida Marques da Silva.
Edite Maria Dias da Silva.
Fernanda Maria Mestre Simões.
Fernando Manuel Pina Ferreira.
Francisco José de Vasconcelos de Almeida e Silva Munhoz.
Isália Linete Vales Rodrigues.
José Augusto dos Santos Ferreira.
José Manuel Alves.
Jusminda Barata Garcia.
Luísa Maria Antunes Rodrigues Martins Carneiro.
Manuel José Basto Pereira da Fonseca.
Manuel Pena Vaz.
Margarete dos Santos Queiroz Dias Friaças.
Mararida da Purificação Oliveira dos Santos Cardoso.
Maria Alice Domingues Gonçalves Pereira.
Maria de Fatima Lima Rodrigues.
Maria de Fátima Salgueiro Teixeira e Castro.
Maria de Lurdes de Jesus Ribeiro Pêgo Ferreira.
Maria de Lurdes Pires Corico.
Maria do Carmo Maximiano Ribeiro.
Maria Lurdes Correia Lopes.
Maria Rosa Mota Baptista de Sousa.
Maria Teresa Loureiro Ribeiro de Almeida Gominho.
Rosalina Maria Mesquita Meireles Calado.
Serafim Pinto Paulino.
Susana Maria Ferreira Braz Alves.

4 — Nos termos do disposto no artigo 34.º do Decreto-Lei n.º 498/88, de 30 de Dezembro, na redacção dada pelo artigo 1.º do Decreto-Lei n.º 215/95, de 22 de Agosto, cabe recurso, querendo, para o Ministro da Educação, no prazo de oito dias úteis a contar da data da publicação da presente lista.

20 de Abril de 1999. — O Presidente do Júri, *Arlindo Alegre Donário.*

Direcção Regional de Educação do Centro

Escola Básica 2, 3 de São Pedro de Alva

Aviso n.º 8786/99 (2.ª série). — Nos termos do disposto no n.º 1 do artigo 93.º do Decreto-Lei n.º 100/99, de 31 de Março, e para conhecimento dos interessados, faz-se público que se encontra afixada no *placard* dos Serviços Administrativos a lista de antiguidade do pessoal não docente deste estabelecimento de ensino abrangido por aquele decreto-lei.

Os funcionários constantes da referida lista dispõem de 30 dias a contar da publicação deste aviso no *Diário da República* para apresentar reclamação ao dirigente máximo se assim o entenderem.

30 de Abril de 1999. — A Presidente do Conselho Directivo, *Adélia Pereira Marques.*

Direcção Regional de Educação de Lisboa

Escola Secundária de D. João de Castro

Aviso n.º 8787/99 (2.ª série). — Nos termos do disposto no n.º 1 do artigo 95.º do Decreto-Lei n.º 497/88, de 30 de Dezembro, faz-se público que se encontra afixada no *placard* desta Escola a lista de antiguidade do pessoal não docente aprovada pelos serviços e reportada a 31 de Dezembro de 1998.

i) Autorizar a constituição de fundos de maneio;
j) Autorizar a aceitação de bens, desde que não tenham condições especiais, nem impeçam o poder de utilização por parte do Estado.

2 — O presente despacho produz efeitos desde 1 de Janeiro de 1999, ficando deste modo ratificados os actos praticados desde aquela data pela secretária-geral do Conselho Nacional de Avaliação do Ensino Superior.

27 de Abril de 1999. — Pelo Ministro da Educação, *Guilherme d'Oliveira Martins*, Secretário de Estado da Administração Educativa.

Gabinete do Secretário de Estado da Administração Educativa

Despacho n.º 9588/99 (2.ª série). — O Alto de Rodes terá sido um dos pontos de defesa da cidade de Faro. Neste local elevado houve, até ao século XIX, um baluarte, de que resta um dos canhões de ferro fundido no Museu Arqueológico.

Desconhece-se, porém, exactamente a origem do nome de Alto de Rodes. Álvaro Pais sugeriu que estes campos terão sido, possivelmente, pertença dos Cavaleiros de Rodes, ordem militar com sede em Portugal, no Crato.

A confirmar-se este facto, parece ser esta a explicação mais plausível para a origem do topónimo. No entanto, outras hipóteses menos credíveis têm sido ventiladas, como sejam, o nome de Rodes resultar do substantivo rodas que terá sido usado pela existência de uma azenha ou de uma oficina.

Hoje, Alto de Rodes é o bairro da cidade de Faro onde se situa a Escola do 1.º Ciclo do Ensino Básico n.º 3, pelo que é adequada a proposta do órgão de gestão desta Escola, que obteve a concordância da Câmara Municipal, no sentido da atribuição do nome de Alto de Rodes àquele estabelecimento de ensino.

Assim, preenchidos que estão os requisitos e demais formalidades previstos no Decreto-Lei n.º 387/90, de 10 de Dezembro, com as alterações introduzidas pelo Decreto-Lei n.º 314/97, de 15 de Novembro, determino:

A Escola do 1.º Ciclo do Ensino Básico n.º 3, Faro, passa a denominar-se Escola Básica do 1.º Ciclo de Alto de Rodes, Faro.

28 de Abril de 1999. — O Secretário de Estado da Administração Educativa, *Guilherme d'Oliveira Martins*.

Gabinete do Secretário de Estado do Ensino Superior

Despacho n.º 9589/99 (2.ª série). — Em face do resultado eleitoral de 24 de Março de 1999, homologo, nos termos do disposto no n.º 2 do artigo 19.º da Lei n.º 54/90, de 5 de Setembro, a eleição da licenciada Maria Cristina Parreira Gago da Silva Corrêa Figueira como presidente do Instituto Politécnico de Setúbal.

23 de Abril de 1999. — O Secretário de Estado do Ensino Superior, *Alfredo Jorge Silva*.

Gabinete da Secretária de Estado da Educação e Inovação

Despacho n.º 9590/99 (2.ª série). — Na sequência do processo de reflexão participada sobre os currículos do ensino básico, debate alargado que mobilizou as escolas no decurso do ano lectivo de 1996-1997, o Departamento da Educação Básica iniciou, no ano lectivo de 1997-1998, o projecto de gestão flexível do currículo, regulamentado pelo despacho n.º 4848/97 (2.ª série), de 30 de Julho, e enquadrado no âmbito do regime da autonomia, administração e gestão das escolas, aprovado pelo Decreto-Lei n.º 115-A/98, de 4 de Maio.

O projecto de gestão flexível do currículo visa promover uma mudança gradual nas práticas de gestão curricular nas escolas do ensino básico, com vista a melhorar a eficácia da resposta educativa aos problemas surgidos da diversidade dos contextos escolares, fazer face à falta de domínio de competências elementares por parte de muitos alunos à saída da escolaridade obrigatória e, sobretudo, assegurar que todos os alunos aprendam mais e de um modo mais significativo.

Com base na experiência dos dois primeiros anos de desenvolvimento de projectos de gestão flexível do currículo, num processo que envolveu 34 estabelecimentos de ensino, torna-se agora necessário actualizar os princípios que regulamentam e orientam estes projectos.

Nestes termos, determino:

1 — Os estabelecimentos de ensino que pretendam desenvolver projectos de gestão flexível do currículo, a partir do ano lectivo de 1999-2000, tomarão em consideração as orientações constantes do anexo ao presente despacho, que dele faz parte integrante.

2 — Os estabelecimentos que têm vindo a desenvolver projectos ao abrigo do despacho n.º 4848/97 (2.ª série), de 30 de Julho, deverão actualizá-los de acordo com o disposto no número anterior.

3 — A autorização para o desenvolvimento dos projectos referidos nos números anteriores é da competência do director do Departamento da Educação Básica, após parecer das respectivas direcções regionais de educação.

4 — Os projectos serão objecto de avaliação, em termos a definir pelas partes envolvidas, devendo ser salvaguardados os legítimos direitos dos alunos e das respectivas famílias no sentido de lhes ser assegurada a indispensável qualidade educativa das aprendizagens realizadas.

5 — O desenvolvimento dos projectos será directamente acompanhado e apoiado pelas direcções regionais de educação, em articulação com o Departamento da Educação Básica.

6 — O desenvolvimento dos projectos será ainda acompanhado pelo conselho criado pelo despacho n.º 10 430/98 (2.ª série), de 3 de Junho, o qual passa a integrar três representantes das associações de professores e sociedades científicas.

7 — A adesão ao projecto de gestão flexível do currículo depende da iniciativa dos estabelecimentos de ensino básico, bem como do ensino secundário que leccionam o 3.º ciclo do ensino básico, públicos ou particulares ou cooperativos com autonomia ou paralelismo pedagógico.

8 — Os estabelecimentos de ensino apresentarão os seus projectos às respectivas direcções regionais de educação até 15 de Junho.

9 — É revogado o despacho n.º 4848/97 (2.ª série), de 30 de Julho.

29 de Abril de 1999. — A Secretária de Estado da Educação e Inovação, *Ana Benavente*.

ANEXO

1 — Por gestão flexível do currículo entende-se a possibilidade de cada escola organizar e gerir autonomamente o processo de ensino/aprendizagem, tomando como referência os saberes e as competências nucleares a desenvolver pelos alunos no final de cada ciclo e no final da escolaridade básica, adequando-o às necessidades diferenciadas de cada contexto escolar e podendo contemplar a introdução no currículo de componentes locais e regionais.

2 — O projecto de gestão flexível do currículo pretende promover:

a) Uma mudança gradual na organização, orientação e gestão das escolas do ensino básico, visando a construção de uma escola mais humana, criativa e inteligente, com vista ao desenvolvimento integral dos seus alunos;
b) A criação de condições para que os alunos realizem mais e melhores aprendizagens, numa perspectiva de desenvolvimento de competências à saída do ensino básico;
c) O desenvolvimento profissional dos docentes e da sua capacidade de tomada de decisões em áreas chave do currículo, adoptando sempre que possível estruturas de trabalho colegial entre professores;
d) Uma maior implicação da comunidade educativa no desenvolvimento conjunto de projectos educativos e culturais que visem uma maior qualidade e pertinência das aprendizagens.

3 — A elaboração de projectos de gestão flexível do currículo deve obedecer aos seguintes requisitos:

3.1 — Integração no projecto educativo da escola, acompanhado da justificação do interesse do estabelecimento de ensino no desenvolvimento do projecto;

3.2 — Explicação do processo de tomada de decisão respeitante ao desenvolvimento do projecto da gestão flexível do currículo;

3.3 — Identificação da equipa responsável pela coordenação do projecto, a qual deve integrar um membro da direcção executiva do estabelecimento de ensino;

3.4 — Indicação do grau e amplitude do envolvimento do estabelecimento do ensino no ano lectivo de 1999-2000, optando por uma das seguintes situações:

a) Implicação de toda a escola;
b) Implicação de todo um ciclo de escolaridade;
c) Implicação de todo o 1.º ano de um ciclo de escolaridade;

3.5 — Indicação do desenho curricular proposto, respeitando as orientações constantes do n.º 4;

3.6 — Indicação dos procedimentos informativos e de consulta dos pais e encarregados de educação acerca da natureza, objectivos e organização do projecto, bem como da sua implicação no acompanhamento e avaliação do processo;

3.7 — Listagem de necessidades inerentes ao desenvolvimento do projecto, designadamente nos domínios da formação de professores, materiais de apoio e outros.

Anexo II – Material utilizado no Estudo Prévio

2.1. Proposta de Trabalho de Grupo

2.2. Grelha de Observação

2.3. Diário de Bordo

2.4. Planificação das aulas

2.5. Materiais das aulas

2.6. Relatório dos alunos

Proposta de Trabalho de Grupo

Este trabalho tem como objectivo explorar as tuas capacidades de expressão e compreensão de determinado tema.

Para isso, terás que fazer o papel de professor, ou seja, a partir de um tema relacionado com a Matemática, atribuído pela tua professora, terás de ser tu a procurar e tratar informação relacionada com esse tema, para depois o abordares com os teus colegas da melhor maneira possível, na sala de aula.

Podes ir pesquisar a quaisquer suportes à tua escolha, tais como: livros, jornais, revistas, sites da Internet, rádio, televisão, etc., enfim, uma infinidade de ferramentas que estão à tua disposição e que te podem ser bastante úteis para a realização deste trabalho.

O modo de exposição também fica ao teu critério: podes propor a resolução de problemas relacionados com a matéria e até podes fazer uma ficha de trabalho; podes utilizar ainda o humor, charadas, curiosidades, história da matemática, … Aplica a tua criatividade ao serviço da matemática! Mas, deves ter cuidado para que teus colegas consigam compreender o assunto que estás a tratar. Para isso, a tua exposição deve ser clara e objectiva, deves utilizar uma linguagem simples e falar com calma e pausadamente. Caso surjam dúvidas deves explicá-las da melhor forma possível.

Nota que a originalidade é sempre um argumento de peso.

Entrega do trabalho, 4 de Junho.

A professora: Sónia Assoreira

Grelha de Observação

Grupo	Tema	Data	Dinâmicas adoptadas	Materiais utilizados	Avaliação

DIÁRIO DE BORDO

Sessão: ____________________ Data: ___________________

Descritivo	Comentários

Planificação das aulas

Adriana Moreira 8: A N: 1 Rodrigo Fialho 8: A N: 14
Andreia Antunes 8: A N: 3 Tânia Gorinto 8: A N: 17
Cátia Carvalho 8: A N: 5

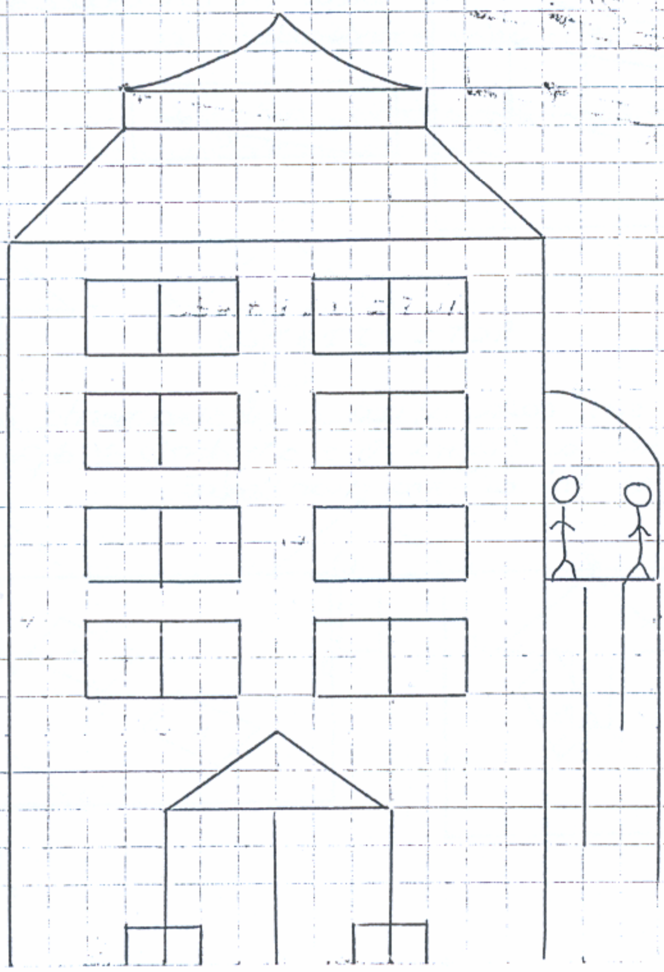
1. Translações

1.1. Def translação

As translações são transformações no plano ou no espaço que não alteram nem o tamanho, nem a forma das figuras.

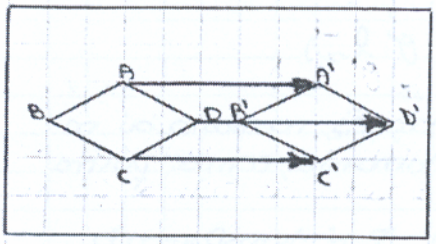
Uma translação, cada ponto P é transformado num outro ponto P' segundo umas determinadas regras.

Desta forma, podemos considerar que todo o plano (ou todo o espaço) se desloca arrastando consigo os elementos e as figuras que contém.



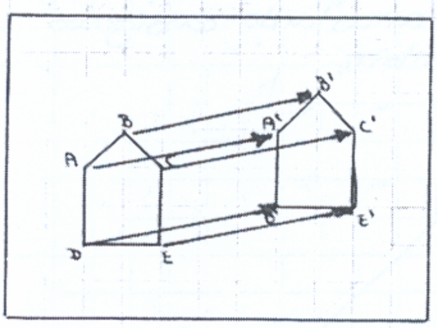
1.2 CONSTRUÇÃO DE TRANSLAÇÕES COM QUADRÍCULAS

• Exemplo 1:

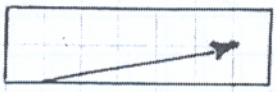


• O paralelogramo [A B C D] foi deslocado na vertical, obtendo-se um paralelogramo geometricamente igual [A' B' C' D']

• Exemplo 2:



• O polígono [A B C D E] é deslocado na direcção e sentido indicado.

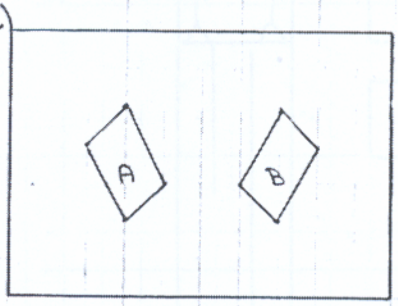


ACTIVIDADES

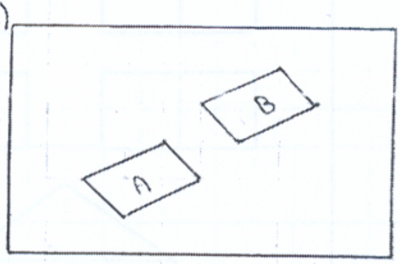
Tarefa 1

1. Observa em cada alínea o deslocamento da figura A para a figura B e atendendo à definição 1, indica se há aí uma translação.

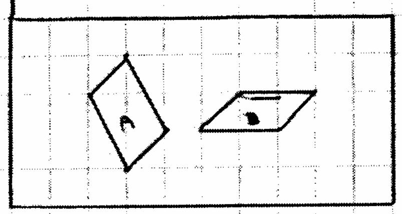
a)



b)

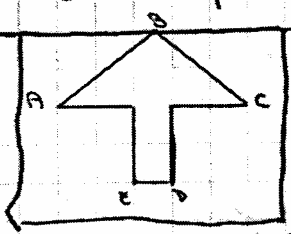


c)



R: Só em b) há uma translação.

tarefa 2. Constrói em papel quadriculado a figura representada e determine a imagem de [ABCDE] numa translação em que o objecto se desloca:

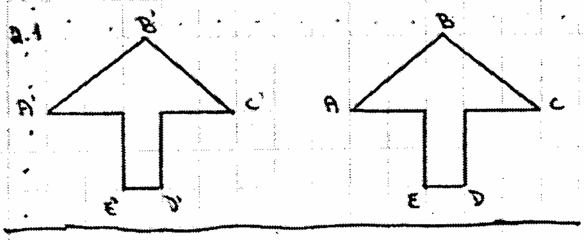


2.1. seis unidades para a esquerda.

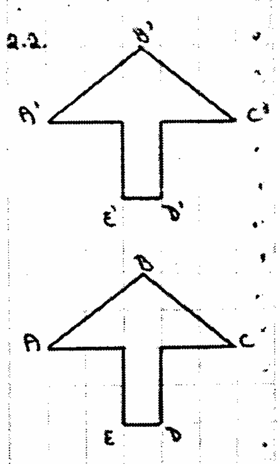
2.2. sete unidades para cima.

2.3. quatro unidades para a direita e três unidades para baixo.

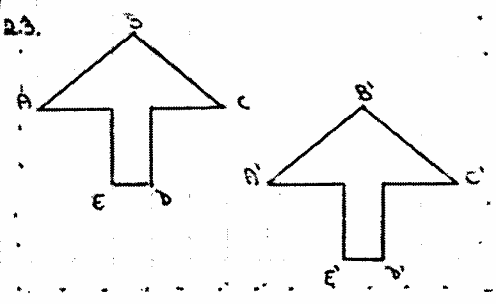
2.1



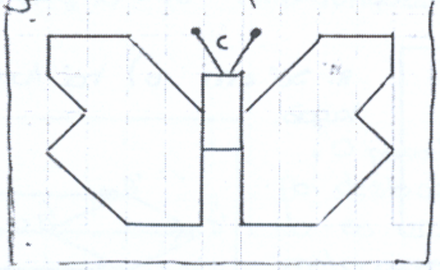
2.2.



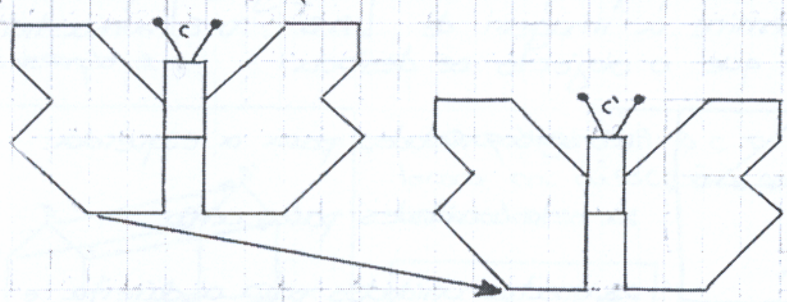
2.3.



Tarefa 3. Na figura está representada uma borboleta:

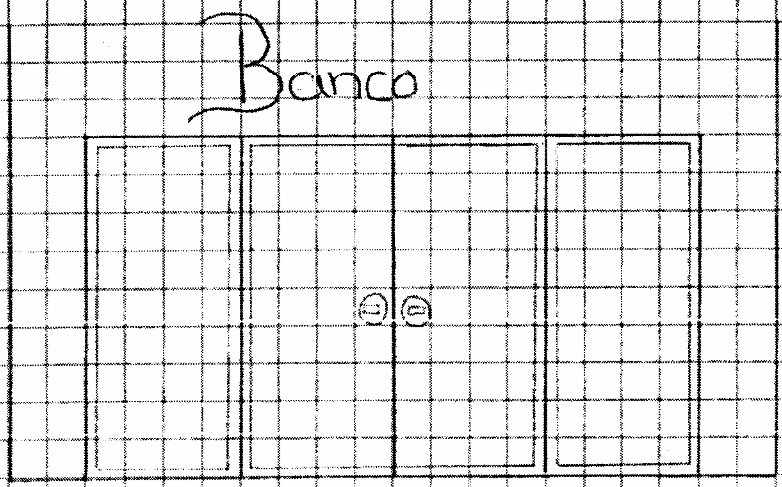


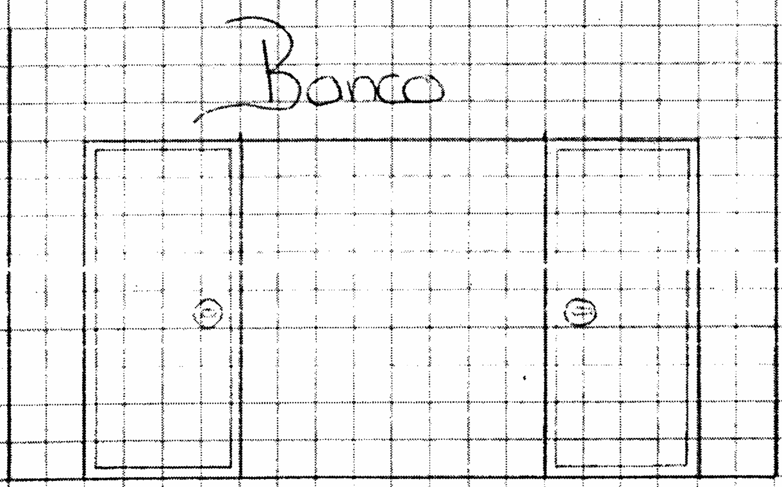
3.1. Determina a imagem da borboleta numa translação que desloca o corpo central C da borboleta para C';



Exemplo 3 → (12)

O Pedro foi acompanhar a mãe ao banco. Enquanto a mãe esperava para ser atendida, o Pedro observava a porta automática que abria e fechava, sempre que alguém entrava ou saía do banco. Ele reparou que, enquanto abria e fechava, a única tranformação que a porta sofria era a mudança de local, mantendo sempre as mesmas dimensões e forma.





ÍNDICE

Materiais das aulas

Definição de Translação

As translações são transformações no plano ou no espaço que não alteram nem o tamanho, nem a forma das figuras.

Numa translação, cada ponto P é transformado num outro ponto P' segundo umas determinadas regras.

Desta forma, podemos considerar que todo o plano (ou todo o espaço) se desloca arrastando consigo os elementos e as figuras que contém.

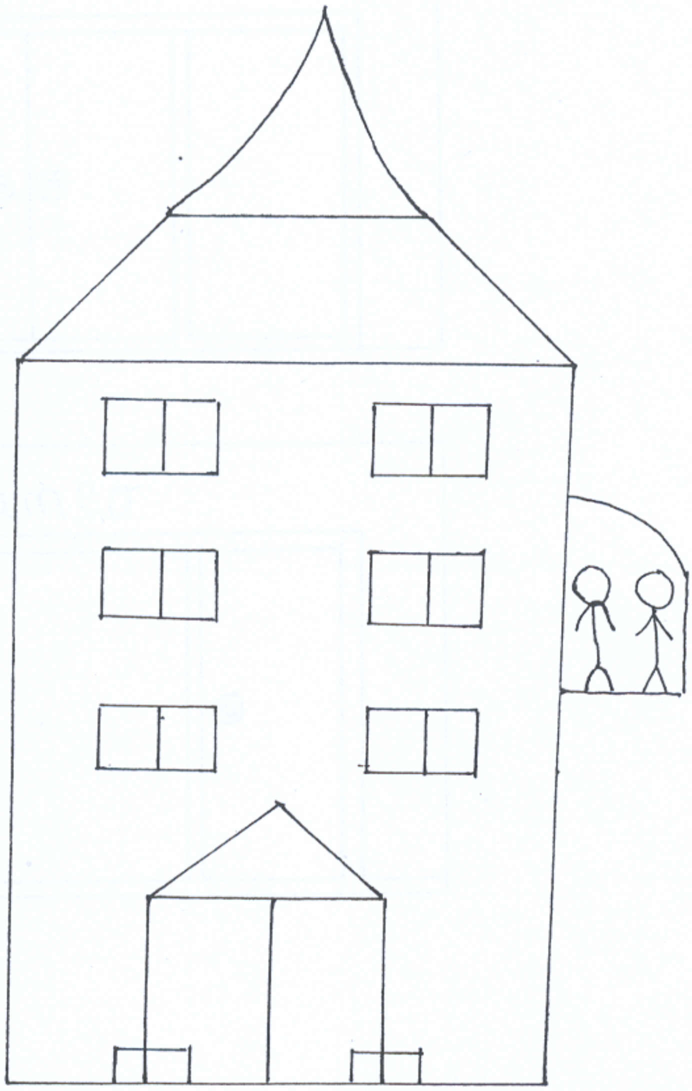
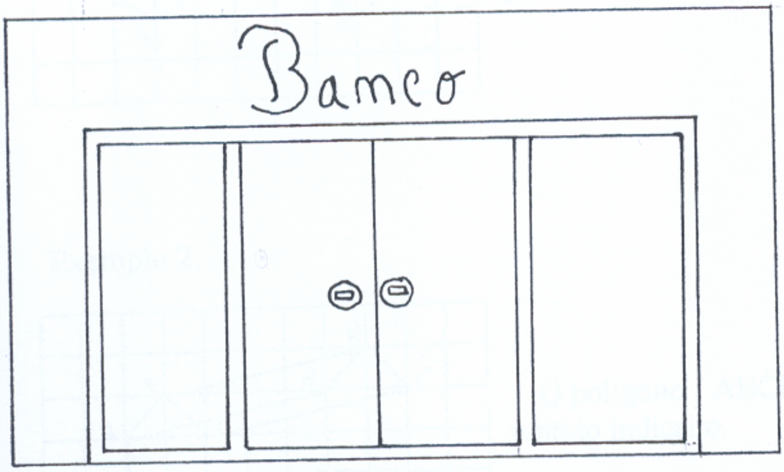


Imagem de uma Figura numa Translação Dada

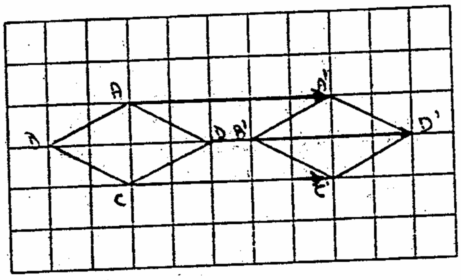
Exemplo 1:

O Pedro foi acompanhar a mãe ao Banco. Enquanto a mãe esperava para ser atendida, o Pedro observava a porta automática que abria e fechava, a única transformação que a porta sofria era a mudança do local, mantendo sempre as mesmas dimensões e forma.



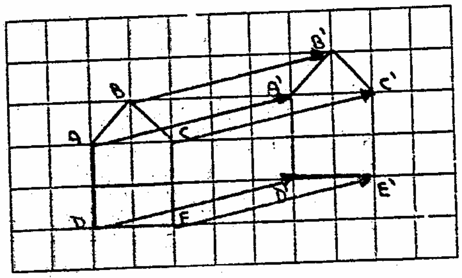
Construção de Translações com Quadriculas

Exemplo 1:

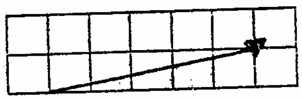


O paralelogramo [ABCD] foi deslocado na vertical, obtendo-se um paralelogramo geometricamente igual [A'B'C'D'].

Exemplo 2:

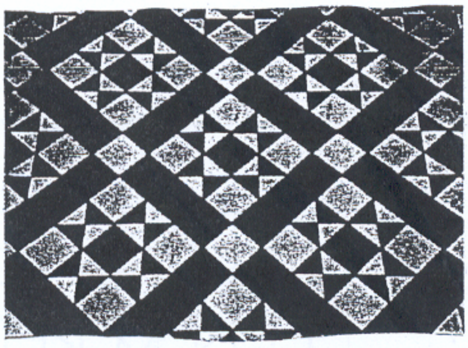


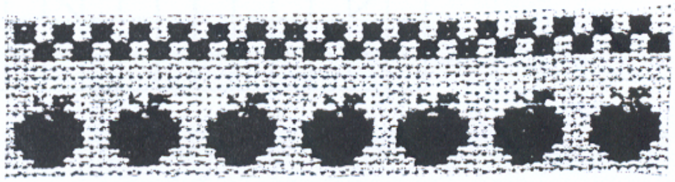
O polígono [ABCDE]é descolado na direcção e sentido indicado.

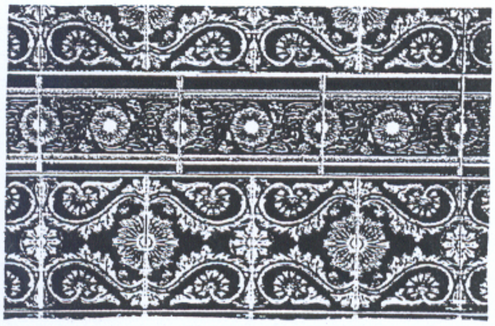


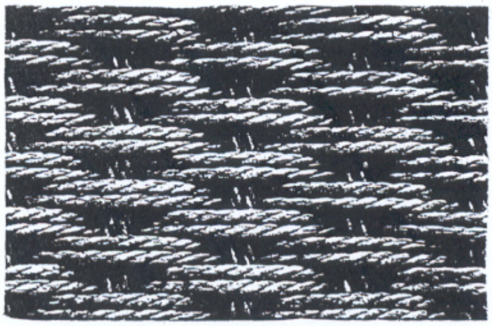
Exemplo 2:

Encontramos padrões em muitas situações do dia a dia. Podemos reparar nos pavimentos de certas igrejas, nos frisos que ornamentam livros, nos bordados, azulejos e objectos de artesanato, no desenho de camisolas, ou ainda nas calçadas por onde passamos.



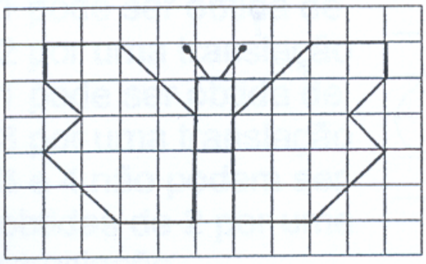




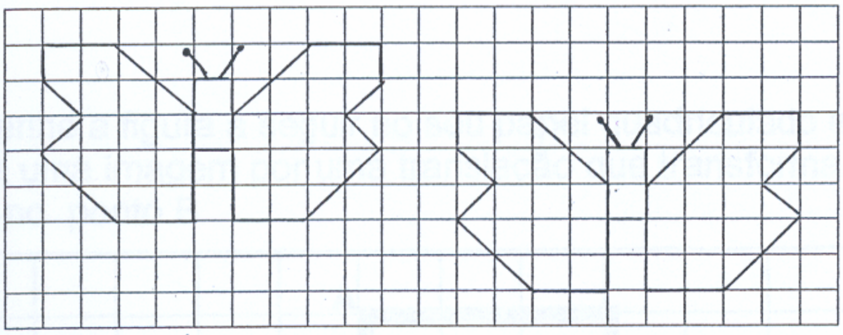


Tarefa 3

Na figura está representada uma borboleta.



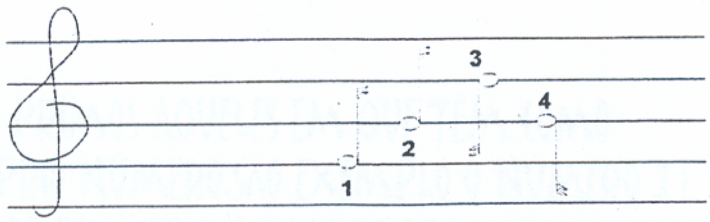
- Determina a imagem da borboleta numa translação que desloca o corpo central C da borboleta para C'.



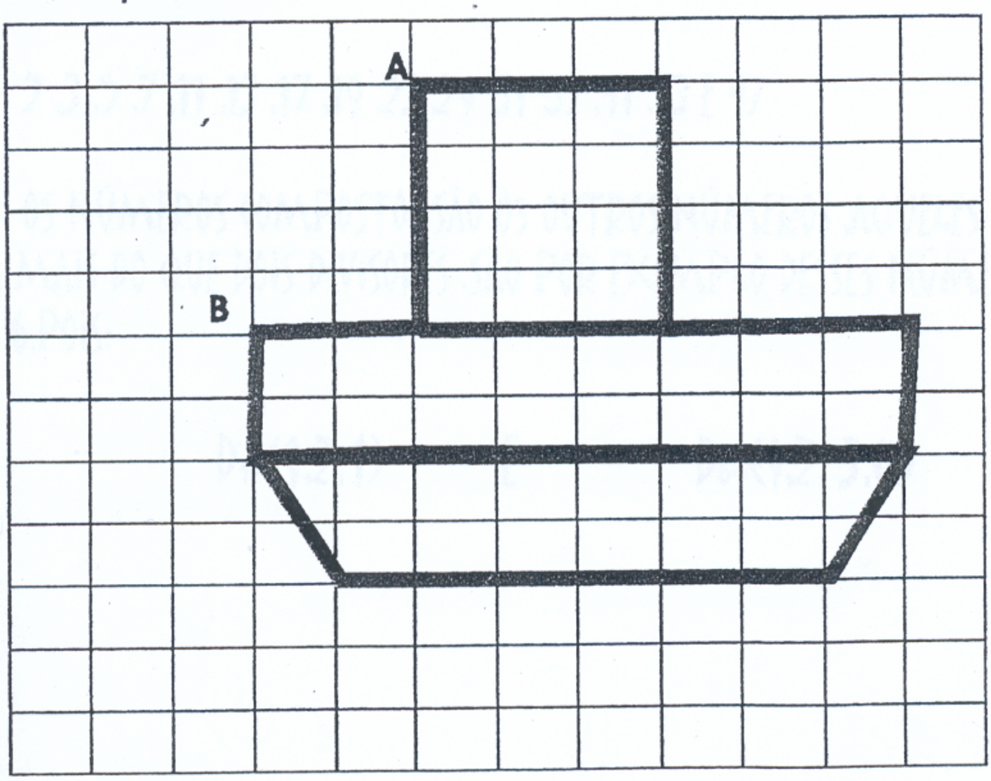
Ficha Formativa

1 – Assinala com o X a/as afirmações correctas

a) 1 pode ser obtida de 2 por uma translação
b) 1 pode ser obtida de 3 por uma translação
c) 3 e 4 não podem ser obtidas de 2 por uma translação
d) nenhuma das respostas anteriores é correcta



2 – Desenhe a figura a seguir no seu papel quadriculado e construa uma imagem por uma translação que transforma o ponto A no ponto B.



NÚMEROS PRIMOS E NÚMEROS COMPOSTOS

CHAMAM-SE NÚMEROS PRIMOS AQUELES EM QUE TÊM COMO DIVISOR O NÚMERO 1 E O PRÓPRIO NÚMERO.SÃO EXEMPLO O NÚMERO 3 E O NÚMERO 11, POIS CADA UM DELES SÓ TEM DOIS DIVISORES.

D_3 =(1,3) E D_{11}=(1,11)

OS NÚMEROS PRIMOS MAIS UTILIZADOS SÃO GERALMENTE AQUELES QUE CONSTAM NOS PRIMEIROS 50 NÚMEROS. SÃO ELES:

2 3 ,5 ,7 ,11 ,13 ,17 ;19 ,23 ,29 ,31 ,37 ,41 ,43 E 47

OS NÚMEROS COMPOSTOS SÃO OS OUTROS NÚMEROS ,AQUELES QUE TÊM MAIS DO QUE DOIS DIVISORES .SÃO POR EXEMPLO DESSES NÚMEROSO 4 E O 6,POIS:

D_4=(1,2,4) E D_6=(1,2, 3,6)

DIVISORES DE UM NÚMERO

DIZ-SE QUE UM NÚMERO TEM UM DIVISOR, SE O RESTO DA DIVISÃO INTEIRA DO 1º PELO 2º, FOR ZERO.

POR EXEMPLO, 14 TEM COMO DIVISOR 2 PORQUE A DIVISÃO DE 14 POR 2 É INTEIRA E EXACTA, OU SEJA, O RESTO DESTA DIVISÃO É ZERO.

$$\begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ \hline 0 & 7 \end{array}$$

COM ESTA OPERAÇÃO NÃO FICAM SÓ A SABER QUE 2 É DIVISOR DE 14, MAS TAMBÉM QUE 7 É UM DOS DIVISORES DE 14.

MÚLTIPLOS DE UM NÚMERO

AS NOÇÕES DE MÚLTIPLO E DE DIVISOR E ESTÃO RELACIONADAS UMA COM A OUTRA

SE 4X7=28

PODEREMOS DIZER QUE:

28 É MÚLTIPLO DE 4, E QUE 28 É MÚLTIPLO DE 7.
CONTUDO, QUANDO FALAMOS DESTA RELAÇÃO NO SENTIDO INVERSO DIZEMOS QUE 4 É DIVISOR DE 28, E QUE 7 É DIVISOR DE 28.

DIVISORES DE UM NUMERO

1-EFECTUA AS SEGUINTES OPERAÇÕES:

A)123:3 B)1456:4 C)3420:15 D)450:15

2-DESCOBRE TODOS OS DIVISORES DOS SEGUINTES NÚMEROS :

A)2 B)3 C)4 D)5 E)6 F)8 G)9 H)12

MÚLTIPLOS DE UM NUMERO

1-CONSIDERA O CONJUNTO A =(0,1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,25)
INDICA OS ELEMENTOS DE A QUE SÃO:

A)MÚLTIPLOS DE 2

B)MÚLTIPLOS DE 5

C)MÚLTIPLOS DE3

D)MÚLTIPLOS DE 10

Decomposição de números em factores primos

Decompor 1 n.º em factores primos significa transforma-lo num produto de n.ºs, todos eles primos.

Ex.: 18|_2___ --------» 9|_3_____ --------» 3|_3______
0 9 0 3 0 1

Mas podemos organizar estes dados da seguinte forma:

18	2
9	3
3	3
1	

Assim é possível escrever o n.º 18 com 1 produto de factores primos que se encontram no lado direito do traço.

$18 = 2\times3\times3$ OU $18 = 2\times3^2$

Ficha de trabalho
Lugares Geométricos

Nome:_______________________________________ **nº** _____ **Data**__/__/__

1. Define <u>Lugar Geométrico.</u>

____
____
____
____

2. Diz o que entendes por ;

➢ <u>Circunferência:</u>

____
____
____

➢ <u>Círculo</u> :

____
____
____

➢ <u>Coroa Circular:</u>

____
____
____

3. Assinala com um X os exemplos de;

➢ <u>Circunferência:</u>

a) Bola de futebol
b) Ringue
c) Berlinde

➢ <u>Circulo:</u>

a) Livro
b) Caneta
c) Relógio

➢ <u>Coroa Circular:</u>

a) Roda de carro
b) Folha de papel
c) Cadeira

Relatório de Matemática

Agora, no final da aula que dinamizaste é-te pedido que elabores um relatório, ou seja, que faças uma reflexão do trabalho que desenvolveste (indica aspectos positivos e negativos, o que sentiste, quais foram as maiores dificuldades).

SEGUE OS SEGUINTES PASSSOS PARA ELEBORAR O RELATÓRIO:

1. Identifica o grupo de trabalho, os seus respectivos nomes, a turma, a respectiva escola e a data.

2. Faz uma breve descrição do tema que trabalhaste, se tiveste ou não dúvidas e como as ultrapassaste, de como decorreu a aula e qual foi o material que usaste.

3. Apresenta as conclusões sobre o que aprendeste com o trabalho que desenvolveste e exploraste.

4. Faz uma apreciação final do trabalho, onde escreves se gostaste ou não das aulas e porquê e se achas que aprendeste mais e melhor com este tipo de aulas, onde pesquisaste e como trataste a informação que foste obtendo, ou se aprendes mais/ melhor nas aulas "normais".

COMO O TRABALHO, QUE CONCLUISTE, VAI SER AVALIADO:

1º - Correcção da linguagem (gramática)

2º - Correcção e clareza do raciocínio (ideias)

3º - Organização do trabalho escrito

4º - Utilização de vocabulário específico da disciplina e linguagem matemática

5º - Organização da apresentação.

6º- Criatividade (apresentação do trabalho)

No final faz uma apreciação global.

Professora: Sónia Assoreira

Anexo III – Instrumentos utilizados no Contexto Experimental

3.1. Questionário Inicial
3.2. Testes de Avaliação (Pré e Pós-Teste)
3.3. Diário de Bordo
3.4. Planificação das aulas
3.5. Materiais das aulas
3.6. Questionário Final
3.7. Relatório dos alunos
3.8. Teste Final de Avaliação
3.9. Grelha de registo de respostas do Questionário Inicial
3.10. Grelhas de correcção dos Testes
3.11. Grelha de registo de respostas do Questionário Final

Questionário Inicial

Este questionário tem como principal objectivo auscultar a tua opinião sobre a matemática e o seu processo de ensino e de aprendizagem e sobre a área curricular não disciplinar – Estudo Acompanhado.

Trata-se de um questionário **anónimo** e as respostas só serão usadas para efeitos de investigação.

Este questionário tem dois tipos de itens: itens de composição curta e itens objectivos – de escolha múltipla e de alternativa.

Relativamente ao primeiro item, tenta ser o mais claro possível e, no que respeita ao segundo, assinala uma cruz no(s) quadrado(s) que melhor traduz (em) a tua situação/opinião ou indica a tua preferência usando uma escala de 1 a 4.

I – Caracterização

1. Idade: _______anos
2. Sexo: Masculino □ Feminino □
3. É a primeira vez que frequentas o 9º ano de Escolaridade?

   Sim □ Não □
4. Nível atingido na disciplina de Matemática no 3º período do passado ano lectivo:

   1 □ 2 □ 3 □ 4 □ 5 □

II – Representações acerca da matemática e do ensino e aprendizagem da Matemática

(Para cada uma das afirmações seguintes, assinala com um X nas colunas à direita o teu grau de concordância)

Nº	Parâmetros	Discordo Totalmente	Discordo parcialmente	Concordo parcialmente	Concordo totalmente
1	Uma vez adquirido, o conhecimento matemático não sofre alterações.				
2	Em matemática, está tudo criado, nada se cria de novo.				
3	A matemática é um conjunto de regras e factos que não têm nenhuma relação entre si.				
4	As relações que se estabelecem entre a matemática e outras áreas promovem o seu desenvolvimento mútuo.				
5	A matemática não tem nenhuma relação com o dia a dia.				
6	Saber matemática é fundamental na vida das pessoas.				
7	As pessoas que sabem matemática são mais inteligentes que as outras.				
8	Nem todas as pessoas têm as mesmas capacidades para a matemática.				

Nº	Parâmetros	Discordo Totalmente	Discordo parcialmente	Concordo parcialmente	Concordo totalmente
9	O principal objectivo da Matemática é desenvolver o raciocínio dos alunos.				
10	Em Matemática é fundamental a comunicação de ideias.				
11	Para ensinar matemática basta saber matemática.				
12	Em Matemática não se pode ser mais criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".				
13	O melhor método para ensinar matemática é – o professor explica a 'formula' e os alunos resolvem muitos exercícios até a decorarem.				
14	A Matemática podia ser dada duma forma mais interessante.				
15	O gosto pela matemática não se pode desenvolver – ou se tem, ou não se tem.				
16	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutros espaços além da escola.				
17	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutras áreas disciplinares (disciplinas).				
18	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas em áreas curriculares não disciplinares (estudo acompanhado; área de projecto; formação cívica).				
19	O mais importante na Matemática é conhecer as 'fórmulas e saber aplicá-las.				
20	Nas aulas de Matemática, o aluno não pode ter um papel muito activo.				
21	Em Matemática, deve-se trabalhar sempre sozinho.				
22	Em Matemática, utiliza-se pouco material didáctico e isso era importante para se aprender melhor a matéria.				
23	A matemática presta-se muito ao trabalho em grupo.				
24	Os 'testes' são os únicos instrumentos que os professores utilizam para avaliar os alunos.				
25	Os 'testes' não permitem avaliar tudo o que um aluno sabe sobre a Matemática.				
26	Os professores deviam utilizar outro tipo de avaliação dos alunos.				
27	A culpa dos maus resultados a Matemática é principalmente dos alunos, porque não estudam.				
28	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, faziam-no duma forma muito diferente da dos professores.				
29	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas gostavam mais desta disciplina.				
30	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas obtinham melhores resultados.				

III – Aulas “típicas” de Matemática

1. Como caracterizas uma aula “típica” (normal) de Matemática

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	O professor expõe a matéria e propõe a resolução de exercícios de consolidação.				
2	O professor propõe primeiro a resolução de exercícios sobre uma matéria que ainda não foi abordada cuja resolução implica a consulta de livros e outros materiais.				
3	O professor propõe a resolução de problemas e os conceitos surgem no seguimento dessa actividade.				
4	O professor sugere o estudo prévio de determinada matéria e convida alguns alunos a expô-la.				
5	Outro(s). Qual(ais)?				

2. Ao longo do teu percurso, nas aulas de Matemática que forma de trabalho desenvolveste?

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	Individual				
2	A pares				
3	Em pequeno grupo				
4	Em grande grupo (turma)				

3. Ao longo do teu percurso, nas aulas de Matemática como trabalhaste em grupo?

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	Cooperativamente (todos participavam na totalidade das actividades)				
2	Colaborativamente (distribuíam-se as tarefas pelos diversos elementos e depois reuniam-se os vários contributos para o trabalho final)				
3	Um aluno ou alguns desenvolviam o trabalho sem que os outros colaborassem, embora figurasse o nome de todos.				
4	Outro(s). Qual(ais)?				

4. Ao longo do teu percurso, nas aulas de Matemática que materiais usaste?

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	Materiais não estruturados(palhinhas, caricas, botões, etc.)				
2	Sólidos geométricos				
3	Tangram				
4	Geoplano				
5	Computador				
6	Calculadora (científica/gráfica)				
7	Acetatos / transparências				
8	Viedograma ('Videos')				
9	Diaporamas (slides)				
10	Régua / compasso / esquadro				
11	Fichas de trabalho				
12	Jogos. Qual(ais)?				

5. Ao longo do teu percurso, nas aulas de Matemática, como discutiram as actividades desenvolvidas?

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	O 'professor' apresentava a resolução correcta e os alunos registavam essa resolução no caderno.				
2	O 'professor' convidava um aluno a ir ao quadro apresentar a sua resolução.				
3	Cada grupo expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.				
4	Só um grupo ou aluno (que acertou ou resolveu correctamente) expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.				
5	O 'professor' convidava os alunos com mais dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.				
6	O 'professor' convidava os alunos com mais dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.				
7	Outra(s). Qual(ais)?				

6. Ao longo do teu percurso, nas aulas de Matemática, que tipo e instrumentos de avaliação das aprendizagens e/ou classificação utilizaram?

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	O ‘professor’ praticava uma avaliação contínua.				
2	O ‘professor’ só praticava uma avaliação sumativa.				
3	O ‘professor’ praticava uma avaliação diagnóstica.				
4	O ‘professor’ só avaliava/classificava pelos ‘testes’.				
5	O ‘professor’ considerava sempre o ‘caderno diário’ para avaliar/classificar os alunos.				
6	O ‘professor’ propunha ‘trabalhos para casa’.				
7	O ‘professor’ propunha trabalhos de investigação ou de pesquisa.				
8	O ‘professor’ considerava sempre os ‘trabalhos de casa’ para avaliar/classificar os alunos.				
9	O ‘professor’ considerava sempre os trabalhos de investigação ou de pesquisa para avaliar/classificar os alunos.				
10	O ‘professor’ considerava sempre a participação dos alunos nas aulas para efeitos de avaliação/classificação.				
11	O ´professor’ considerava sempre as atitudes e valores para efeitos de avaliação/classificação.				
12	Tudo o que era feito nas aulas ou como ‘trabalho de casa’ só era considerado para avaliar/classificar os alunos em caso de indecisão entre 2 níveis.				
13	Outro(s) parâmetro(s). Qual(ais)?				

7. Gostas de Matemática?

Sim· ☐ Não ☐

7.1. Gostas de Matemática porquê? (Classifica as afirmações que se seguem usando uma escala de 1 a 4, valorizando com <u>4 a que para ti tem mais importância e com 1 a que tem menos importância</u>)

a) acho fácil ☐

b) é importante na vida diária ☐

c) gostei dos professores ☐

d) gostei da maneira como os professores ensinaram ☐

e) Outro(s) motivo(s) ☐

Qual(ais)?

7.2. Não gostas de Matemática porquê? (Classifica as afirmações que se seguem usando uma escala de 1 a 4, valorizando com 4 a que para ti tem mais importância e com 1 a que tem menos importância)

f) acho difícil ☐

g) não é importante na vida diária ☐

h) não gostei dos professores ☐

i) não gostei da maneira como os professores ensinaram ☐

j) Outro(s) motivo(s) ☐

Qual(ais)?

8. Consideras-te um bom aluno a Matemática?

Sim ☐ Não ☐

Porquê?

IV – Uma Aula de matemática "ideal"

1. Gostas do tipo de aulas de Matemática que descreveste?

Sim· ☐ Não ☐

2. O que alterarias? Descreve uma aula de Matemática "ideal", com base nos itens indicados:

Estrutura geral

Forma de trabalho (individual, pares, pequeno grupo, …)

Materiais utilizados

Tipo e instrumentos de avaliação

Outro(s)

3. Imagina que o teu professor te propõe que dês uma aula aos teus colegas, sobre um tema de Matemática. Para que cada um dos teus colegas aprenda acerca desse tema, que preocupações terias ao preparar essa aula, de acordo com os seguintes itens? (tenta descrever o melhor possível as tuas posições e justificá-las)

Objectivos da aula

Conteúdos

Estratégias a utilizar

Tarefas a desenvolver

Materiais de apoio

Formas de trabalho (individual ou em grupo)

Avaliação

Outro(s)

V – Estudo Acompanhado

1. Há quantos anos é que tens aulas de 'Estudo Acompanhado' ? ___________________________________

2. Para que disciplinas tens trabalhado nas aulas de 'Estudo Acompanhado' ?

3. Para cada uma das seguintes afirmações, assinala a tua opinião.

Nº	Parâmetros	Discordo Totalmente	Discordo parcialmente	Concordo parcialmente	Concordo Totalmente
1	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' realizam-se trabalhos de pesquisa.				
2	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' realizam-se trabalhos de síntese.				
3	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' sistematizam-se/consolidam-se conhecimentos das várias disciplinas				
4	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' aprende-se a organizar um trabalho.				
5	Nas aulas de 'Estudo acompanhado' aprendem-se métodos/estratégias de estudo e de trabalho.				
6	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' aprende-se a desenvolver hábitos favoráveis à aprendizagem.				
7	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' treinam-se diferentes técnicas de estudo.				
8	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' treina-se a capacidade de atenção/concentração e memorização				
9	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' aprende-se a resolver +problemas relacionados com diversas situações.				
10	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' desenvolve-se competências de leitura e escrita.				
11	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' desenvolve-se competências de comunicação.				
12	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' consultam-se diversas fontes de informação para realizar os trabalhos. Qual(ais)?				
13	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' desenvolvem-se capacidades de aprender a aprender.				
14	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' desenvolvem-se capacidades de auto-conhecimento e auto-avaliação.				
15	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' aprende-se a ser mais autónomo.				
16	As aulas de 'Estudo Acompanhado' são uma perda de tempo.				

4. Tenta descrever o que fizeste nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’ nos anos anteriores.

5. Tens gostado?

Sim ☐ Não ☐

6. O que mudarias nas aulas de ‘Estudo Acompanhado’?

Obrigado pela colaboração

Teste de Matemática 9º ANO

Janeiro de 04

Nome: ______________________________ Nº: ____

1. Completa com os símbolos ∈ ou ∉, de modo a obteres proposições verdadeiras.
   a) 0,1 _____ Q
   b) 3 _____ Z
   c) 25 _____ N
   d) 0,1234567891011 _____ Q
   e) 0,3333333333333 _____ R
   f) 6/2 _____ Q
   g) $\sqrt{7}$ _____ Z
   h) 543/654 _____ Q
   i) 0 _____ N
   j) $\sqrt{36}$ _____ Q

2. Dos seguintes números indica, justificando, os que são racionais:
   a) 0,101001000100001...
   b) 0,123123123123...
   c) 0,5678
   d) 0,1213141516171...
   e) 12345/6754
   f) $\sqrt{5}$
   g) $\sqrt{25}$
   h) 9876543216

3. Das seguintes afirmações diz, justificando, as que são verdadeiras e as que são falsas:
   a) 6, (3) é um número irracional
   b) 6, (3) é um número racional
   c) Todo o número irracional é real
   d) Todo o número real é irracional
   e) Uma dízima finita representa sempre um número irracional

4. Considera o conjunto:

   A = { 0; 15/5; -8/3; -11/5; $\sqrt{9}$; $-\sqrt{2}$ }

   a) Indica os que pertencem ao conjunto:
      I. Z
      II. Q
      III. R, mas não pertencem a Q

5. Qual é o comprimento do lado de um quadrado com 10 000 m^2 de área? E se a área for 1000 m^2?

6. Considera o conjunto A de números reais:

   A = { -1; $-\sqrt{3}$; -7/4; 0; $\sqrt{4}$; 3/2 }

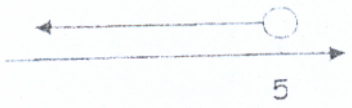
   a) Representa na recta real os elementos de A ($\sqrt{3} \simeq 1,7$).
   b) Ordena os elementos de A por ordem crescente.
   c) Escreve, em extensão, o conjunto B = {x ∈ A: x é um numero irracional}

7. Considera os números reais:

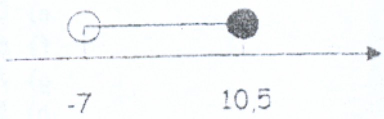
$-3/4$ $\quad 0 \quad 2\pi \quad -13/3 \quad 50 \quad -1,(3)$

a) Ordena-os por ordem decrescente.
b) Indica os que são irracionais, justificando a resposta.
c) Enquadra cada um dos números positivos dados entre dois números inteiros consecutivos.

8. Escreve o intervalo de números reais e uma condição, correspondentes a cada uma das seguintes representações geométricas.

a)


b)


c)


9. Define os conjuntos seguintes por uma condição:
a) $]-2, 0]$
b) $[-4, +\infty[$
c) $]-\infty, 5] \cup]6, +\infty[$

10. Resolve as seguintes inequações apresentando, sempre que possível, o resultado sob a forma de intervalo:
a) $5x - 4(x + 5) > 3$
b) $4 - 6x \leq 2 - 5(x + 1)$

11. Sendo $A =]-1,3]$; $B = [2,5[$ e $C =]-\infty; -0,7]$, representa sob a forma de intervalo:

a) $A \cup C$
b) $B \cap C$
c) $A \cap C$

12. O Pedro tem 2,40 euros para comprar 6 canetas de feltro. Na loja há canetas de vários preços.

a) Será que ele pode comprar as canetas se cada uma custar 0,30 euros? E 0,37 euros?
b) As canetas de que ele mais gostou custam 0,45 euros cada. Achas que ele tem dinheiro para as comprar?
c) Qual é o maior preço que o Pedro pode pagar por cada caneta?

Bom Trabalho

DIÁRIO DE BORDO

Sessão: ____________________ Data: ____________________

Descritivo	Comentários

Planificação do Grupo IE

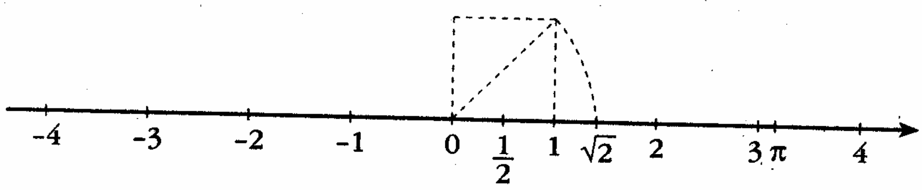
1. Números reais. Intervalos de números reais

1.1. Conjuntos numéricos

O conjunto dos números reais representa-se por $\mathbb{R}$.

$\mathbb{R}$ = {números reais}

A cada número real corresponde um ponto na recta real e a cada ponto da recta real corresponde um número real (a abcissa do ponto).



São números reais:

→ **os números naturais:**

$\mathbb{N}$ = {números naturais}

$\mathbb{N} = \{1 , 2 , 3 , 4 , \ldots\}$

→ **os números inteiros relativos:**

$\mathbb{Z}$ = {números inteiros relativos}

$\mathbb{Z} = \{\ldots , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , \ldots\}$

→ **os números racionais:**

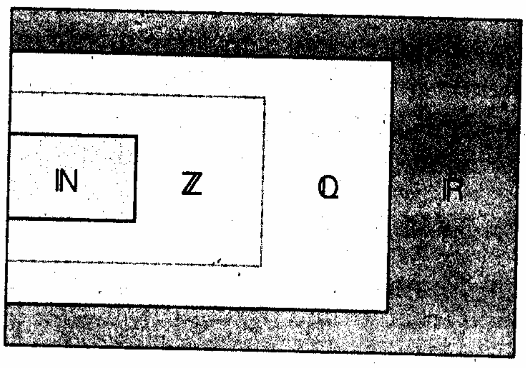
$\mathbb{Q}$ = {números racionais}

$\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup$ {números fraccionários}

→ **os números irracionais,** como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{6}$, π e muitos outros:

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup$ {números irracionais}

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



Notas

1. A raiz quadrada ou raiz cúbica de um número inteiro ou é um número inteiro ou um número irracional.

São números irracionais, por exemplo:

$\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt[3]{2}$, ...

2. Um número irracional muito importante é o número π .

$\pi = 3{,}141592654\ldots$

$\pi \in \mathbb{R}$

$\pi \notin \mathbb{Q}$

1.2. Números reais e dízimas

O interesse de escrever um número real sob a forma de dízima pode surgir por várias razões:

- a necessidade de termos imediatamente uma ideia acerca da grandeza do número;
- método rápido para compararmos números representados por fracções:
- desenhar, utilizando uma régua, um comprimento.

Por exemplo, se quisermos desenhar com uma régua um segmento de comprimento $\frac{17}{8}$ cm , reduzimos a fracção a dízima, $\frac{17}{8} = 2{,}125$, e com algum rigor desenhamos um comprimento de 2,1 cm .

Números racionais e dízimas

Considerámos os números:

$$\frac{3}{5} \quad \text{e} \quad \frac{21}{37} .$$

Utilizámos a calculadora e obtivemos as dízimas:

$$\frac{3}{5} = 0{,}6 \quad ; \quad \frac{21}{37} = 0{,}567\ 567\ \ldots$$

$$\frac{3}{5} = 0{,}6(0) \quad ; \quad \frac{21}{37} = 0{,}(567)$$

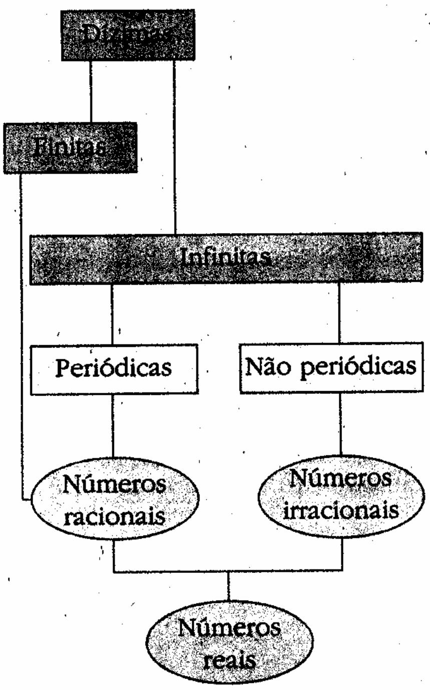
A dízima relativa à fracção $\frac{3}{5}$ é uma dízima finita ou infinita de período zero.

A dízima relativa à fracção $\frac{21}{37}$ é uma dízima infinita de período 567 .

De um modo geral, podemos dizer que:

Um número racional é representável por uma dízima finita ou por uma dízima infinita periódica.

*



Números irracionais e dízimas

O número π é um número irracional, por isso é representado por uma dízima infinita não periódica.

Ao longo dos séculos, os matemáticos ocuparam-se a determinar melhores aproximações para o número π .

$$\pi = 3{,}141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462\ 64\ \ldots$$

A um número irracional corresponde uma dízima infinita não periódica.

Unidade

4 Os números reais

CONTEÚDOS

UMA SITUAÇÃO DE PARTIDA

Fazendo medições...

Com a ajuda de um fio e uma fita métrica, o Pedro mediu o perime diâmetro de vários objectos circulares e o Miguel foi anotando os resu registados na tabela seguinte:

Tampo da mesa	3,52 m	1,12 m	3,1428571
Base da garrafa	23,8 cm	7,6 cm	3,1315789
Base do copo	13,2 cm	4,2 cm	3,1428571
Base da lata	21,7 cm	6,9 cm	3,1449275
Medalha	28,3 cm	9,0 cm	3,1444444

Na última coluna (perímetro:diâmetro) os dois amigos obtiv aproximadamente o mesmo resultado em todos os casos.

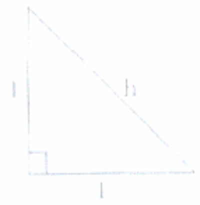
Esses resultados correspondem a valores aproximados de um número irracional e que se chama π.

1. OS NÚMEROS IRRACIONAIS

Como sabes, nem todos os números são inteiros ou fraccionários, isto é, racionais. Existem números que não se podem representar na forma de fracção e, portanto, não são racionais.

1.1 As raízes não-exactas

Um dos mais "famosos" é $\sqrt{2}$, que resulta da aplicação do Teorema de Pitágoras a um triângulo de catetos unitários para determinar a sua hipotenusa:



$$h^2 = 1^2 + 1^2$$
$$h^2 = 2$$
$$h = \sqrt{2}$$

Teorema de Pitágoras

Num triângulo rectângulo o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

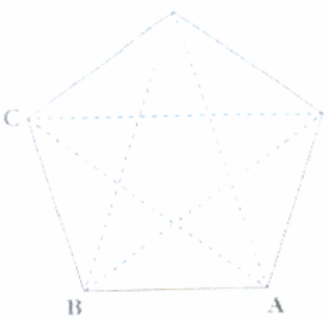
Recorrendo à máquina de calcular, obtém-se $\sqrt{2} = 1{,}4142135624\ldots$, uma **dízima infinita mas não-periódica,** isto é, os seus números sucedem-se sem nunca se repetirem pela mesma ordem. Este é um exemplo de número irracional.

Todos os números irracionais são representados por dízimas infinitas não-periódicas.

A raiz quadrada de um número natural, se não é inteira, é irracional. Logo, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$,... são números irracionais.

São também irracionais os resultados das operações de adição, subtracção, multiplicação e divisão de números irracionais com números racionais. Por exemplo: $1 + \sqrt{2}$; $\dfrac{\sqrt{3} - 1}{2}$; $\dfrac{5}{2 + \sqrt{5}}$

1.2 O número de ouro, ϕ



O número de ouro, $\phi = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$ foi obtido pelos gregos ao encontrar a relação entre a diagonal de um pentágono regular e o seu lado:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1{,}6180339887\ldots$$

1.3 O número π

$3 < \pi < 4$
$3{,}1 < \pi < 3{,}2$
$3{,}14 < \pi < 3{,}15$
$3{,}141 < \pi < 3{,}142$
$3{,}1415 < \pi < 3{,}1416$

Valores de π por defeito — Valores de π por excesso

A esta lista de números irracionais podes acrescentar o número π, cujo valor aproximado até às centésimas é 3,14 e, como já vimos, representa o quociente (constante) entre o perímetro de qualquer circunferência e o seu diâmetro.

Já por volta de 1430 obteve-se para π o valor 3,14159265358979З2.

Hoje em dia o valor de π é conhecido com muito mais casas decimais, mas por mais decimais que sejam calculadas não existe fim para este processo. **É uma dízima infinita não-periódica.**

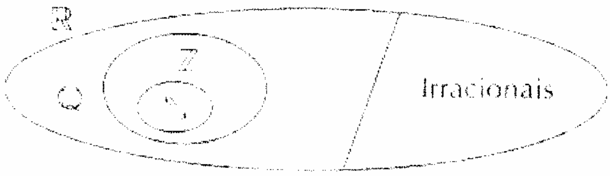
2. OS NÚMEROS REAIS

A união de todos os números que admitem uma expressão decimal in não-periódica forma o conjunto dos números irracionais — não e nenhuma letra especial para designar estes números.

*Chamamos **número real** a qualquer número que se pode expressar na forma decimal finita ou infinita.*

2.1 O conjunto $\mathbb{R}$

Ao conjunto formado pela reunião dos números racionais, $\mathbb{Q}$, e irracionais chama-se **conjunto dos números reais** e designa-se por $\mathbb{R}$.



Podemos escrever: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{x : x \text{ é irracional}\}$

Podemos considerar vários subconjuntos de $\mathbb{R}$ além dos já referidos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e
São eles:

$\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \emptyset$
$\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- \cup \{0\} = \mathbb{R}$
$\mathbb{R}^+_0 \cup \mathbb{R}^-_0 = \mathbb{R}$

- $\mathbb{R}^+$ — números reais positivos
- $\mathbb{R}^-$ — números reais negativos
- $\mathbb{R}^+_0$ — números reais não-negativos
- $\mathbb{R}^-_0$ — números reais não-positivos

Actividades

1 **Indica se são verdadeiras ou falsas as afirmações seguintes:**

a) $\frac{3}{7} \in \mathbb{R}$ **c)** $-3\pi \in \mathbb{Z}$ **e)** $\sqrt{25}$ é um número irracional

b) $-\frac{2}{5} \in \mathbb{Q}$ **d)** $8,5(4) \in \mathbb{R}$ **f)** $(1-5) \in \mathbb{N}$

2 **Completa cada alínea usando correctamente um dos símbolos** $\subset$, $\not\subset$, $\in$, $\notin$.

a) $\mathbb{N}_0$ ____ $\mathbb{Q}$ **d)** $\mathbb{Q}$ ____ $\mathbb{Q}^+$ **g)** $\mathbb{Z}$ ____ $\mathbb{R}$

b) $\sqrt{49}$ ____ $\mathbb{Z}$ **e)** $-\sqrt{2}$ ____ $\mathbb{R}$ **h)** $-\sqrt{144}$ ____ $\mathbb{Q}$

c) $\sqrt{16}$ ____ $\mathbb{R}$ **f)** $\frac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ ____ $\mathbb{Q}$ **i)** $\mathbb{Q}^+$ ____ $\mathbb{R}$

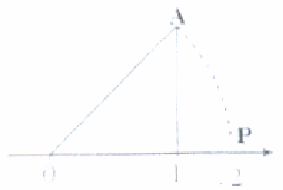
3. CORRESPONDÊNCIA [illegible] NÚMEROS

Considera uma recta orientada, onde foi marcada a origem e escolhida uma unidade.

Já aprendeste a representar os números inteiros e os fraccionários, isto é, aprendeste a determinar os pontos da recta cujas abcissas são cada um desses pontos. Representemos na recta alguns desses pontos:

Existem na recta pontos que não se correspondem com números racionais. De facto, esses "buracos" vão ser preenchidos pelos números irracionais.

3.1 Representação gráfica de raízes, não-exactas, de números inteiros



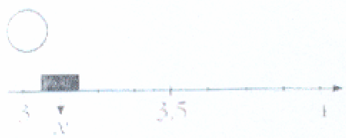
Aplicando o Teorema de Pitágoras podemos representar na recta os números irracionais que correspondem a raízes quadradas, não-exactas, de números inteiros.

Por exemplo, vamos representar o número $\sqrt{2}$ na recta. $\sqrt{2}$ é a medida da hipotenusa de um triângulo rectângulo isósceles de lado 1 unidade. Consideramos um segmento de medida 1 e construímos sobre a recta, a partir do zero, o triângulo correspondente. Com centro em zero e com raio $\sqrt{2}$ (medida da diagonal) traçamos com um compasso uma semicircunferência que intersecta a recta em dois pontos correspondentes às abcissas $-\sqrt{2}$ (a que está à esquerda do zero) e $\sqrt{2}$ (a que está à direita do zero).

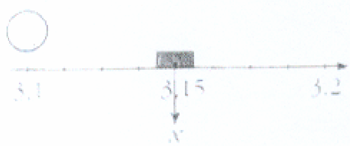
Da mesma forma podes construir $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$...

Todos os infinitos pontos da recta orientada que não estão ocupados por números racionais correspondem aos números irracionais.

$3 < \pi < 4$



$3.1 < \pi < 3.2$



$3.14 < \pi < 3.15$

Tivemos de recorrer aos valores aproximados para encontrar uma "zona" onde se encontra π.

> *A cada ponto da recta orientada corresponde um número real e vice-versa, isto é, há uma correspondência biunívoca entre os pontos da recta e os números reais.*

Os números reais "enchem" por completo a recta orientada, por isso se chama recta real. Contudo, não seremos capazes de representar, exactamente, por métodos geométricos, a maior parte dos números irracionais. Observa o que se passa, ao lado, com o número π. Tivemos de recorrer a representações aproximadas a partir da sua expressão decimal, o que se torna fácil e suficiente para as nossas necessidades.

4. OPERAÇÕES EM $\mathbb{R}$

$\sqrt{(-5)}$?

$8 : 0$?

$\sqrt{-16}$?

$\sqrt{x}$?

$\frac{x}{y}$?

Só se x for positivo

Só se $y \neq 0$

Agora que já conheces o conjunto $\mathbb{R}$, já sabes, por exemplo, que h números cujo quadrado é 10: $\sqrt{10}$ e $-\sqrt{10}$. Contudo, mesmo em $\mathbb{R}$, há operações que não se podem efectuar, como determinar a raiz qu de um número negativo e dividir um número por zero. Destas ope falarás num dos próximos anos.

Todas as propriedades que já estudaste para as operações em $\mathbb{Q}$ são válidas em $\mathbb{R}$. Assim podes, por exemplo, efectuar:

$3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = (3+2)\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$	Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição
$(\sqrt{2} + 5)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2}) \cdot 5 + 5^2 =$ $= 2 + 10\sqrt{2} + 25 = 27 + 10\sqrt{2}$	Caso notável — Quadrado do binómi
$(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 =$ $= 2 - 3 = -1$	Caso notável — Diferença de quadrad
$8\pi - 5\pi = (8-5)\pi = 3\pi$	Propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtracção
$\sqrt{2}(5 - 2\sqrt{2}) = \sqrt{2} \times 5 - \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} =$ $= 5\sqrt{2} - 2(\sqrt{2})^2 = 5\sqrt{2} - 4$	Propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtracção

4.1 Valores aproximados

Podes ter necessidade de efectuar cálculos não com os valores ex como fizemos atrás, mas sim com os valores aproximados.

Por exemplo, e atendendo aos valores aproximados para $\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$:

$1,41 < \sqrt{2} < 1,42$

Valor aproximado por defeito a menos de 0,01 — Valor aproximado por excesso a menos de 0,01

$2,23 < \sqrt{5} < 2,24$

Valor aproximado por defeito a menos de 0,01 — Valor aproximado por excesso a menos de 0,01

- Se tomarmos $1,41 + 2,23 = 3,64$
  temos um valor **aproximado por defeito** de $\sqrt{2} + \sqrt{5}$
- Se tomarmos $1,42 + 2,24 = 3,66$
  temos um valor **aproximado por excesso** de $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

Isto significa que $3,64 < \sqrt{2} + \sqrt{5} < 3,66$

Para calcular o **máximo erro cometido,** o majorante do erro, subtrai-s valor por excesso o valor por defeito. Então o erro é $3,66 - 3,64 = 0,02$.

Concluímos então que $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ tem como valores aproximados, defeito e por excesso, a menos de 0,02, respectivamente, 3,64 e 3,66

Recta [illegible]

A cada nº real, seja a racional ou irracional podemos fazer corresponder um ponto [illegible] e vice-versa.
Para apresentar um nº irracional num eixo, marca-se a sua aproximação como [illegible].

$\sqrt{5} = 2,23\underline{6}07 \simeq 2,24$

15-1-04

Lição nº 57 e 58

Sumário

Pesquisa para a realização do trabalho

20-1-04

Lição nº 54 e 60

Sumário

Conclusão da preparação dos trabalhos sobre o capítulo nº reais e inequações.

$\boxed{\text{EXERCÍCIOS}}$

3) faz a aproximação dos seguintes nº por:

- defeito
  - 2,23 (2,2)
  - 3,75 (3,7)
  - 6,60 (6,6)
  - 5,21 (5,2)
  - 4,94 (4,9)

- excesso
  - 1,36 (1,4)
  - 6,45 (6,5)
  - 7,69 (7,7)
  - 2,41 (2,5)
  - 8,98 (9,0)

- científica
  - 8,75 (8,8)
  - 7,56 (7,6)
  - 9,99 (10,0)
  - 1,99 (1,4)
  - 9,44 (9,4)

(1) Resolve as seguintes operações

a) $\left(\frac{3}{6}\right)^{-2} = \left(\frac{6}{3}\right)^{2} = \frac{36}{9} = 4$

b) $10\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (10+4)\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$

c) $(9\sqrt{2})^2 = 9^2 \times \cancel{\sqrt{2}^2} = 81 \times 2 = 162$

Classifica as seguintes dízimas

1,666666 (~~infinita não periódica~~)

$\frac{10}{6}$ = 1,666... (Dízima infinita periódica

$69,\underbrace{249}_{\text{é o período}}249249\ldots$ (Dízima I. Periódica

... (Dízima infinita ñ periódica

$\frac{524}{17}$ = 30,882352 (Dízima infinita ñ periódica)

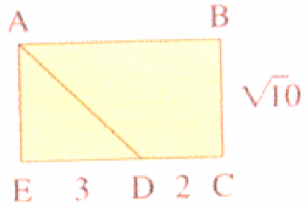
4 (Dízima finita)

(?) Indica a Dízima infinita periódica

a) 2,8888243...
b) 24
c) 24,88388388...

Planificação do Grupo IIE

59 Na figura, $[ABCE]$ é um rectângulo. Atendendo à figura,



59.1 Indica o valor exacto:

a) do perímetro do rectângulo;

b) da área do trapézio $[ABCD]$;

c) de $\overline{AD}$.

59.2 Determina um v.a. por defeito tângulo, às centésimas.

59.3 Enquadra:

a) $\overline{AD}$ entre dois números in vos;

b) o perímetro do rectângulo casa decimal.

4.2 Conjuntos definidos por condições

são representados por 3 tipos:

Conjuntos definidos por condições

→ extensão

1 Já sabes que

- o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ está representado **em extensão**. → Compreensão
- o mesmo conjunto A pode ser representado **em compreensão**: → Por meio de uma condição
  $A = \{\text{divisores de } 12\}$

Neste caso, podemos ainda defini-lo **por meio de uma condição**:

$A = \{x \in \mathbb{N} \ : \ \underbrace{x \text{ é divisor de } 12}_{\text{condição}}\}$

símbolo que se lê "tal que"

IN → Números Naturais

2 Há casos em que é útil representar os conjuntos por meio de uma condição.

C = { n ∈ IN ; n é impar }

EXEMPLO:

$C = \{n \in \mathbb{N} \ : \ \underbrace{n \text{ é ímpar}}_{\text{condição}}\}$

C = { 1, 3, 5, 7, 9, ... }

É mais claro representar o conjunto C por meio de uma condição, do que na forma

$C = \{1, 3, 5, 7, 9, \ldots\}$

já que o conjunto C é infinito, e, portanto, não se pode representar em extensão, isto é, indicar todos os seus elementos.

ACTIVIDADES 18

1. Considera os seguintes números:

$$-1\ ;\ 3\ ;\ \frac{2}{3}\ ;\ -3\ ;\ \sqrt{2}\ ;\ -\sqrt{2}\ ;\ 0\ ;\ -\frac{7}{2}$$

a) Na recta real, marca os pontos que lhes correspondem

b) Indica a distância de cada um desses pontos a O

2. Traduz para linguagem matemática:

a) A distância do ponto de abcissa –3 à origem é igual a 3

b) A distância do ponto de abcissa 5 à origem é igual a 5

c) Os pontos cuja distância à origem é igual a 4

d) Os pontos cuja distância à origem é inferior a 7,2

e) Os pontos cuja distância à origem é inferior ou igual a $\frac{2}{3}$

3. Traduz em linguagem corrente:

a) $| -2 | = 2$

b) $| 0 | = 0$

c) $| 3{,}5 | = 3{,}5$

d) $| x | \leq 7$

e) $| x | < \frac{5}{3}$

4. Resolve as seguintes equações, indicando o respectivo conjunto-solução:

a) $| x | = 6$ b) $| x | = \frac{5}{3}$

c) $| x | = -3$ d) $| x | = 0{,}1$

e) $| x | = 0$ f) $4 + | x | = 4$

g) $3| x | = 0$ h) $2| x | -4 = 0$

i) $11 + 5| x | = 1$

5. Resolve as seguintes inequações, indicando o respectivo conjunto-solução:

a) $| x | < 6$ b) $| x | \leq 0{,}1$

c) $3| x | \leq \frac{9}{4}$ d) $| x | \leq 0$

e) $| x | < -3$ f) $4 + | x | < 4$

g) $3| x | \leq 0$ h) $2| x | -4 < 0$

i) $11 + 5| x | < 1$

6. Diz se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

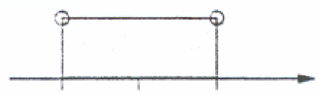
a) O módulo de um número negativo é positivo

b) O módulo de um número positivo é negativo

c) O módulo de um número é sempre positivo

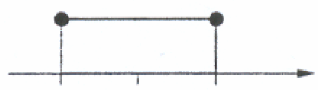
d) O módulo de um número é sempre maior ou igual a zero

7. Dadas as seguintes representações geométricas, indica um conjunto e uma condição correspondentes:

a) 

b) 

c) 

d) 

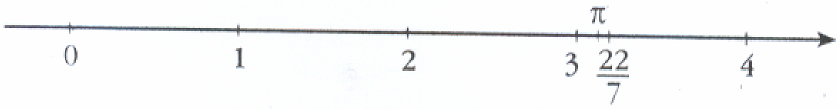
Exemplos

1 Desenhe a recta real e marque os pontos de abcissas π e $\frac{22}{7}$.

Resolução

$$\pi = 3{,}1415\ \ldots \qquad \frac{22}{7} = 3{,}1428\ \ldots$$

Desenhando a recta real, vem



Mais importante do que marcar exactamente os números na recta é compará-los e colocá-los por ordem crescente.

2. Escreva uma dízima que corresponda a um número irracional.

Resolução

Por exemplo,

$$2{,}005\ 0005\ 00005\ 000005\ \ldots$$

Mantendo a regularidade, a dízima que escrevemos não é periódica, por isso representa um número irracional.

3. Indique um número racional e um número irracional compreendido entre:

3.1 $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{5}$;

3.2 $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$.

Resolução

3.1 $\frac{1}{3} = 0{,}(3)$ e $\frac{2}{5} = 0{,}4$.

Então, o número pedido é: $0{,}333\ \ldots < x < 0{,}4$.

Logo, um número racional é, por exemplo, 0,34 , e um número irracional é, por exemplo, $\frac{\sqrt{2}}{4}$, pois $\frac{\sqrt{2}}{4} = 0{,}353\ \ldots$

3.2 $\sqrt{2} = 1{,}414\ \ldots$ e $\sqrt{3} = 1{,}732\ \ldots$. $1{,}414\ \ldots < x < 1{,}732\ \ldots$

Logo, um número racional é, por exemplo, 1,5 e um número irracional é, por exemplo, $\sqrt{2} + 0{,}1$.

A_1 – Números reais

1. Complete o quadro colocando uma cruz quando o número pertence ao conjunto.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$\frac{2}{3}$			×	×
-4				
9				
$-1{,}36$				
$\sqrt{17}$				
0				

2. Dos seguintes números indique os que são racionais e os que são irracionais:

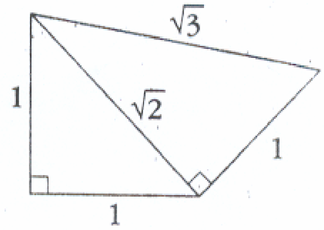
$\frac{1}{7}$; -15; $0{,}3\,(6)$; $1{,}37$; $\sqrt{17}$; $12{,}(57)$; $4{,}010\ 010\ 001\ \ldots$

3. Seja $A = \left\{-3\,,\ \frac{7}{5}\,,\ -\frac{8}{3}\,,\ -\frac{11}{5}\,,\ \sqrt{3}\,,\ -\sqrt{2}\right\}$

Represente a recta real dos elementos de A e, em seguida, escreva-os por ordem decrescente.

4. Observe a figura.

Trata-se da construção do segmento de comprimento $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$.



Use o mesmo método para construir um segmento de comprimento $\sqrt{5}$.

5. Indique um número racional compreendido entre 0,0001 e 0,0002 .

6. Escrever números reais

Em cada um dos problemas seguintes, substitua • • • por:

6.1 um número racional

$2{,}14 < \bullet\ \bullet\ \bullet < 2{,}15$

$2{,}14 < \bullet\ \bullet\ \bullet < 2{,}141$

$-2{,}22 < \bullet\ \bullet\ \bullet < -2{,}21$

$-2{,}01 < \bullet\ \bullet\ \bullet < -2$.

6.2 um dos símbolos $>$ ou $<$

$1{,}99 \quad \bullet\ \bullet\ \bullet\ 1{,}101$;

$-17{,}0035 \quad \bullet\ \bullet\ \bullet\ -17{,}0067$;

$-1{,}029\,985 \quad \bullet\ \bullet\ \bullet\ -1{,}029\,989$;

$-1{,}0001 \quad \bullet\ \bullet\ \bullet\ -1{,}000\,099$.

6.3 um dos números $\dfrac{37}{11}$; $3{,}306$; $\sqrt{11}$

$3{,}3 < \bullet\ \bullet\ \bullet < 3{,}32$

$3{,}3 < \bullet\ \bullet\ \bullet < 3{,}4$

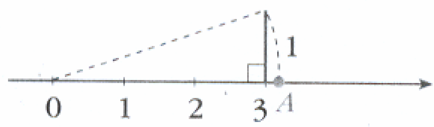
$3{,}304 < \bullet\ \bullet\ \bullet < 3{,}31$

6.4 um número fraccionário

$\dfrac{2}{7} < \bullet\ \bullet\ \bullet < \dfrac{3}{7}$; $\qquad 0{,}66 < \bullet\ \bullet\ \bullet < \dfrac{2}{3}$.

7. Qual é a abcissa de A ?

Observe o desenho ao lado e indique a abcissa do ponto A .



8. Construir um segmento cuja medida do comprimento é um número irracional

Construa um segmento de comprimento $\sqrt{17}$.

9. Na recta real

Considere os pontos A , B , C , D e E de abcissas:

$A \to \dfrac{7}{3}$; $\qquad B \to \sqrt{3}$; $\qquad C \to 2{,}35$

$D \to -\dfrac{1}{2}$; $\qquad E \to -0{,}7$; $\qquad F \to \dfrac{2}{\sqrt{3}}$

9.1 Marque os pontos indicados na recta real.

9.2 Escreva por ordem crescente as abcissas dos pontos dados.

10. Obedecer a várias condições

Indique um número real y que verifique simultaneamente as condições:

10.1 $y > 1{,}4$; $\quad y < 1{,}5$ e $y \in \mathbb{Q}$; $\qquad$ 10.2 $y > 1{,}4$; $\quad y < 1{,}5$ e $y \notin \mathbb{Q}$.

ENQUADRAMENTOS

Propriedade ②

Se $a > b$ então $a + c > b + c$, com a, b e c números reais

Ex: 1

$$\underset{a}{9} > \underset{b}{4}$$

$\overset{(17)}{9+8} > \overset{(12)}{4+8}$

$\overset{(104)}{9+95} > \overset{(99)}{4+95}$

$\overset{(-3)}{9-12} > \overset{(-8)}{4-12}$

$\overset{(8,5)}{9-0,5} > \overset{(3,5)}{4-0,5}$

Ex: 2 se $9 > 4$ então $9 + k > 4 + k$, sendo k um número real qualquer.

Números reais: ($\mathbb{R}$) é conjunto dos números racionais $\mathbb{Q}$ e o dos números irracionais. Os números irracionais são os quocient dízima é infinita não periódica, ou seja, não têm sequência lógi

Propriedade ③

Se $a > b$ então $ac > bc$, se $c > 0$

se $a > b$ então $ac < bc$, se $c < 0$

Ex: 1

$$9 > 4$$

$\overset{(45)}{9 \times 5} > \overset{(20)}{4 \times 5}$

$\overset{(4,5)}{9 \times \frac{1}{2}} > \overset{(2)}{4 \times \frac{1}{2}}$

$\overset{(-45)}{9 \times (-5)} < \overset{(-20)}{4 \times (-5)}$

$\overset{(-4,5)}{9 \times \left(-\frac{1}{2}\right)} < \overset{(-2)}{4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)}$

Ex: 2 se $9 > 4$ então $9k > 4k$ se $k > 0$

se $9 > 4$ então $9k < 4k$ se $k < 0$

Já sabes que:

$2 < \sqrt{5} < 3$ lê-se "$\sqrt{5}$ está entre 2 e 3."

$9 < \sqrt{90} < 10$ lê-se "$\sqrt{90}$ está entre 9 e 10

$10 < 10{,}3 < 11$ lê-se "10,3 está entre 10 e

De um modo geral,

$a < x < b$ lê-se "x está entre a e b" ou

"x está enquadrado por a e

Dizima = Numero com virgula

Recta Real

Oque é a recta real?

A recta Real é uma recta onde podemos marcar qualquer numero seja ele racional ou irracional

Por exemplo

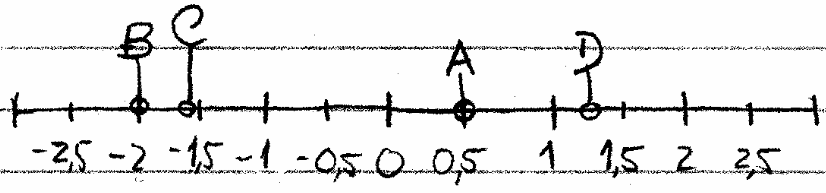
Se tivermos de marcar numa recta re- os seguintes nºs:

A → 0,5 = A tem de Abcissa 0,5

B → -2

C → $-\frac{2}{3}$

D → $\frac{5}{4}$



Como marcar nºs irracionais simétricos utilizando o teorema de pitagoras:

Nº irracional
nº representado por 1 dizima infinita

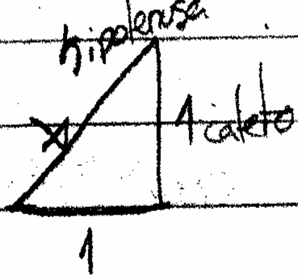
Nº racional
nº representado por 1 dizima finita
infinita

$x^2 = 1^2 + 1^2$

$x^2 = 2$

$x = \sqrt{2}$

Hipotenusa $= \sqrt{2}$



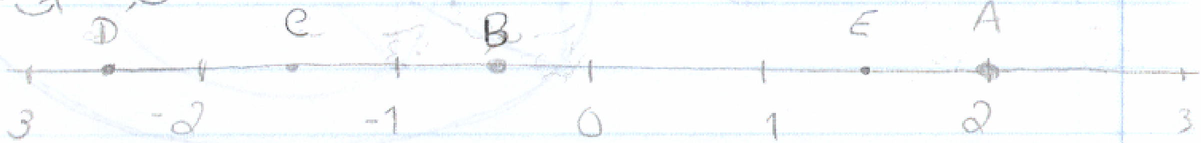
Com uma Regua e um compasso facilmente marcamos rigorosamente, num eixo os nºs irracionais $\sqrt{2}$ e $-\sqrt{2}$

Acompanhar na pag 116

Como marcar nºs Racionais Relativos numa Recta Real:

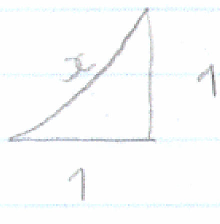
Faz-se a Recta real no fim de termos os nºs para marcar nela por exemplo pra marcarmos os [illegible] ; -1

A ↳ 2
B ↳ -0,5
C ↳ -1,5
D ↳ -2,5
E ↳ 1,5



Para marcar nºs irracionais numa Recta real o processo é o mesmo, mas normalmente usamos o teorema de Pitágoras
Por exemplo pra marcar a $\sqrt{2}$ e $-\sqrt{2}$

• Desenhamos um triangulo rectângulo cujos catetos meçam 1 unidade e fazemos os calculos:



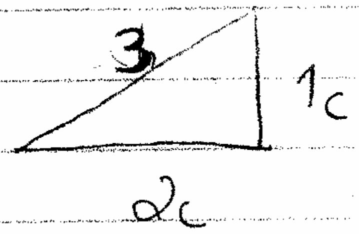
$x^2 = 1^2 + 1^2$
$x^2 = 2$
$x = \sqrt{2}$
logo a hipotenusa é $\sqrt{2}$

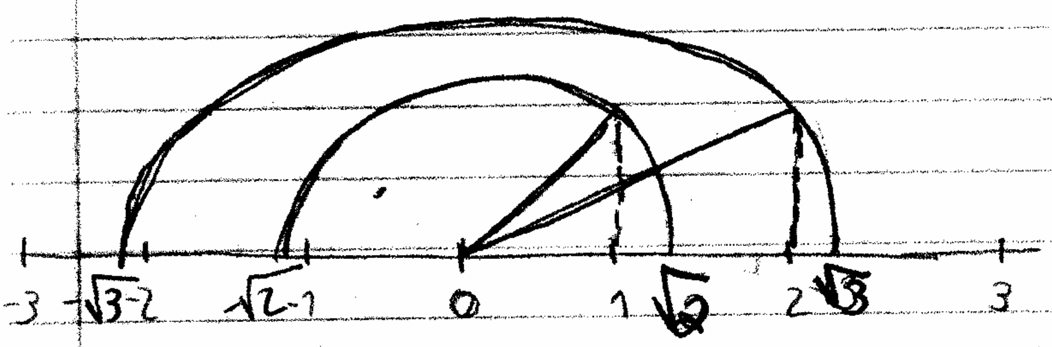
Se quisermos marcar a $\sqrt{3}$:

• desenhamos na recta real um triângulo rectangulo com 1 unidade de altura e 2 de largura e calculamos:

$$(\sqrt{3})^{\cancel{2}} = (\cancel{\sqrt{2}})^{\cancel{2}} + 1^2$$

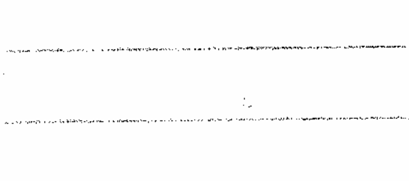
$$3 = 2 + 1^2$$





Para o caso do π já não usamos o teorema de pitáguras apesar deste ser um nº irracional

No caso do π dizemos que ele está inserido entre os pontos 3 e 4 logo:



Relações $>, <$

Propriedade Transitiva

Se tivermos 3 dados reais, a, b, c

P_1

Se $a<b$ e $b<c$ então $a<c$

Se $a>b$ e $b>$ então $a>c$

P_2

Se $a>b$ então $a+c>b+c$

P_3

Se $a>b$ então $ac>bc$, se $c>0$

Se $a<b$ então $ac<bc$, se $c<0$

$a<x<b \rightarrow x$ está enquadrado por a e por b

Conjuntos definidos por condições

O conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ está Representado em extenção

Agora vamos representalo em compreensão

$A = \{\text{divisores de } 12\}$

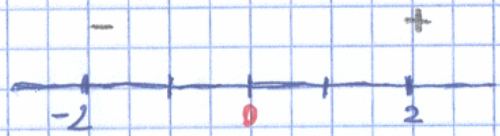
Ou podemos também definilo por meio de uma condição

$$A = \{x \in \mathbb{N} : \underbrace{x \text{ é divisor de } 12}_{\text{condição}}\}$$

$4 \geq 3$

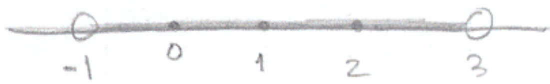
Planificação do Grupo IIIE

Conjuntos definidos por condições



⇒ O conjunto das abcissas é $]-2; 2[$; é o conjunto dos números x tais que $x > -2$ e ao mesmo tempo $x < 2$, ou seja, são os números que são soluções da conjunção das duas inequações.

Intervalos de nºs reais



Entre −1 e 3 há infinitos nºs reais

Esses nºs reais estão representados na recta real pelo segmento de recta assinalado

são todos os nºs x tais que $-1 < x < 3$

Ao conjunto desses nºs chama-se intervalo aberto de nºs reais e costuma-se apresentar por

$]-1, 3[$; os extremos são −1 e 3 que não pertencem ao intervalo

Dados 2 nºs reais a e b tais que $a < b$, o conjunto dos nºs compreendidos entre a e b chama-se intervalo aberto de extremos a e b e representa-se por $]a, b[$ a – extremo inferior ; b – extremo superior

- juntando a $]a, b[$ os números a e b obtemos o intervalo fechado $[a, b]$

Sendo A e B dois pontos de abcissas a e b tais que $a < b$, podemos representar graficamente intervalos de extremos a e b:

Conjuntos definidos por condições

O conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ é representado em extensão.

O mesmo conjunto A pode ser representado em compreensão

que são

A = (divisores de 12)

Ainda podemos definir por meio de uma condição

$A = \{x \in N : \underbrace{x \text{ é divisor de } 12}_{\text{condição}}\}$

$\boxed{:}$ → significa tal que.

Existem casos em que é útil representar os conjuntos por meio de uma condição.

Ex: $C = \{n \in N : \underbrace{n \text{ é ímpar}}_{\text{condição}}\}$

1.3. Intervalos de números reais

Dados dois números reais diferentes, um deles é sempre menor do que o outro.

Na recta real o menor dos números está sempre à esquerda.

Sejam os números 1 e 3.

Pensemos em **todos** os números reais situados na recta real entre 1 e 3. Há um número infinito de números nesta situação.

Não é possível representar em extensão, isto é, dentro de chavetas separados por vírgulas, todos os números reais situados na recta real entre 1 e 3.

Para estas situações foi necessário criar uma nova forma de representação de conjuntos a que chamamos intervalos de números reais ou mais simplesmente intervalos.

Os intervalos de números reais estão ligados aos símbolos:

$<$ menor do que

$>$ maior do que

$\leqslant$ menor ou igual do que

$\geqslant$ maior ou igual do que

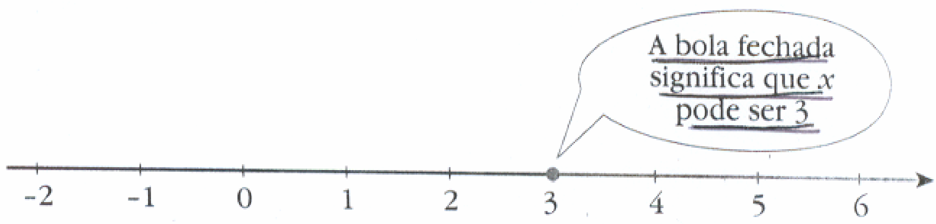
Se numa equação substituirmos o símbolo $=$ por um destes símbolos obtemos uma inequação.

Considere-se, em $\mathbb{R}$, a inequação:

$$\boxed{x \geqslant 3}$$

A inequação $x \geqslant 3$ traduz a questão:

"Quais são os números reais maiores ou iguais a 3?"



A esta representação geométrica corresponde o intervalo de números reais assinalado na recta real a cor vermelha e escreve-se $[3, +\infty[$.

Este intervalo é fechado à esquerda (porque 3 pertence ao intervalo) e ilimitado à direita.

Nota

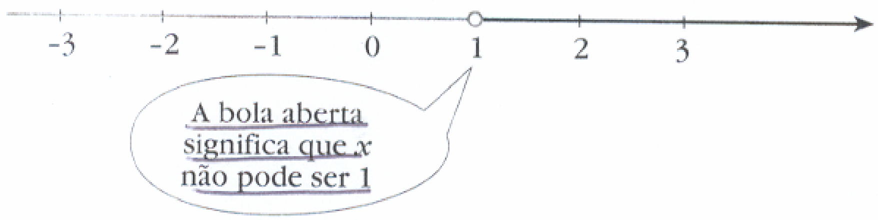
A uma inequação e a uma equação chamamos condição. Condições são expressões com pelo menos uma variável e concretizando esta obtém-se uma proposição verdadeira ou uma proposição falsa.

Considere-se, em $\mathbb{R}$, a inequação:

$$\boxed{x < 1}$$

A inequação $x < 1$ traduz a questão:

"Quais são os números reais menores do que 1 ?"



A esta representação geométrica corresponde o intervalo:

$$\boxed{]-\infty\ ,\ 1[}$$

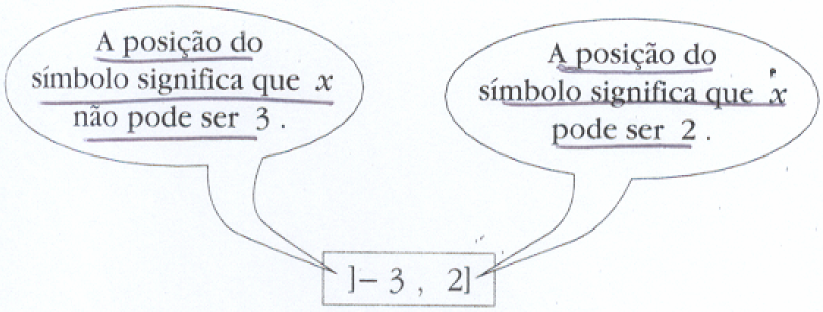
Este intervalo é aberto à direita (o número 1 não pertence ao intervalo) e ilimitado à esquerda.

Considere-se, em $\mathbb{R}$, a condição: $\boxed{-3 < x \leqslant 2}$

A condição traduz a questão:

"Quais são os números reais maiores do que -3 e menores ou iguais a 2 ?"

A esta representação geométrica corresponde o intervalo de números reais:



O intervalo $]-3\ ,\ 2]$ diz-se limitado, aberto à esquerda e fechado à direita.

Nota

Os símbolos $-\infty$ ou $+\infty$ não são números reais, por isso não fazia sentido escrever $[-\infty\ ,\ 1[$ mas sim $]-\infty\ ,\ 1[$. Junto dos símbolos $+\infty$ ou $-\infty$ os intervalos são sempre abertos.

Note ainda que:

$\mathbb{R}_0^+ = [0\ ,\ +\infty[$

$\mathbb{R}^+ =]0\ ,\ +\infty[$

$\mathbb{R}_0^- =]-\infty\ ,\ 0]$

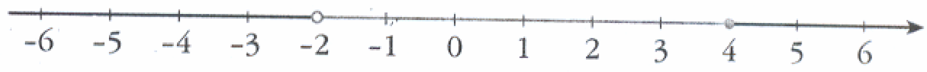
$\mathbb{R}^- =]-\infty\ ,\ 0[$

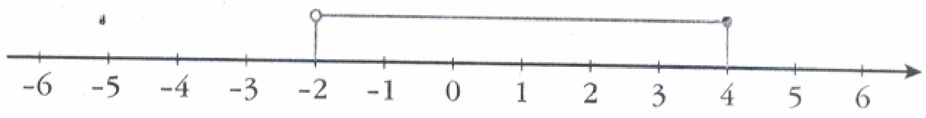
$\mathbb{R} =]-\infty\ ,\ +\infty[$

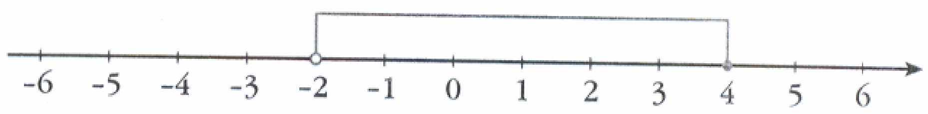
1.4. Intersecção de intervalos

Considere-se o intervalo $]-2\ ,\ 4]$.

Por vezes usa-se para representar o intervalo outras formas diferentes da que temos vindo a considerar.







Para a intersecção de intervalos, usaremos a representação que melhor facilitar a leitura.

A intersecção de dois intervalos é um intervalo constituído pelos elementos comuns aos dois intervalos dados.

Exemplos

1. **Determine a intersecção de dois intervalos A e B, sendo:**

1.1 $A =]-1\ ,\ 3]$ e $B =]2\ ,\ 4]$;

1.2 $A =]1\ ,\ 3]$ e $B =]4\ ,\ 5]$;

1.3 $A =]0\ ,\ 4]$ e $B =]1\ ,\ 2]$;

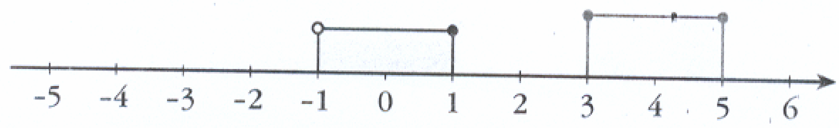
1.4 $A =]2\ ,\ +\infty[$ e $B =]-\infty\ ,\ 3]$.

Resolução

Na mesma recta real e a cores diferentes vamos representar os intervalos A e B.

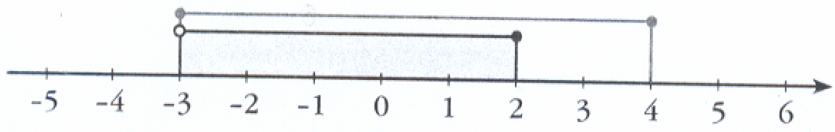
A intersecção será o conjunto dos pontos da recta que pertencem aos dois intervalos, ou seja, aqueles pontos que têm as duas cores.

2. $A =]-1\ ,\ 1]$ e $B = [3\ ,\ 5]$



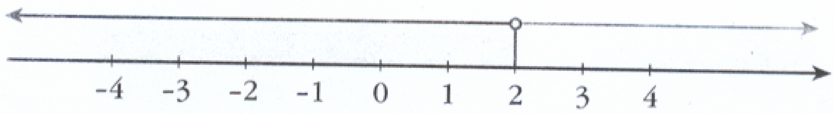
$A \cup B =]-1\ ,\ 1] \cup [3\ ,\ 5]$

3. $A =]-3\ ,\ 2]$ e $B = [-3\ ,\ 4]$



$A \cup B = [-3\ ,\ 4]$

4. $A =]-\infty\ ,\ 2[$ e $B =]2\ ,\ +\infty[$

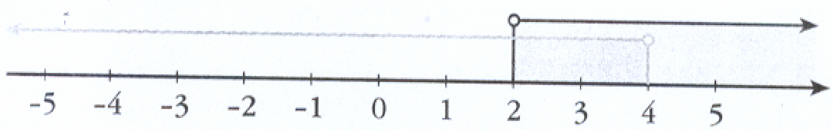


$A \cup B =]-\infty\ ,\ 2[\cup]2\ ,\ +\infty[$

$A \cup B =$ {números reais excepto o número dois} $= \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Reunião de intervalos e disjunção de condições

Considere-se a condição $x > 2$ e $x < 4$ a que correspondem os intervalos:



Tem-se:

Condição		Conjunto
$x > 2$	$\longrightarrow$	$]2\ ,\ +\infty[$
$x < 4$	$\longrightarrow$	$]-\infty\ ,\ 4[$
$x > 2 \vee x < 4$	$\longrightarrow$	$]2\ ,\ +\infty[\cup]-\infty\ ,\ 4[=]-\infty\ ,\ +\infty[= \mathbb{R}$

ste símbolo lê-se ou

À disjunção de condições corresponde a reunião de conjuntos .

5. Considere as condições:

$$x > 0{,}5 \quad \text{e} \quad x \leqslant 3$$

Escreva o conjunto dos números reais correspondentes a:

5.1 $x > 3 \wedge x > 5$;

5.2 $x > 3 \vee x > 5$;

5.3 $x > 0{,}5 \wedge x \leqslant 3$;

5.4 $x > 0{,}5 \vee x \leqslant 3$;

5.5 $1 < x < 3 \wedge x \leqslant 0$;

5.6 $1 < x < 3 \vee x \leqslant 0$.

Tens de explicar que:

]1,9[Aberto

[1,9] Fechado

- Na representação geométrica não se representa com parênteses más com O fechadas ou abertas.

O - aberta

● - fechada

- Quando o parêntese recto está aberto significa que todos os números antes ou depois também pertecem.

ex:]1,9[

- Quando o parêntese recto está fechado significa que só pertecem os números que estão entre os parênteses.

ex: [1,9] só pertecem os números 1,2,3,4,5,6,7,8 e 9

Tens de explicar que:

- ∞ - infinito

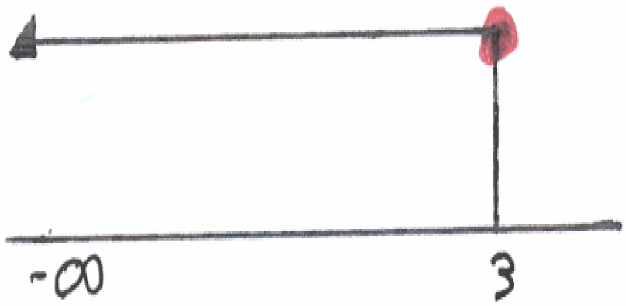
$+\infty$ - mais infinito

$-\infty$ - menos infinito

$+\infty$ • Indica que não existe um número real maior que todos os outros e não tem significado numérico.

$-\infty$ • Indica que não existe um número real menor que todos os outros e surge, por exemplo num intervalo que tenha o extremo inferior aberto.

Ex:



$]-\infty, 3]$

Planificação do Grupo IVE

3. INEQUAÇÕES DO 1.º GRAU

3.1 Definições

Consideremos o problema:

"Qual é a minha idade se daqui a 3 anos a minha idade é inferior ao dobro da idade que tinha há 20 anos?"

Vamos traduzi-lo em linguagem algébrica.

Seja:

x ⟶ a minha idade actual

Então:

$x + 3$ ⟶ será a minha idade daqui a três anos

$x - 20$ ⟶ era a minha idade há vinte anos

E sabemos então que:

$x + 3 < 2(x - 20)$

Nesta escrita aparece uma incógnita **x** e o símbolo **<**. A uma expressão deste tipo chamamos inequação do 1.º grau.

Continuaríamos a ter uma inequação do primeiro grau se substituíssemos o símbolo **<** por **>**, $\leq$ ou $\geq$.

Tal como nas equações, nas inequações temos dois membros.

$$\underbrace{x + 3}_{\text{1.º membro}} < \underbrace{2(x - 20)}_{\text{2.º membro}}$$

A um valor que colocado no lugar da incógnita transforma a inequação numa desigualdade verdadeira chama-se solução da **inequação**.

EXEMPLO

$x + 3 < 2(x - 20)$ ⟶ inequação

40 e 50 são soluções da inequação!

Em resumo, temos:

Regras para a resolução de inequações

1.º Propriedade da monotonia da adição

Podemos adicionar a ambos os membros de uma inequação um número, que obtemos uma inequação equivalente à dada.

$$a < b \iff a + c < b + c$$

É esta regra que permite passar um termo de um membro para o outro trocando o sinal.

2.º Propriedade da monotonia parcial da multiplicação

- Obtemos uma inequação equivalente a uma inequação dada se multiplicarmos ambos os membros por um **número positivo**.

$$\text{se} \quad a < b \quad \text{e} \quad c > 0 \,, \quad \text{então} \quad ac < bc$$

- Obtemos uma inequação equivalente a uma inequação dada se multiplicarmos ambos os membros por um **número negativo** e **invertermos o sentido da desigualdade**.

$$\text{se} \quad a < b \quad \text{e} \quad c < 0 \,, \quad \text{então} \quad ac > bc$$

EXEMPLO

► Resolver as inequações

$$3x - 2 > 0 \,, \qquad \sqrt{3} - \frac{1}{2}x > 0$$

- $3x - 2 > 0 \iff 3x > 2 \iff x > \dfrac{2}{3}$

  $S = \left]\dfrac{2}{3}, +\infty\right[$

Temos:

$40 + 3 < 2(40 - 20)$: $43 < 40$ (falso)

$50 + 3 < 2(50 - 20)$: $53 < 60$ (verdadeiro)

Logo, 50 é solução da inequação e 40 não é solução da inequação.

Para determinarmos as soluções de uma inequação resolvemos a inequação.

3.2 Resolução de uma inequação do 1.º grau

Na resolução de uma inequação aplicamos regras idênticas às utilizadas na resolução de equações com uma excepção.

> Quando multiplicamos ambos os membros de uma inequação por um número negativo temos de inverter o sinal da desigualdade.

$2 < 3$ e $-2 > -3$; $7 > 5$ e $-7 < -5$

Vamos então ver como resolvemos a inequação:

$$x + 3 < 2(x - 20)$$

1.º Tiramos os parêntesis.

$$x + 3 < 2x - 40$$

2.º Passamos os termos com incógnita para o 1.º membro e os que não têm a incógnita para o 2.º membro. Os termos que mudam de membro trocam de sinal.

$$x - 2x < -40 - 3$$

3.º Efectuamos os cálculos em cada um dos membros.

$$-x < -43$$

4.º Multiplica-se por -1 ambos os membros da inequação, trocando o sinal da desigualdade.

$$x > 43$$

5.º Representa-se o conjunto-solução por um intervalo.

$S =]43, +\infty[$ ou 

Planificação do Grupo IG

Conjuntos de números reais = R

Racionais - podem ser representados por dízimas finitas ou infinitas periódicas

Irracionais - podem ser representados por dízimas infinitas não periódicas.

R - Reais

Q - Racionais

Z - ~~[illegible]~~ nº inteiros, fraccionários

N - irracionais

$R = Q \cup \{nº\ irracionais\}$

Q / nº irracionais

Para sabermos, mas não saber para explicar no trabalho.

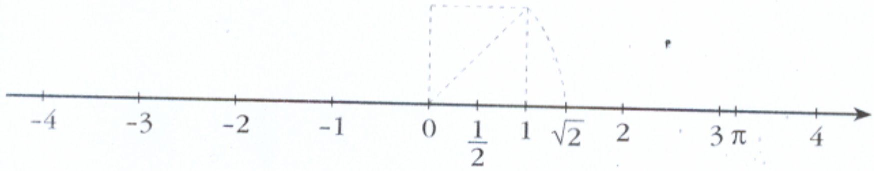
1. Números reais. Intervalos de números reais

1.1. Conjuntos numéricos

O conjunto dos números reais representa-se por $\mathbb{R}$.

$\mathbb{R}$ = {números reais}

A cada número real corresponde um ponto na recta real e a cada ponto da recta real corresponde um número real (a abcissa do ponto).



São números reais:

os números naturais:

$\mathbb{N}$ = {números naturais}

$\mathbb{N} = \{1 , 2 , 3 , 4 , \ldots\}$

os números inteiros relativos:

$\mathbb{Z}$ = {números inteiros relativos}

$\mathbb{Z} = \{\ldots , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , \ldots\}$

os números racionais:

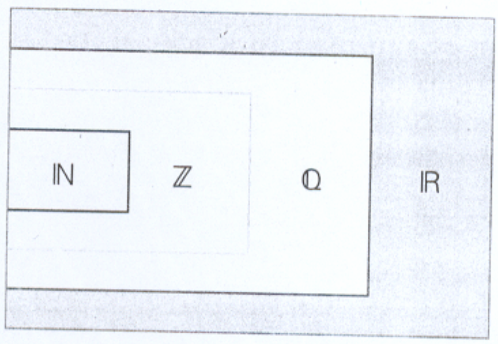
$\mathbb{Q}$ = {números racionais}

$\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup$ {números fraccionários}

os números irracionais, como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{6}$, π e muitos outros:

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup$ {números irracionais}

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



Notas

1. A raiz quadrada ou raiz cúbica de um número inteiro ou é um número inteiro ou um número irracional.

São números irracionais, por exemplo:

$\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt[3]{2}$, ...

2. Um número irracional muito importante é o número π.

$\pi = 3{,}141592654\ldots$

$\pi \in \mathbb{R}$

$\pi \notin \mathbb{Q}$

1.2. Números reais e dízimas

O interesse de escrever um número real sob a forma de dízima pode surgir por várias razões:

- a necessidade de termos imediatamente uma ideia acerca da grandeza do número;
- método rápido para compararmos números representados por fracções:
- desenhar, utilizando uma régua, um comprimento.

Por exemplo, se quisermos desenhar com uma régua um segmento de comprimento $\frac{17}{8}$ cm , reduzimos a fracção a dízima, $\frac{17}{8} = 2{,}125$, e com algum rigor desenhamos um comprimento de $2{,}1$ cm .

Números racionais e dízimas

Considerámos os números:

$$\frac{3}{5} \quad \text{e} \quad \frac{21}{37}\,.$$

Utilizámos a calculadora e obtivemos as dízimas:

$$\frac{3}{5} = 0{,}6 \quad ; \quad \frac{21}{37} = 0{,}567\,567\,\ldots$$

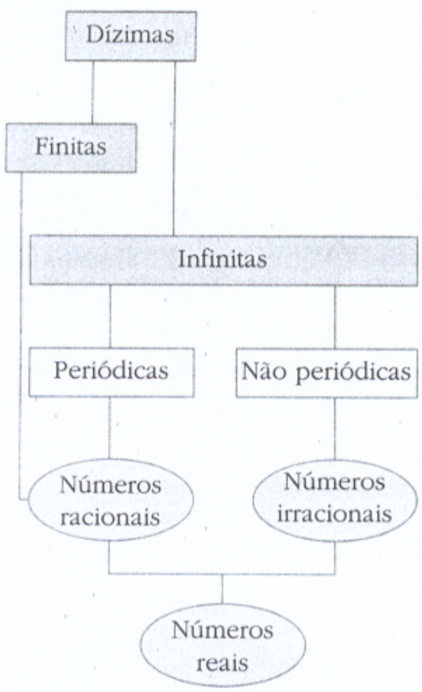
$$\frac{3}{5} = 0{,}6(0) \quad ; \quad \frac{21}{37} = 0{,}(567)$$

A dízima relativa à fracção $\frac{3}{5}$ é uma dízima finita ou infinita de período zero.

A dízima relativa à fracção $\frac{21}{37}$ é uma dízima infinita de período 567 .

De um modo geral, podemos dizer que:

Um número racional é representável por uma dízima finita ou por uma dízima infinita periódica.



Números irracionais e dízimas

O número π é um número irracional, por isso é representado por uma dízima infinita não periódica.

Ao longo dos séculos, os matemáticos ocuparam-se a determinar melhores aproximações para o número π .

$$\pi = 3{,}141\,592\,653\,589\,793\,238\,462\,64\,\ldots$$

A um número irracional corresponde uma dízima infinita não periódica.

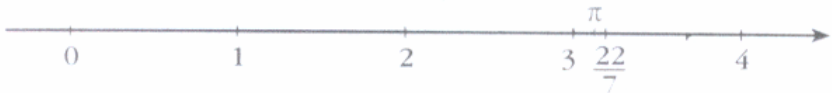
Exemplos

1. Desenhe a recta real e marque os pontos de abcissas π e $\frac{22}{7}$.

Resolução

$$\pi = 3{,}1415\ \ldots \qquad \frac{22}{7} = 3{,}1428\ \ldots$$

Desenhando a recta real, vem



Mais importante do que marcar exactamente os números na recta é compará-los e colocá-los por ordem crescente.

2. Escreva uma dízima que corresponda a um número irracional.

Resolução

Por exemplo,

$$2{,}005\ 0005\ 00005\ 000005\ \ldots$$

Mantendo a regularidade, a dízima que escrevemos não é periódica, por isso representa um número irracional.

3. Indique um número racional e um número irracional compreendido entre:

a) $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{5}$;

b) $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$.

Resolução

a) $\frac{1}{3} = 0{,}(3)$ e $\frac{2}{5} = 0{,}4$.

Então, o número pedido é: $0{,}333\ \ldots < x < 0{,}4$.

Logo, um número racional é, por exemplo, $0{,}34$, e um número irracional é, por exemplo, $\frac{\sqrt{2}}{4}$, pois $\frac{\sqrt{2}}{4} = 0{,}353\ \ldots$

b) $\sqrt{2} = 1{,}414\ \ldots$ e $\sqrt{3} = 1{,}732\ \ldots$, $1{,}414\ \ldots < x < 1{,}732\ \ldots$

Logo, um número racional é, por exemplo, $1{,}5$ e um número irracional é, por exemplo, $\sqrt{2} + 0{,}1$.

A_1 – Números reais

1. Complete o quadro colocando uma cruz quando o número pertence ao conjunto.

	IN	Z	Q	IR
$\frac{2}{3}$			×	×
-4				
9				
$-1{,}36$				
$\sqrt{17}$				
0				

2. Dos seguintes números indique os que são racionais e os que são irracionais:

$\frac{1}{7}$; -15; $0{,}3\,(6)$; $1{,}37$;

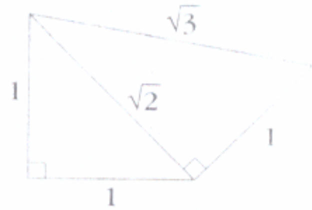
$\sqrt{17}$; $12{,}(57)$; $4{,}010\ 010\ 001\ \ldots$

3. Seja $A = \left\{-3\,,\ \frac{7}{5}\,,\ -\frac{8}{3}\,,\ -\frac{11}{5}\,,\ \sqrt{3}\,,\ -\sqrt{2}\right\}$

Represente a recta real dos elementos de A e, em seguida, escreva-os por ordem decrescente.

4. Observe a figura.

Trata-se da construção do segmento de comprimento $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$.



Use o mesmo método para construir um segmento de comprimento $\sqrt{5}$.

5. Indique um número racional compreendido entre $0{,}0001$ e $0{,}0002$.

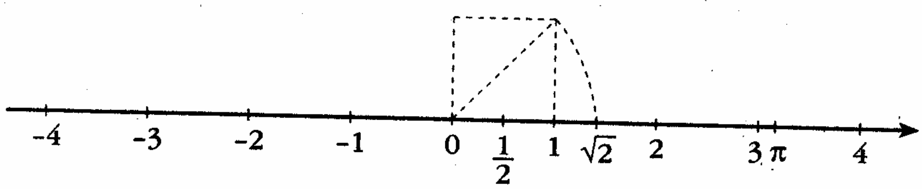
1. Números reais. Intervalos de números reais

1.1. Conjuntos numéricos

O conjunto dos números reais representa-se por $\mathbb{R}$.

$$\mathbb{R} = \{\text{números reais}\}$$

A cada número real corresponde um ponto na recta real e a cada ponto da recta real corresponde um número real (a abcissa do ponto).



São números reais:

→ **os números naturais:**

$\mathbb{N} = \{\text{números naturais}\}$

$\mathbb{N} = \{1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ 4\ ,\ \ldots\}$

→ **os números inteiros relativos:**

$\mathbb{Z} = \{\text{números inteiros relativos}\}$

$\mathbb{Z} = \{\ldots\ ,\ -3\ ,\ -2\ ,\ -1\ ,\ 0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ \ldots\}$

→ **os números racionais:**

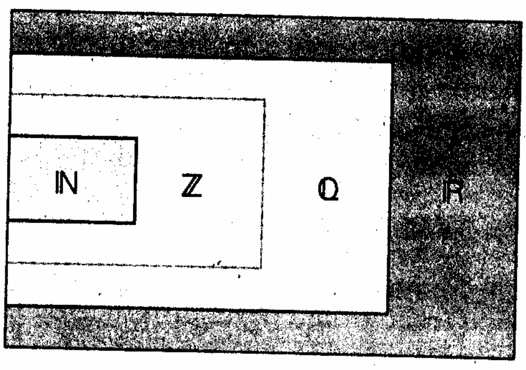
$\mathbb{Q} = \{\text{números racionais}\}$

$\mathbb{Q} = \mathbb{Z} \cup \{\text{números fraccionários}\}$

→ **os números irracionais,** como $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{6}$, π e muitos outros:

$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{\text{números irracionais}\}$

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$



Notas

1. A raiz quadrada ou raiz cúbica de um número inteiro ou é um número inteiro ou um número irracional.

São números irracionais, por exemplo:

$\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt[3]{2}$, ...

2. Um número irracional muito importante é o número π .

$\pi = 3{,}141592654\ldots$

$\pi \in \mathbb{R}$

$\pi \notin \mathbb{Q}$

1.2. Números reais e dízimas

O interesse de escrever um número real sob a forma de dízima pode surgir por várias razões:

- a necessidade de termos imediatamente uma ideia acerca da grandeza do número;
- método rápido para compararmos números representados por fracções:
- desenhar, utilizando uma régua, um comprimento.

Por exemplo, se quisermos desenhar com uma régua um segmento de comprimento $\frac{17}{8}$ cm, reduzimos a fracção a dízima, $\frac{17}{8} = 2{,}125$, e com algum rigor desenhamos um comprimento de 2,1 cm.

Números racionais e dízimas

Considerámos os números:

$$\frac{3}{5} \quad \text{e} \quad \frac{21}{37}.$$

Utilizámos a calculadora e obtivemos as dízimas:

$$\frac{3}{5} = 0{,}6 \quad ; \quad \frac{21}{37} = 0{,}567\ 567\ \ldots$$

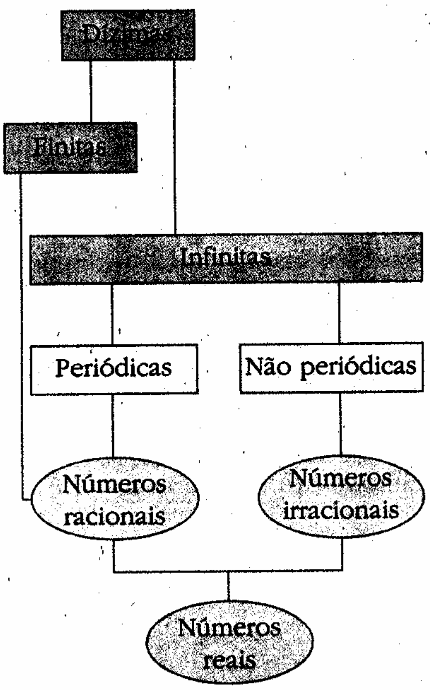
$$\frac{3}{5} = 0{,}6(0) \quad ; \quad \frac{21}{37} = 0{,}(567)$$

A dízima relativa à fracção $\frac{3}{5}$ é uma dízima finita ou infinita de período zero.

A dízima relativa à fracção $\frac{21}{37}$ é uma dízima infinita de período 567.

De um modo geral, podemos dizer que:

Um número racional é representável por uma dízima finita ou por uma dízima infinita periódica.



Números irracionais e dízimas

O número π é um número irracional, por isso é representado por uma dízima infinita não periódica.

Ao longo dos séculos, os matemáticos ocuparam-se a determinar melhores aproximações para o número π.

$$\pi = 3{,}141\ 592\ 653\ 589\ 793\ 238\ 462\ 64\ \ldots$$

A um número irracional corresponde uma dízima infinita não periódica.

Unidade 4

Os números reais

CONTEÚDOS

UMA SITUAÇÃO DE PARTIDA

Fazendo medições...

Com a ajuda de um fio e uma fita métrica, o Pedro mediu o perime
diâmetro de vários objectos circulares e o Miguel foi anotando os resu
registados na tabela seguinte:

Tampo da mesa	3,52 m	1,12 m	3,1428571
Base da garrafa	23,8 cm	7,6 cm	3,1315789
Base do copo	13,2 cm	4,2 cm	3,1428571
Base da lata	21,7 cm	6,9 cm	3,1449275
Medalha	28,3 cm	9,0 cm	3,1444444

Na última coluna (perímetro:diâmetro) os dois amigos obtiv
aproximadamente o mesmo resultado em todos os casos.

Esses resultados correspondem a valores aproximados de um número irracional e que se chama π.

1. OS NÚMEROS IRRACIONAIS

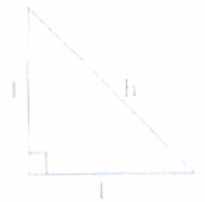
Como sabes, nem todos os números são inteiros ou fraccionários, isto é, racionais. Existem números que não se podem representar na forma de fracção e, portanto, não são racionais.

1.1 As raízes não-exactas

Um dos mais "famosos" é $\sqrt{2}$, que resulta da aplicação do Teorema de Pitágoras a um triângulo de catetos unitários para determinar a sua hipotenusa:

Teorema de Pitágoras

Num triângulo rectângulo o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.



$$h^2 = 1^2 + 1^2$$
$$h^2 = 2$$
$$h = \sqrt{2}$$

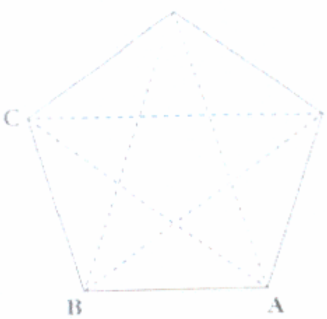
Recorrendo à máquina de calcular, obtém-se $\sqrt{2} = 1{,}4142135624\ldots$, uma **dízima infinita mas não-periódica,** isto é, os seus números sucedem-se sem nunca se repetirem pela mesma ordem. Este é um exemplo de número irracional.

Todos os números irracionais são representados por dízimas infinitas não-periódicas.

A raiz quadrada de um número natural, se não é inteira, é irracional.
Logo, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{10}$, $\sqrt{11}$,... são números irracionais.

São também irracionais os resultados das operações de adição, subtracção, multiplicação e divisão de números irracionais com números racionais. Por exemplo: $1 + \sqrt{2}$; $\dfrac{\sqrt{3} - 1}{2}$; $\dfrac{5}{2 + \sqrt{5}}$

1.2 O número de ouro, ϕ



O número de ouro, $\phi = \dfrac{1 + \sqrt{5}}{2}$ foi obtido pelos gregos ao encontrar a relação entre a diagonal de um pentágono regular e o seu lado:

$$\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1{,}6180339887\ldots$$

1.3 O número π

$3 < \pi < 4$
$3{,}1 < \pi < 3{,}2$
$3{,}14 < \pi < 3{,}15$
$3{,}141 < \pi < 3{,}142$
$3{,}1415 < \pi < 3{,}1416$

Valores de π por defeito — Valores de π por excesso

A esta lista de números irracionais podes acrescentar o número π, cujo valor aproximado até às centésimas é 3,14 e, como já vimos, representa o quociente (constante) entre o perímetro de qualquer circunferência e o seu diâmetro.

Já por volta de 1430 obteve-se para π o valor 3,1415926535897932.

Hoje em dia o valor de π é conhecido com muito mais casas decimais, mas por mais decimais que sejam calculadas não existe fim para este processo. **É uma dízima infinita não-periódica.**

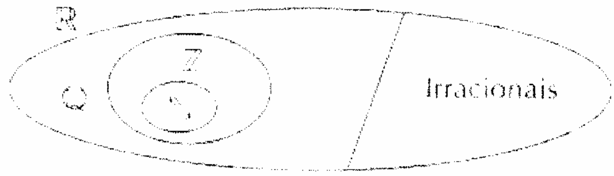
2. OS NÚMEROS REAIS

A união de todos os números que admitem uma expressão decimal in
não-periódica forma o conjunto dos números irracionais — não e
nenhuma letra especial para designar estes números.

*Chamamos **número real** a qualquer número que se pode expressar na forma decimal finita ou infinita.*

2.1 O conjunto $\mathbb{R}$

Ao conjunto formado pela reunião dos números racionais, $\mathbb{Q}$, e irracionais chama-se **conjunto dos números reais** e designa-se por $\mathbb{R}$.



Podemos escrever: $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \{x : x \text{ é irracional}\}$

Podemos considerar vários subconjuntos de $\mathbb{R}$ além dos já referidos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$ e
São eles:

$\mathbb{R}^+$ — números reais positivos

$\mathbb{R}^-$ — números reais negativos

$\mathbb{R}_0^+$ — números reais não-negativos

$\mathbb{R}_0^-$ — números reais não-positivos

$\mathbb{R}^+ \cap \mathbb{R}^- = \emptyset$
$\mathbb{R}^+ \cup \mathbb{R}^- \cup \{0\} = \mathbb{R}$
$\mathbb{R}_0^+ \cup \mathbb{R}_0^- = \mathbb{R}$

Actividades

1 **Indica se são verdadeiras ou falsas as afirmações seguintes:**

a) $\dfrac{3}{7} \in \mathbb{R}$ **c)** $-3\pi \in \mathbb{Z}$ **e)** $\sqrt{25}$ é um número irracional

b) $-\dfrac{2}{5} \in \mathbb{Q}$ **d)** $8{,}5(4) \in \mathbb{R}$ **f)** $(1-5) \in \mathbb{N}$

2 **Completa cada alínea usando correctamente um dos símbolos** $\subset$, $\not\subset$, $\in$, $\notin$.

a) $\mathbb{N}_0$ _____ $\mathbb{Q}$ **d)** $\mathbb{Q}$ _____ $\mathbb{Q}^+$ **g)** $\mathbb{Z}$ _____ $\mathbb{R}$

b) $\sqrt{49}$ _____ $\mathbb{Z}$ **e)** $-\sqrt{2}$ _____ $\mathbb{R}$ **h)** $-\sqrt{144}$ _____ $\mathbb{Q}$

c) $\sqrt{16}$ _____ $\mathbb{R}$ **f)** $\dfrac{1+\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ _____ $\mathbb{Q}$ **i)** $\mathbb{Q}^+$ _____ $\mathbb{R}$

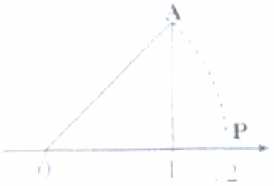
3. CORRESPONDÊNCIA [illegible] NÚMEROS

Considera uma recta orientada, onde foi marcada a origem e escolhida uma unidade.

Já aprendeste a representar os números inteiros e os fraccionários, isto é, aprendeste a determinar os pontos da recta cujas abcissas são cada um desses pontos. Representemos na recta alguns desses pontos:

Existem na recta pontos que não se correspondem com números racionais. De facto, esses "buracos" vão ser preenchidos pelos números irracionais.

3.1 Representação gráfica de raízes, não-exactas, de números inteiros



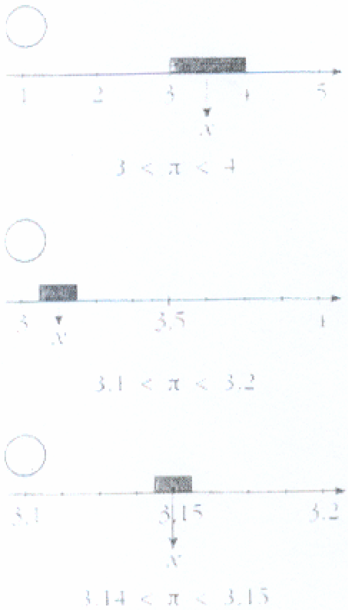
Aplicando o Teorema de Pitágoras podemos representar na recta os números irracionais que correspondem a raízes quadradas, não-exactas, de números inteiros.

Por exemplo, vamos representar o número $\sqrt{2}$ na recta. $\sqrt{2}$ é a medida da hipotenusa de um triângulo rectângulo isósceles de lado 1 unidade. Consideramos um segmento de medida 1 e construímos sobre a recta, a partir do zero, o triângulo correspondente. Com centro em zero e com raio $\sqrt{2}$ (medida da diagonal) traçamos com um compasso uma semicircunferência que intersecta a recta em dois pontos correspondentes às abcissas $-\sqrt{2}$ (a que está à esquerda do zero) e $\sqrt{2}$ (a que está à direita do zero).

Da mesma forma podes construir $\sqrt{3}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{11}$...

Todos os infinitos pontos da recta orientada que não estão ocupados por números racionais correspondem aos números irracionais.

A cada ponto da recta orientada corresponde um número real e vice-versa, isto é, há uma correspondência biunívoca entre os pontos da recta e os números reais.



Tivemos de recorrer aos valores aproximados para encontrar uma "zona" onde se encontra π.

Os números reais "enchem" por completo a recta orientada, por isso se chama recta real. Contudo, não seremos capazes de representar, exactamente, por métodos geométricos, a maior parte dos números irracionais. Observa o que se passa, ao lado, com o número π. Tivemos de recorrer a representações aproximadas a partir da sua expressão decimal, o que se torna fácil e suficiente para as nossas necessidades.

4. OPERAÇÕES EM $\mathbb{R}$

$\sqrt{-5}$?

$8 : 0$?

$\sqrt{-16}$?

$\sqrt{x}$?

$\frac{x}{y}$?

Só se x for positivo

Só se $y \neq 0$

Agora que já conheces o conjunto $\mathbb{R}$, já sabes, por exemplo, que h números cujo quadrado é 10: $\sqrt{10}$ e $-\sqrt{10}$. Contudo, mesmo em $\mathbb{R}$, há operações que não se podem efectuar, como determinar a raiz qu de um número negativo e dividir um número por zero. Destas ope falarás num dos próximos anos.

Todas as propriedades que já estudaste para as operações em $\mathbb{Q}$ são válidas em $\mathbb{R}$. Assim podes, por exemplo, efectuar:

$3\sqrt{7} + 2\sqrt{7} = (3 + 2)\sqrt{7} = 5\sqrt{7}$	Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição
$(\sqrt{2} + 5)^2 = (\sqrt{2})^2 + 2(\sqrt{2}) \cdot 5 + 5^2 =$ $= 2 + 10\sqrt{2} + 25 = 27 + 10\sqrt{2}$	Caso notável — Quadrado do binómi
$(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - \sqrt{3}) = (\sqrt{2})^2 - (\sqrt{3})^2 =$ $= 2 - 3 = -1$	Caso notável — Diferença de quadrad
$8\pi - 5\pi = (8 - 5)\pi = 3\pi$	Propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtracção
$\sqrt{2}(5 - 2\sqrt{2}) = \sqrt{2} \times 5 - \sqrt{2} \times 2\sqrt{2} =$ $= 5\sqrt{2} - 2(\sqrt{2})^2 = 5\sqrt{2} - 4$	Propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtracção

4.1 Valores aproximados

Podes ter necessidade de efectuar cálculos não com os valores exa como fizemos atrás, mas sim com os valores aproximados.

Por exemplo, e atendendo aos valores aproximados para $\sqrt{2}$ e $\sqrt{5}$:

- Se tomarmos $1{,}41 + 2{,}23 = 3{,}64$
  temos um valor **aproximado por defeito** de $\sqrt{2} + \sqrt{5}$
- Se tomarmos $1{,}42 + 2{,}24 = 3{,}66$
  temos um valor **aproximado por excesso** de $\sqrt{2} + \sqrt{5}$

$1{,}41 < \sqrt{2} < 1{,}42$

Valor aproximado por defeito a menos de 0,01 — Valor aproximado por excesso a menos de 0,01

$2{,}23 < \sqrt{5} < 2{,}24$

Valor aproximado por defeito a menos de 0,01 — Valor aproximado por excesso a menos de 0,01

Isto significa que $3{,}64 < \sqrt{2} + \sqrt{5} < 3{,}66$

Para calcular o **máximo erro cometido,** o majorante do erro, subtrai-s valor por excesso o valor por defeito. Então o erro é $3{,}66 - 3{,}64 = 0{,}02$.

Concluímos então que $\sqrt{2} + \sqrt{5}$ tem como valores aproximados, defeito e por excesso, a menos de 0,02, respectivamente, 3,64 e 3,66

Recta Real

A cada nº real, seja racional ou irracional, pode-se fazer corresponder um ponto num eixo e vice-versa.
Para representar um nº irracional num eixo, marca-se a sua aproximação como ponto.

$\sqrt{5} = 2,23\underline{6}07 \simeq 2,24$

Lição nº 57 e 58 — 15-1-04

Sumário

Pesquisa para a realização do trabalho

Lição nº 54 e 56. — 20-1-04

Sumário

Conclusão da preparação dos trabalhos sobre o capítulo nºs reais e inequações.

$\boxed{\text{Exercícios}}$

3) Faz a aproximação dos seguintes nº por:

- defeito
  - 2,23 (2,2)
  - 3,75 (3,7)
  - 6,60 (6,6)
  - 5,21 (5,2)
  - 4,94 (4,9)

- excesso
  - 1,36 (1,4)
  - 6,45 (6,5)
  - 7,69 (7,7)
  - 2,41 (2,5)
  - 8,98 (9,0)

- científica
  - 8,75 (8,8)
  - 7,56 (7,6)
  - 9,99 (10,0)
  - 1,91 (1,9)
  - 9,44 (9,4)

(1) Resolve as seguintes operações

a) $\left(\frac{3}{6}\right)^{-2} = \left(\frac{6}{3}\right)^{2} = \frac{36}{9} = 4$

b) $10\sqrt{3} + 4\sqrt{3} = (10+4)\sqrt{3} = 14\sqrt{3}$

c) $(9\sqrt{2})^2 = 9^2 \times \sqrt{2}^2 = 81 \times 2 = 162$

Classifica as seguintes dízimas

1,666666 (~~infinita não periódica~~)

$\frac{10}{6}$ = 1,666... (Dízima infinita periódica

69,$\underbrace{249}_{\text{é o período}}$249249... (Dízima I. Periódica

... (Dízima infinita ñ periódica)

$\frac{525}{17}$ = 30,882352 (Dízima infinita ñ periódica)

4 (Dízima finita)

(2) Indica a Dízima infinita periódica

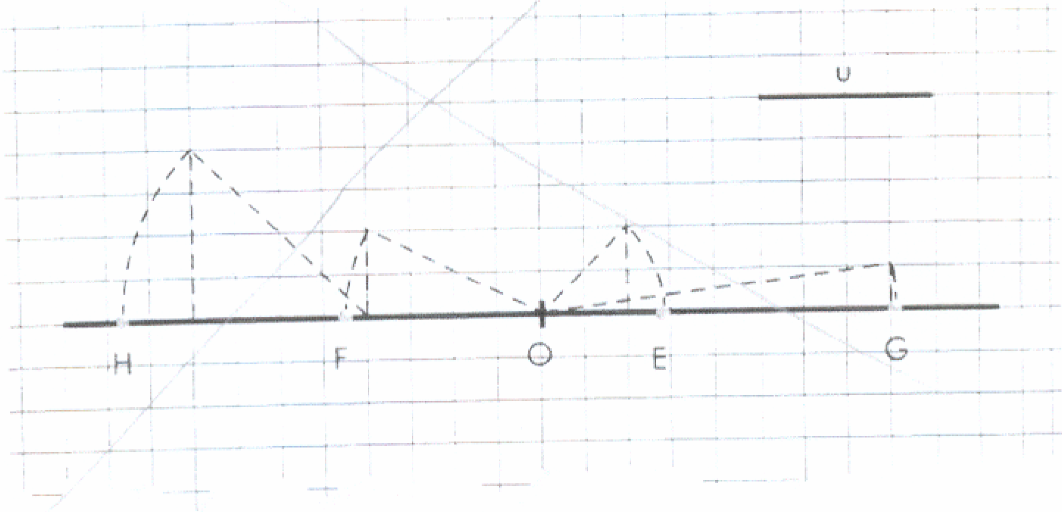
a) 2,8888243...
b) 24
c) 24,88388388...

Planificação do Grupo IIG

Exercícios

10 Marca num eixo os pontos A, B, C e D de abcissas $-\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $-3-\sqrt{2}$ e $\sqrt{14}$.

11 Indica as abcissas dos pontos E, F, G e H marcados sobre o eixo:



Relações < e > em IR

Transitividade
Equivalência entre a <b e b>a

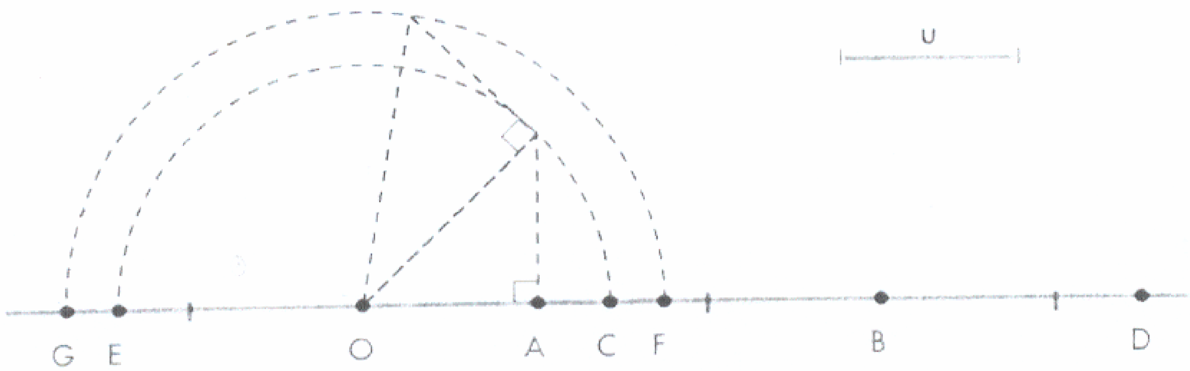
Para comparar dois números reais, tal como procedemos com dois racionais, recorremos às relações < e >.

De dois números reais é maior o que corresponde ao ponto situado mais à direita, na recta real, tal como acontecia só para números racionais.

Exemplo:

$$-\sqrt{3} < -\sqrt{2} < 0 < 1 < \sqrt{2} < \sqrt{3} < 3 < 4,5$$

Os números correspondem, respectivamente aos pontos G, E, O, A, C, F, B, D



Partindo da marcação de pontos num eixo, são imediatas as propriedades:

- **Transitiva da relação menor que:**

Se $a < b$ e $b < c$ então $a < c$

Se o ponto de abcissa *a* está à esquerda do de abcissa *b* e este à esquerda do de abcissa *c* então o ponto de abcissa *a* está à esquerda do de abcissa *c*.

- **Transitiva de relação maior que:**

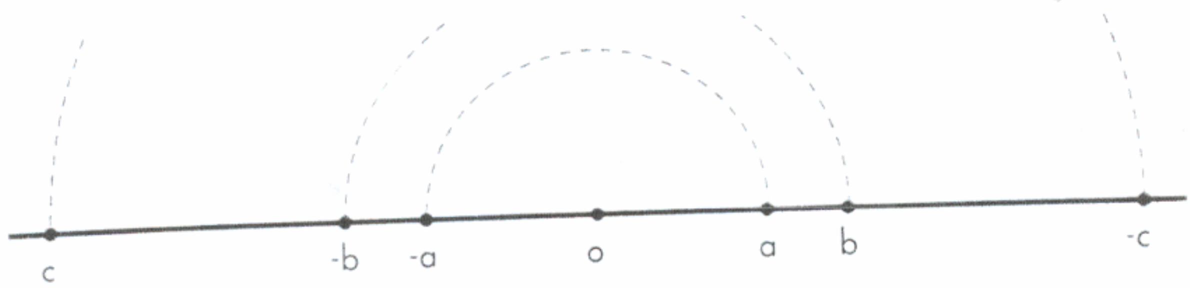
Se $a > b$ e $b > c$ então $a > c$

- **Equivalência entre $a < b$ e $b > a$**

Afirmar que $a < b$ é o mesmo que dizer que $b > a$.

Sendo a, b números positivos e c negativo, são números negativos $-a$ e $-b$ e $-c$ é positivo.

Supondo que $a < b < -c$:



Repara por exemplo que :

$a < b$ e $-a > -b$;
$c < -b$ e $-c > b$
$c < 0$ e $-c > 0$

Sendo um número menor que outro, o simétrico do primeiro é maior que o simétrico do segundo.

$a < b$ é equivalente a $-a > -b$

Exercícios

12 Completa com um dos símbolos $<$, $>$ ou $=$ de modo a obteres afirmações verdadeiras:

- $\sqrt{26}$ ... 5
- $-\sqrt{26}$ ... -5
- $\frac{7}{5}$ ... $\sqrt{2}$
- $-\sqrt{\sqrt{81}}$ ... -3
- $1,(7)$ ... $1,7$
- $\sqrt{2}$ ... $1,(4)$
- $-0,23...$ $-0,(23)$
- $\frac{1}{\sqrt{3}}$ ... $\frac{1}{1,73}$

13

- Marca sobre um eixo os pontos de abcissas:

$$6 \ ; \ -\frac{5}{2} \ ; \ \sqrt{80} \ ; \ -\sqrt{20} \ ; \ \sqrt{6}$$

- Coloca, por ordem crescente, os números considerados.

14

- Indica valores aproximados, às milésimas de

$$\sqrt{10} \ ; \ -\sqrt{0,3} \ ; \ \sqrt{0,00007}$$

- Parece-te mais aconselhável recorrer a aproximação por defeito ou por excesso?

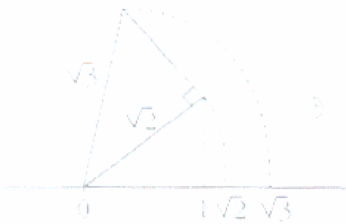
5. RELAÇÕES < E ">" EM R

Ao representarmos um número na recta real torna-se possível compará-lo com outros números.

Por exemplo, ao representar $\sqrt{2}$ verificamos que está entre 1 e 2, isto é, $1 < \sqrt{2} < 2$. Mas também se verifica que está entre 1 e $\sqrt{3}$, $1 < \sqrt{2} < \sqrt{3}$.

Portanto, ao representar numeros na recta real estamos a colocá-los por ordem crescente, da esquerda para a direita.

Quando nos são dados dois números reais, **a** e **b**, diferentes, a sua representação na recta só pode ser:



$(\sqrt{3})^2 = (\sqrt{2})^2 + 1^2$

ou

a está à esquerda de **b**,
isto é, **a** é menor que **b**
simbolicamente, $a < b$

b está à esquerda de **a**
b é menor que **a**
simbolicamente, $b < a$

Repara que dizer que "**a** é menor do que **b**" é o mesmo que "**b** é maior do que **a**" e, simbolicamente, escrevemos **a < b** é equivalente a **b > a.** Portanto, para comparar numeros reais podemos utilizar os dois símbolos: **>** ou **<.**

5.1 Comparação e ordenação

Já sabes comparar números racionais. Vamos agora comparar e ordenar números reais.

Para tal considera o conjunto $\left\{\pi; -\frac{17}{5}; 1{,}8; 3{,}(14); -\sqrt{12}\right\}$ e vamos ordenar os seus elementos.

Começamos por separar os negativos dos positivos:

NEGATIVOS	POSITIVOS
$-\frac{17}{5}; -\sqrt{12}$	$\pi; 1{,}8; 3{,}(14)$
$-\frac{17}{5}; = -3{,}4$	$\pi = 3{,}14159265...$
$-\sqrt{12} = -3{,}4641016...$	$3{,}(14) = 3{,}141414...$

$\left|\frac{-17}{5}\right| = |-3{,}4| = 3{,}4$

$|-\sqrt{12}| = |-3{,}4641016...| =$
$= 3{,}4641016...$

$3{,}40 < 3{,}46$

$-\sqrt{12} < -\frac{17}{5}$

Para comparar estes números tivemos de considerar valores aproximados até às centésimas, porque o algarismo das decimas é igual.
As aproximações que deves considerar dependem do problema que é colocado.

Recorrendo às dízimas resulta fácil a sua ordenação:

$$-\sqrt{12} < -\frac{17}{5} < 1{,}8 < 3{,}(14) < \pi$$

Relações < e > em R

É a equivalência entre a e b (<) e b e a >

$a < b$ é <u>equivalente</u> a $b > a$

Existe certas frases, em linguagem matemática, lêem-se da esquerda para a direita ou ao contrário, com o mesmo significado.

A propriedade que ~~te~~ nos permite responder a esta questão chama-se PROPRIEDADE TRANSITIVA.

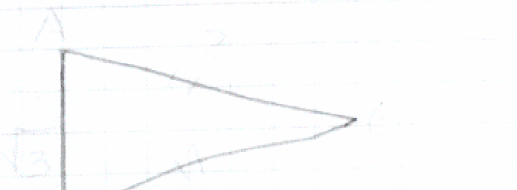
As Relacções "<" e ">" em R (gozam) da propriedade transitiva; dá-nos 3 números reais a, b e c

se $a > b$ então $a+c > b+c$, com a, b e c números reais.

- Se $a > b$ então $ac > bc$, se $c > 0$
- Se $a > b$ então $ac < bc$, se $c < 0$

As propriedades 2 e 3 permitem enquadrar expressões cujo valor só podemos conhecer aproximadamente.

Ex: Indica um enquadramento para ~~[illegible]~~ o perímetro dos dados que estão na Figura.



$P = 2+2+\sqrt{3}$ (1,732.....)

$= \boxed{4+\sqrt{3}}$ cm

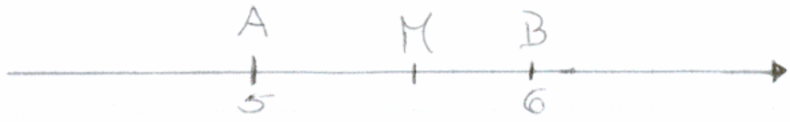
↳ Valor exacto do problema

- Aplicando a propriedade 2, podemos escrever da seguinte forma:

Planificação do Grupo IIIG

Intervalos em IR

Actividade



As abcissas dos pontos A e B, respectivamente, 5 e 6.

- Indica a abcissa de M (ponto de [AB]).
- Marca o ponto N (ponto médio de [AM]).
- Marca o ponto P (ponto médio de [AN] e indica a sua abcissa.

Repara que podes continuar indefinidamente esta sequência de operações.

- Que conclusão podes tirar sobre quantos números existem entre 5 e 6.

Os números que encontraste na actividade anterior são todos racionais.
Mas também há números irracionais entre 5 e 6, como por exemplo,

$$\sqrt{27},\ \sqrt[3]{150},\ \pi+2,\ \ldots$$

Entre 5 e 6 há uma infinidade de números reais (racionais e irracionais).

O conjunto de todos os números reais compreendidos entre 5 e 6 chama-se intervalo aberto de extremos 5 e 6.

Designa-se por

$$]5, 6[$$

Se ao intervalo aberto juntarmos os extremos

ficamos com o intervalo fechado de extremos 5 e 6

Os intervalos de que falámos até aqui são intervalos limitados. Mas existem outro tipo de intervalos: intervalos ilimitados

Por exemplo, o conjunto dos números reais maiores que 4 também é um intervalo

Este intervalo é ilimitado e representa-se por $]4, +\infty[$

$$]4, +\infty[= \{x \in \mathbb{R} : x > 4\}$$

- Actividade

- Representa sobre um eixo, usando cores diferentes, os intervalos

$[-10,7]$ e $[3,10]$ e indica:

- O conjunto dos elementos comuns (intersecção dos intervalos)

$[-10,7] \cap [3,10] =$

- O conjunto dos elementos que pertencem pelo menos a um deles (reunião dos intervalos).

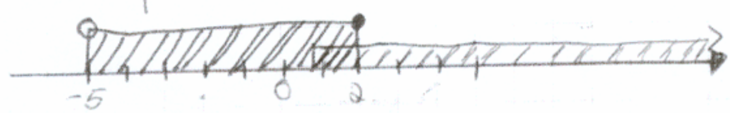
$[-10,7] \cup [3,10] =$

Para mais facilmente encontrarmos a intersecção reunião de intervalos podemos servir-nos de um esquema geométrico.

Assim, por exemplo, para determinar

$]-5,2] \cup [0,+\infty[$ e $]-5,2] \cup [0,+\infty$

O esquema



ajudamos a ver que

$]-5,2] \cap [0,+\infty[= [0,2]$

e

Intervalo → conjunto dos números x compreendidos entre dois números a e b.

Intervalo semiaberto ou semi fechado - $a < x \leq b$ ou $a \leq x < b$

Intervalo de números reais:

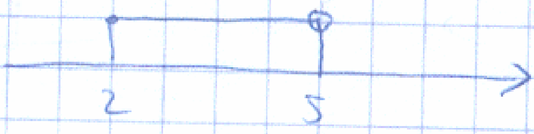
$\{x \in \mathbb{R} : 2 \leq x < 5\} = [2, 5[$, que lê-se "intervalo de números reais de 2 fechado a 5 aberto". 2 e 5 dizem-se extremos de intervalos.

Notas:

→ "Fecha-se" o intervalo, desenhando parênteses recto "virado para dentro" sempre que o extremo respectivo lhe pertence.

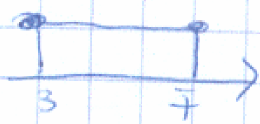
→ "Abre-se" o intervalo, desenhando o parênteses recto "virado para fora" sempre que o respectivo extremo não lhe pertence

Geometricamente representa-se o intervalo $[2, 5[$ por

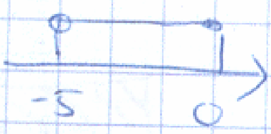


Exemplos:

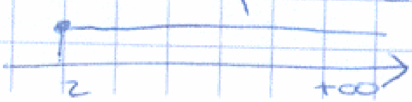
$A = \{x \in \mathbb{R} : 3 \leq x \leq 7\} = [3, 7]$



$B = \{x \in \mathbb{R} : -5 < x \leq 0\} = [-5, 0]$



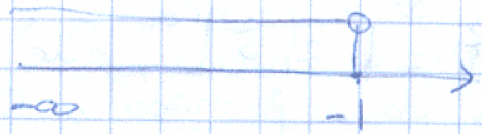
O conjunto $\{x \in \mathbb{R} : x \geq 2\}$ representa-se na forma de intervalo por $[2, +\infty[$ e geometricamente por



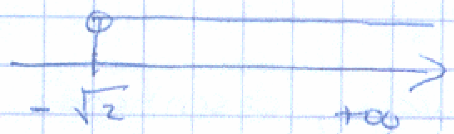
Os símbolos $+\infty$ e $-\infty$ não são números reais, eles simbolizam que não há nenhum nº maior que todos os outros nem um número menor que todos os outros

Exemplos:

$A = \{x \in \mathbb{R} : x < -1\} =]-\infty, -1[$



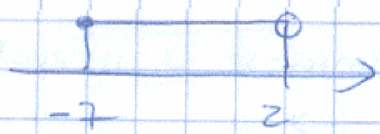
$B = \{x \in \mathbb{R} : x > -\sqrt{2}\} =]-\sqrt{2}, +\infty[$

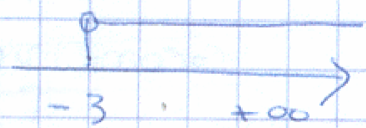


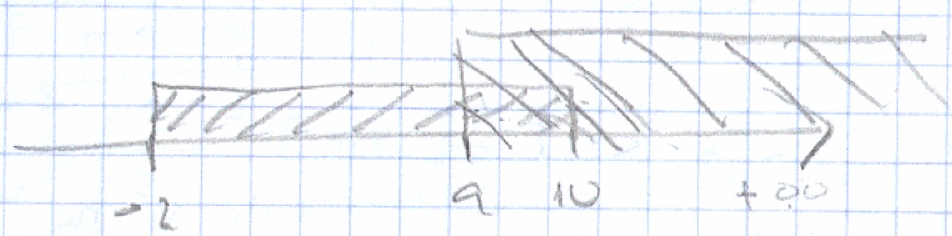
Nota: No lado correspondente a $-\infty$ ou $+\infty$ representa-se o intervalo sempre aberto

---

Representa sob a forma de intervalo os conjuntos:

a) 

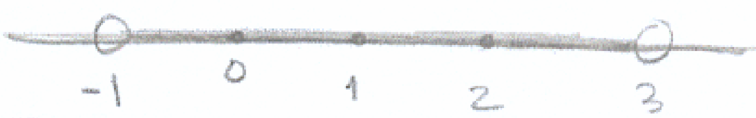
b) 



$x > -3$

$]-3, +\infty[$

Intervalos de nºˢ reais



Entre -1 e 3 há infinitos nºˢ reais

Esses nºˢ reais estão representados na recta real pelo segmento de recta assinalado

São todos os nºˢ x tais que $-1 < x < 3$

Ao conjunto desses nºˢ chama-se intervalo aberto de nºˢ reais e costuma-se apresentar por

$]-1, 3[$; os extremos são -1 e 3 que não pertencem ao intervalo

Dados 2 nºˢ reais a e b tais que $a < b$, o conjunto dos nºˢ compreendidos entre a e b chama-se intervalo aberto de extremos a e b e representa-se por $]a, b[$

a - extremo inferior ; b - extremo superior

- Juntando a $]a, b[$ os números a e b obtemos o intervalo fechado $[a, b]$

Sendo A e B dois pontos de abcissas a e b tais que $a < b$, podemos representar graficamente intervalos de extremos a e b:

Intervalos - Até agora temos vindo a estudar os conjuntos de números e como representámos , numa recta. Para fazer essa representação temos que ter em atenção que os números estão ordenados.
De facto dados dois números (a,b) é sempre possível afirmar que $a < b$ ou $a > b$ ou $a = b$.

Intervalo Limitado - Como se pode ver pelo exemplo apresentado anteriormente, $]0,1[$, na representação de conjunto sob a forma de intervalos utilizamos parênteses rectos. Neste intervalo dizemos que 0 e 1 são os extremos do intervalo.

aberto

$]a,b[$

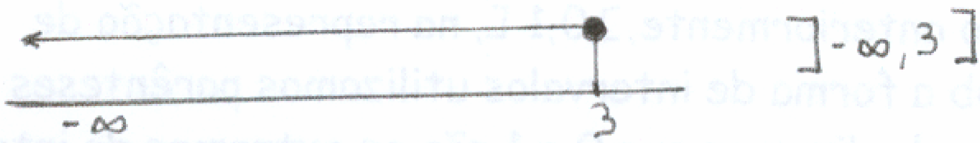
extremo inferior extremo superior

Nota: Num intervalo o extremo inferior tem que ser sempre menor ou igual ao extremo superior(ou seja $\leqslant b$).

Intervalos Ilimitados- Nem todos os subconjuntos de IR definidos por uma condição podem ser representados através de um intervalo do tipo daqueles que estudámos até agora .
Estudamos uma outra situação :
Consideramos o conjunto $\{x \in \mathbb{R}\ x \geqslant 1.5\}$
Neste caso não existe um extremo superior para este conjunto a que pertence todos os números reais desde 1.5 (inclusive) até mais infinito.
Trata-se de um intervalo ilimitado já que um dos seus extremos não é um número real.

Reunião de intervalos - A Reunião de dois intervalos, A e B , é por definição um conjunto constituído pelos elementos que pertencem a A e B.

- O símbolo $+\infty$, que se lê «mais infinito», não tem significado numérico : indica que não existe um número real maior que todos os outros.
  De um modo análogo se justifica o símbolo $-\infty$,que se lê «menos infinito» surge, por exemplo, no intervalo.



- ***Nota*** : que a reunião corresponde àquilo a que chamamos a disjunção de duas condições os elementos do conjunto reunião são os números reais que verificam pelo menos uma das condições
  $2 \quad x < 5$ ou $x > 3$

- Por sua vez, a intersecção corresponde á conjunção de condições. Os elementos do conjunto intersecção são os números reais que verificam ao mesmo tempo as condições $2 < x < 5$ e $x > 3$

Os símbolos que se usam:

$\cup$ na reunião de conjuntos
$\vee$ disjunção de condições
$\cap$ na intersecção de conjuntos
$\wedge$ na conjunção de condições

- $\vee$ lê-se <u>ou</u>
- $\wedge$ lê-se <u>e</u>

Intervalos dos números reais

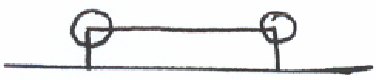
Até agora temos vindo a estudar os conjuntos de números e como representámos, numa recta. Para fazer estão ordenados.
De facto dados dois números (a,b) é sempre possível afirmar que $a>b$ ou $a<b$ ou $a=b$.

- **Os intervalos representam-se parênteses rectos:**

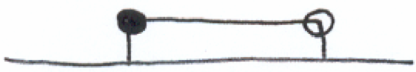
]a,b[significa aberto
[a,b] significa fechado
]a,b] significa aberto à esquerda fechado à direita
[a,b [significa fechado à esquerda aberto à direita

- **representação geométrica:**

] 1,2 [



[1,3 [



Intervalos Limitado: Quando os dois extremos são números reais

Ex:.]1,12 [

Extremo superior

Extremo inferior

Símbolos mais importantes num intervalo:

∞ -infinito
$+\infty$ - mais infinito
$-\infty$ - menos infinito
$\cap$ - na intersecção de conjuntos

Ficha Formativa

1. Representa sob a forma de intervalo e graficamente os conjuntos:

a) $\{ x \in \mathbb{R} : 1 < x \leq 3 \}$
b) $\{ x \in \mathbb{R} : x < -5 \}$
c) $\{ x \in \mathbb{R} : x \geq -\frac{3}{4} \}$

2. Representa (~~em compreensão~~) os intervalos: por meio de 1 condição!

a) $[-1; 2]$ b) $]6; 12]$
c) $]-\infty; -5]$ d) $]-7; -2[$

3. Escreve em intervalos:

a) $\mathbb{R}^+_0$ b) $\mathbb{R}^-_0$ c) $\mathbb{R}$

4. Com ajuda de uma recta orientada, determina:

a) $]-8, 2] \cap]-1, 6]$
b) $]-6, 1] \cap [2, +\infty[$
c) $[-10, 9[\cup]-2,5; 4[$
d) $]-\infty, 8[\cup [4, +\infty[$
e) $[-10, 9] \cap [-2,5; 4[$

$\leq$

5. Representa por um conjunto, os seguintes intervalos de números reais:

a) $[0, 3]$ b) $]-4, 0]$ c) $]-\infty, 3]$
d) $]2, 5]$ e) $[-\sqrt{2}, -1[$ f) $]-7, 9[$

Exemplos

1. Relativamente a cada uma das condições, represente-a na rec real e escreva o intervalo de números reais correspondente.

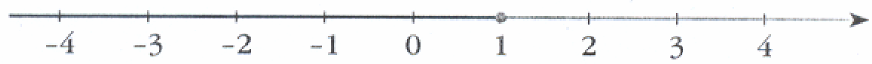
1.1 $x \geqslant 1$; 1.2 $x < 10$; 1.3 $x \geqslant \frac{1}{2}$;

1.4 $x \leqslant 3{,}2$; 1.5 $x \leqslant 1000$; 1.6 $2 < x < 5$;

1.7 $2 \leqslant x \leqslant 5$; 1.8 $2 \leqslant x < 5$; 1.9 $2 < x \leqslant 5$.

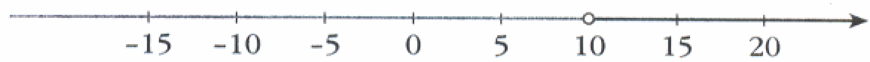
Resolução

1.1 $x \geqslant 1$



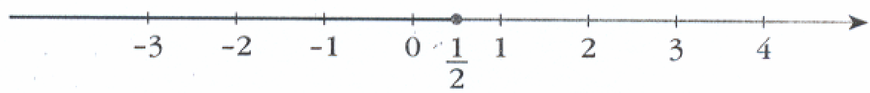
$[1\ ,\ +\infty[$

1.2 $x < 10$



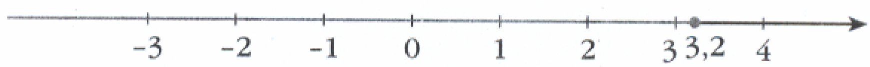
$]-\infty\ ,\ 10[$

1.3 $x \geqslant \frac{1}{2}$



$\left[\frac{1}{2}\ ,\ +\infty\right[$

1.4 $x \leqslant 3{,}2$



$]-\infty\ ;\ -3{,}2]$

Neste caso substitui-se a , por ; .

A$_2$ – Intervalos de números reais

1. Para cada uma das condições represente-a na recta real e escreva o intervalo de números reais correspondente.

1.1 $x < 3$;

1.2 $x \leqslant 1$;

1.3 $x \geqslant 0{,}5$;

1.4 $x > -\frac{1}{2}$;

1.5 $x \leqslant 100$;

1.6 $x \geqslant 10\ 000$;

1.7 $0 \leqslant x \leqslant 3$;

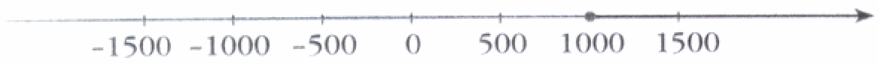
1.8 $0 < x \leqslant 3$;

1.9 $0 < x < 3$;

1.10 $0 \leqslant x < 3$;

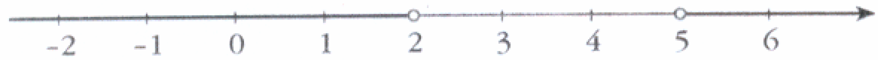
1.11 $-1{,}5 \leqslant x \leqslant 2$.

1.5 $x \leqslant 1000$



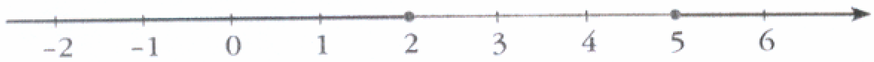
$]-\infty \, , \, 1000]$

1.6 $2 < x < 5$



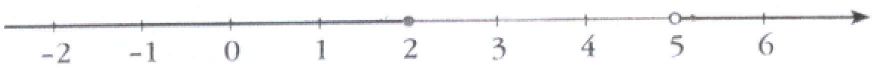
$]2 \, , \, 5[$

1.7 $2 \leqslant x \leqslant 5$



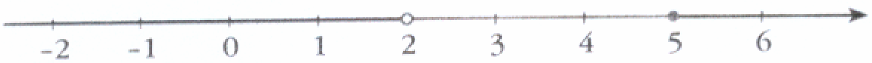
$[2 \, , \, 5]$

1.8 $2 \leqslant x < 5$



$[2 \, , \, 5[$

1.9 $2 < x \leqslant 5$



$]2 \, , \, 5]$

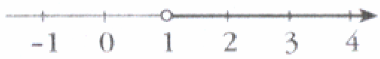
2. Represente sob a forma de intervalo de números reais a condição:

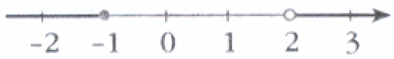
2.1 x menor ou igual a 5 ;

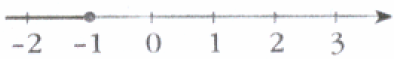
2.2 x maior do que zero;

2.3 x maior do que -5 e menor do que 5 .

3. Escreva o intervalo e a condição correspondente à seguinte representação geométrica:

3.1 

3.2 

3.3 

4. Represente geometricamente cada um dos intervalos de números reais.

4.1 $]-\infty \, , \, 2]$;

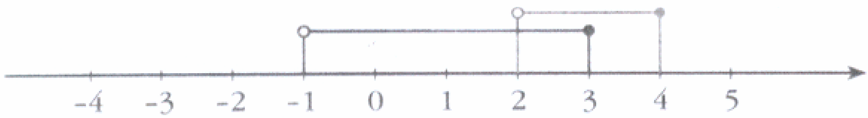
4.2 $]2 \, , \, 5]$;

4.3 $]-\infty \, , \, 3[$;

4.4 $[5 \, , \, +\infty[$;

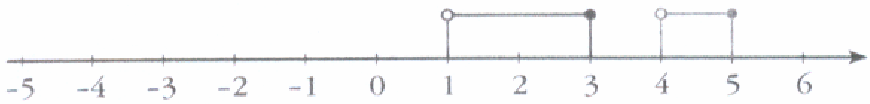
4.5 $]-2 \, ; \, 1{,}3[$.

1 $A =]-1\ ,\ 3]$ e $B =]2\ ,\ 4]$



$A \cap B =]2\ ,\ 3]$

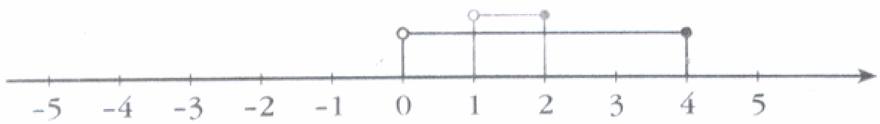
2 $A =]1\ ,\ 3]$ e $B =]4\ ,\ 5]$



$A \cap B = \varnothing$

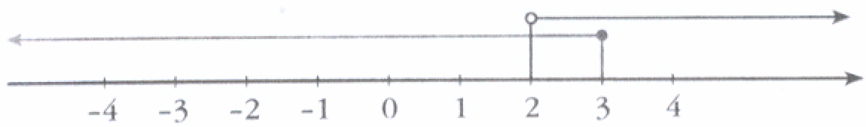
O conjunto vazio é um intervalo.

3 $A =]0\ ,\ 4]$ e $B =]1\ ,\ 2]$



$A \cap B = B =]1\ ,\ 2]$

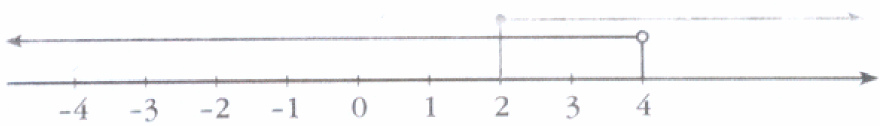
4 $A =]2\ ,\ +\infty[$ e $B =]-\infty\ ,\ 3]$



$A \cap B =]2\ ,\ 3]$

Intersecção de conjuntos e conjunção de condições

Considere-se a condição $x \geqslant 2$ e $x < 4$ a que correspondem os intervalos:



A_3 – Intersecção e reunião de intervalos

1. Dados os intervalos A e B, indique em cada caso o intervalo $A \cap B$.

1.1 $A = [1,\ 5]$; $B =]2\ ,\ 3]$;

1.2 $A = [1,\ 3]$; $B = [3\ ,\ 5]$;

1.3 $A = [1,\ 3]$; $B =]3\ ,\ 5]$;

1.4 $A =]-10\ ,\ 20]$; $B = \mathbb{R}_0^+$.

2. Escreva, sob a forma de intervalo:

2.1 $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geqslant 1{,}2\}$;

2.2 $B = \left\{x \in \mathbb{R} : x < \frac{1}{2}\right\}$;

2.3 $C = \{x \in \mathbb{R} : x > -1{,}2\}$;

2.4 $D = \left\{x \in \mathbb{R} : x \leqslant -\frac{1}{4}\right\}$;

2.5 $A \cap B$;

2.6 $A \cap C$;

2.7 $B \cap C$;

2.8 $B \cap D$.

Tem-se:

Condição		Conjunto
$x \geqslant 2$	$\longrightarrow$	$[2\ ,\ +\infty[$
$x < 4$	$\longrightarrow$	$]-\infty\ ,\ 4[$
$x \geqslant 2\ \wedge\ x < 4$	$\longrightarrow$	$[2\ ,\ +\infty[\ \cap\ ]-\infty\ ,\ 4[\ = [2\ ,\ 4[$

Este símbolo lê-se **e**

À conjunção de condições corresponde a intersecção de conjuntos

Note que: $x \geqslant 2\ \wedge\ x < 4 \iff 2 \leqslant x < 4$

1.5. Reunião de intervalos

A reunião de dois intervalos é o conjunto numérico constituíd pelos elementos comuns e não comuns dos intervalos dados.

Exemplos

Determine a reunião dos intervalos A e B, sendo:

1. $A =]-1\ ,\ 3]$ e $B =]2\ ,\ 5]$.

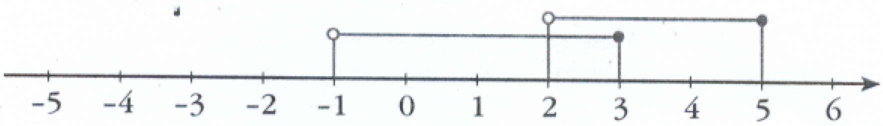
2. $A =]-1\ ,\ 1]$ e $B = [3\ ,\ 5]$.

3. $A =]-3\ ,\ 2]$ e $B = [-3\ ,\ 4]$.

4. $A =]-\infty\ ,\ 2[$ e $B =]2\ ,\ +\infty]$.

Resolução

1. $A =]-1\ ,\ 3]$ e $B =]2\ ,\ 5]$



$A \cup B =]-1\ ,\ 5]$

3. Escreva o intervalo correspondente a cada uma das condições:

3.1 $x > 1 \wedge x > 5$

3.2 $x > 1 \wedge x < 5$

3.3 $x \geqslant 1 \wedge x \leqslant 0$

3.4 $(x \geqslant 1 \wedge x \geqslant 0) \wedge x \leqslant 4$

4. Para cada um dos casos indique o conjunto $A \cup B$.

4.1 $A = [0,\ 4]$; $B = [1\ ,\ 5[$;

4.2 $A =]-1,\ 2]$; $B =]2\ ,\ 3]$;

4.3 $A =]0,\ 1]$; $B = [2\ ,\ 3[$;

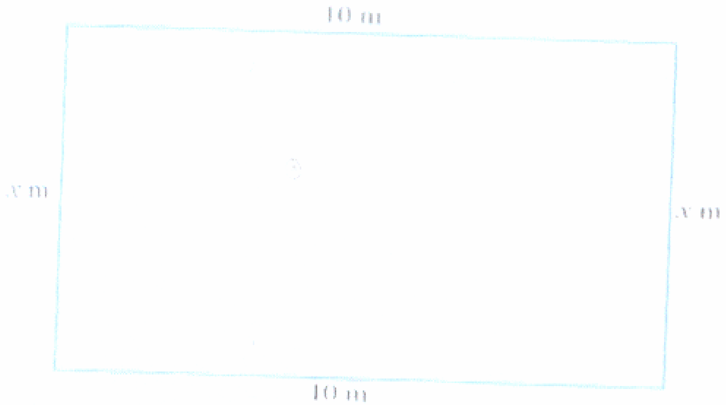
4.4 $A = \mathbb{R}_0^+$; $B = \mathbb{Z}^+$.

Planificação do Grupo IVG

2. Inequações do 1.º grau

2.1. Linguagem das inequações

O perímetro do rectângulo é menor do que 36 m.



A situação sugere a condição:

$\boxed{2x + 20 < 36}$ ⟵ Inequação

Numa inequação está presente um dos símbolos:
$>$, $<$, $\leqslant$ ou $\geqslant$

A linguagem das equações (membro, termos, incógnita, solu-
ão e resolução) é também utilizada nas inequações.

$2x + 20 < 36$

incógnita ⟶ x
1.º membro ⟶ $2x + 20$
2.º membro ⟶ 36
Termos: $2x$; 10 e 36

Soluções?

x pode ser, por exemplo: 1 ; 2 ; ... ; 7 ; $7{,}5$
x não pode ser, por exemplo: 0 ; 8 ; 9 ; $8{,}1$
$S =]0\ ,\ 8[$

Normalmente, a solução de uma inequação é um intervalo de
meros reais.

Descobrir o conjunto das soluções ou o conjunto-solução de
a inequação é resolver a inequação.
Duas inequações com o mesmo conjunto-solução dizem-se
quações **equivalentes**.

Nota

A inequação:

$x^2 > 0$ é do 2.º grau.

A inequação:

$(x - 1)^2 > (x - 3)^2$ não é do 2.º grau.

Porquê?

Exemplos

1. Resolva, em $\mathbb{R}$, cada uma das seguintes inequaçõ
sente a solução sob a forma de intervalo:

1.1 $2a + 5 < -3$;

1.2 $-3 \leqslant x - 12$;

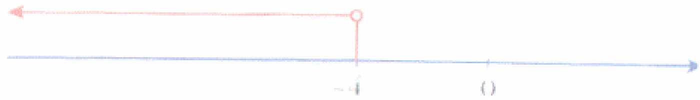
1.3 $-20x - 3 \geqslant -8x + 17$.

Resolução

1.1 $2a + 5 < -3 \iff$

$\iff 2a < -3 - 5 \iff$

$\iff 2a < -8 \iff a < \frac{-8}{2} \iff a < -4$



$S = \left]-\infty, -4\right[$

1.2 $-3 \leqslant x - 12 \iff$

$\iff -3 + 12 \leqslant x \iff 9 \leqslant x \iff x \geqslant 9$

$S = \left[9, +\infty\right[$

1.3 $-20x - 3 \geqslant -8x + 17 \iff$

$\iff -20x + 8x \geqslant 17 + 3 \iff$

$\iff -12x \geqslant 20 \iff$

$\iff 12x \leqslant -20 \iff x \leqslant -\frac{20}{12} \iff x \leqslant -\frac{5}{3}$

$S = \left]-\infty, -\frac{5}{3}\right]$

2. Resolva, em $\mathbb{R}$, cada uma das inequações, apresent
ção sob a forma de intervalo e descreva cada uma das
resolução.

2.1 $3(x - 6) > x$; 2.2 $\frac{x}{3} \geqslant 3(x - 2)$.

A_1 – Resolução de inequações

1 Resolva, em $\mathbb{R}$, cada uma das seguintes inequações e apresente a solução sob a forma de intervalo:

1.1 $x - 1 < 5$;

1.2 $2b + 1 \leqslant 9$;

1.3 $a - 4 \geqslant 5$;

1.4 $8x - 2 \geqslant 20$;

1.5 $-1 > x - 4$;

1.6 $30 \leqslant 17 + 3x$;

1.7 $a - 2 \leqslant 3a$;

1.8 $5 - y \geqslant 3$;

1.9 $12 \leqslant 5 - 2x$;

1.10 $2 - x > 3 - 2x$;

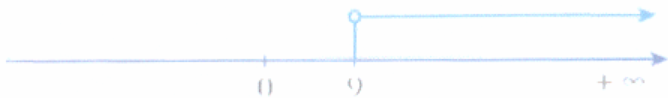
1.11 $x - 5 > 3x - 1$;

1.12 $-8x - 7 \leqslant -2x + 5$.

solução

1

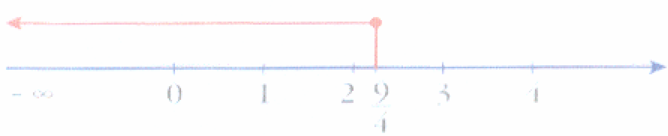
$3\,(x-6) > x$	Tiramos os parênteses
$3x - 18 > x$	Passamos os termos com a incógnita para o 1.º membro e os termos independentes para o 2.º membro
$3x - x > 18$	Efectuamos os cálculos
$2x > 18$	Dividimos ambos os membros por 2
$x > 9$	Apresentamos a solução



$=]9\,,\ +\infty[$.

2

$\dfrac{x}{3} \geqslant 3\,(x-2)$	Tiramos os parênteses
$\underset{(1)}{\dfrac{x}{3}} \geqslant \underset{(3)}{3x} - \underset{(3)}{6}$	Tiramos os denominadores
$x \geqslant 9x - 18$	Passamos os termos com x para o 1.º membro
$x - 9x \geqslant -18$	Efectuamos os cálculos
$-8x \geqslant -18$	Multiplicamos ambos os membros por -1 e mudamos o sentido da desigualdade
$8x \leqslant 18$	Dividimos ambos os membros por 8
$x \leqslant \dfrac{18}{8}$	Simplificamos a fracção
$x \leqslant \dfrac{9}{4}$	Apresentamos a solução



$= \left]-\infty\,,\ \dfrac{9}{4}\right]$

Nota

Uma inequação traduz uma pergunta.
A inequação $3\,(x-6) > x$ podia ser escrita para responder à pergunta:
"Qual é a minha idade se há 6 anos o triplo da minha idade era maior do que a minha idade actual?".

2. Representando por x um número, crie um enunciado que possa ser traduzido pela inequação:

$$\frac{x}{3} \geqslant 3\,(x-2)\ .$$

3. Resolva cada uma das inequações seguintes apresentando o conjunto-solução sob a forma de intervalos de números reais.

3.1 $2x - 1 > 3$;

3.2 $\dfrac{1}{2} - 3x > -8x$;

3.3 $2\,(1-x) < -3\,(1+x)$;

3.4 $1 - 2x > -5$;

3.5 $-(1+3x) \leqslant -\dfrac{5}{2}$;

3.6 $\dfrac{5x-3}{2} > 7x$;

3.7 $\dfrac{1-(2x-1)}{2} \leqslant 0$;

3.8 $1 - 5x \geqslant 2 - \dfrac{x+1}{3}$.

4. Acerca da expressão:

$$\frac{1-x}{2}+3$$

sabe-se que representa um número do intervalo $[-1\ ,\ 5[$.

Qual é o valor de x?

5. Resolva cada uma das seguintes conjunções:

5.1 $\begin{cases} x-6<3x \\ 1-\dfrac{x-1}{3}>x \end{cases}$

5.2 $1-(x+2)<0 \wedge -x+\dfrac{1}{6}\leqslant 3$.

6. Resolva cada uma das disjunções:

6.1 $x>2 \vee \dfrac{x-1}{3}>0$;

6.2 $x-1<\dfrac{1}{3} \vee \dfrac{x}{2}<0$.

3. Determine o conjunto dos valores de x de modo que a expressão

$$\frac{x-1}{3}-2x$$

designe um número maior do que 3 ou menor do que 1 .

Resolução

Pretendemos determinar x, tal que:

$$\frac{x-1}{3}-2x>3 \ \vee\ \frac{x-1}{3}-2x<1$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{3}-2x>3 \qquad \Leftrightarrow \frac{x-1}{3}-2x<1 \Leftrightarrow$$

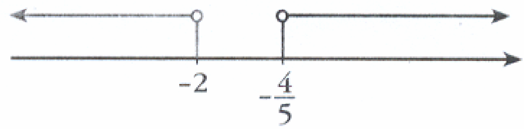
$$\Leftrightarrow x-1-6x>9 \Leftrightarrow \qquad \Leftrightarrow x-1-6x<3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -5x>10 \Leftrightarrow \qquad \Leftrightarrow -5x<4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 5x<-10 \Leftrightarrow \qquad \Leftrightarrow x>-\frac{4}{5}$$

$$\Leftrightarrow x<-2$$

Procuramos a reunião dos conjuntos-solução.



$$S=\left]-\infty\ ,\ -2\right[\cup \left]-\frac{4}{5}\ ,\ +\infty\right[.$$

4. Resolva cada uma das seguintes condições:

4.1 $x-\dfrac{1}{2}x>-3 \wedge 1-\dfrac{x-2}{3}>0{,}1$;

4.2 $x-\dfrac{1}{2}x>-3 \vee 1-\dfrac{x-2}{3}>0{,}1$.

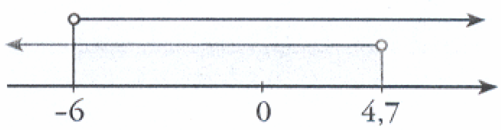
Resolução

Resolvemos cada uma das inequações separadamente.

- $x-\dfrac{1}{2}x>-3 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x>-3 \Leftrightarrow x>-6$
- $1-\dfrac{x-2}{3}>0{,}1 \Leftrightarrow 3-x+2>0{,}3 \Leftrightarrow -x>0{,}3-5$

$$\Leftrightarrow -x>-4{,}7 \Leftrightarrow x<4{,}7$$

4.1 Procuramos a intersecção dos conjuntos-solução.



$S=]-6\ ;\ 4{,}7[$.

4.2 Procuramos a reunião dos conjuntos-solução. $S=\mathbb{R}$.

5. **Determine o menor número inteiro que verifica a inequação:**

$$-3x-5<-1+x\ .$$

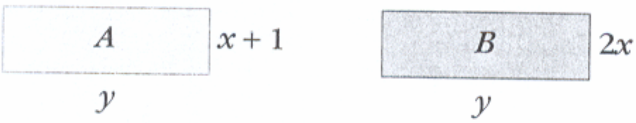
Resolução

Comecemos por resolver a inequação

$$\begin{aligned}-3x-5<-1+x &\Leftrightarrow -3x-x<-1+5\\ &\Leftrightarrow -4x<4\\ &\Leftrightarrow 4x>-4\\ &\Leftrightarrow x>-1\end{aligned}$$

Logo, o menor número inteiro que verifica a inequação é zero.

6. **Qual dos rectângulos A ou B tem maior perímetro?**



Resolução

$x+1<2x \Leftrightarrow -x<-1 \Leftrightarrow x>1$

Se $x>1$, o rectângulo B tem maior perímetro do que o rectângulo A.

Se $0<x<1$, o rectângulo A tem maior perímetro do que o B.

Se $x=1$, os rectângulos A e B têm igual perímetro.

7. **Escreva o seguinte conjunto usando a notação de intervalo:**

$$A=\left\{x\in \mathbb{R}:\ 1<\frac{x-2}{3}\leqslant 5\right\}$$

Resolução

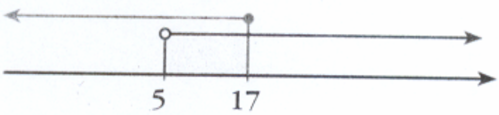
$$1<\frac{x-2}{3}\leqslant 5 \Leftrightarrow 1<\frac{x-2}{3} \wedge \frac{x-2}{3}\leqslant 5$$

Resolvemos separadamente as inequações:

$$1<\frac{x-2}{3} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3<x-2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -x<-5 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x>5$$

$$\frac{x-2}{3}\leqslant 5 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x-2\leqslant 15 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x\leqslant 17$$

Procuramos a intersecção dos dois conjuntos-solução.



Logo, $A=]5\ ,\ 17]$.

7. Determine o maior número inteiro que satisfaz a condição:

7.1 $2x-3\leqslant x-10$;

7.2 $2x-3<x-10$;

7.3 $3x-5\geqslant 8x+10$;

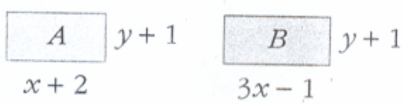
7.4 $0{,}5x\geqslant 3x+5$.

8. Escreva, sob a forma de intervalo, a solução em $\mathbb{R}$ da condição:

8.1 $0<\dfrac{3-x}{2}<5$;

8.2 $-2<3(x-1)\leqslant\dfrac{1}{3}$.

9. Qual dos rectângulos A ou B tem maior perímetro?



Materiais das aulas IE

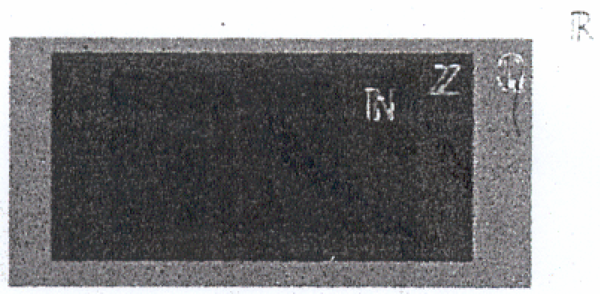
Os números reais

IN – Números Naturais: é o conjunto dos números inteiros positivos, é infinito.

ZZ – Números Relativos: é o conjunto dos números inteiros (negativos, positivos incluindo o zero). O conjunto dos números naturais, IN, está englobado neste conjunto.

Q – Números Racionais: este conjunto contém os números fraccionários, ou seja, das dízimas. Este conjunto apesar de ser dos números fraccionários não engloba todos, só engloba dízimas finitas ou dízimas infinitas periódicas, ou seja, todos os quocientes que após vírgula terminam em zero ou têm uma sequência, mesmo que infinita, lógica. Este conjunto engloba o conjunto ZZ.

IR – Números reais: este conjunto contém o conjunto Q e o conjunto dos números irracionais (o conjunto dos números irracionais não tem símbolo). Os números irracionais são os quocientes cuja dízima é infinita não periódica, ou seja, não têm sequência lógica.



Outros símbolos a saber

∈ – Pertence.
∉ – Não Pertence
⊂ – contido
⊄ – não contido
⊃ – Contém
⊅ – Não contém
∪ – União
∩ – Intersecção

Valores Aproximados

Quando temos uma dízima infinita ou uma dízima finita mas que necessitemos de um resultado mais preciso costumamos arredondar mas é preciso saber.
<u>Quando o valor que temos uma dízima que seja cinco ou mais o valor anterior aumenta, se for menor que cinco, o valor mantêm</u> (*exemplo: 4,5683 passa a 5 isto se quisermos arredondar ás unidades, se quisermos arredondar às décimas ficaria4,6, se quiséssemos arredondar às centésimas ficaria4,57 e se quiséssemos arredondar à milésimas ficaria então 4,568*).

Mas há excepções. Quando queremos comprar tecido e o número é infinito, imaginemos 5,333333 (3), teríamos de arredondar talvez ou para as décimas ou para as centésimas mas não poderíamos arredondar para 5,33 pois assim ficaria a faltar tecido teríamos então que arredondar para 5,34 porque neste caso mais valia sobrar que faltar.

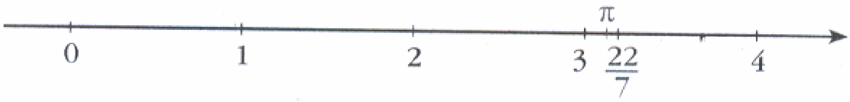
Exemplos

1. Desenhe a recta real e marque os pontos de abcissas π e $\frac{22}{7}$.

Resolução

$$\pi = 3{,}1415\ \ldots \qquad \frac{22}{7} = 3{,}1428\ \ldots$$

Desenhando a recta real, vem



Mais importante do que marcar exactamente os números na recta é compará-los e colocá-los por ordem crescente.

2. Escreva uma dízima que corresponda a um número irracional.

Resolução

Por exemplo,

$$2{,}005\ 0005\ 00005\ 000005\ \ldots$$

Mantendo a regularidade, a dízima que escrevemos não é periódica, por isso representa um número irracional.

3. Indique um número racional e um número irracional compreendido entre:

3.1 $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{5}$;

3.2 $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$.

Resolução

3.1 $\frac{1}{3} = 0{,}(3)$ e $\frac{2}{5} = 0{,}4$.

Então, o número pedido é: $0{,}333\ \ldots < x < 0{,}4$.

Logo, um número racional é, por exemplo, $0{,}34$, e um número irracional é, por exemplo, $\frac{\sqrt{2}}{4}$, pois $\frac{\sqrt{2}}{4} = 0{,}353\ \ldots$

3.2 $\sqrt{2} = 1{,}414\ \ldots$ e $\sqrt{3} = 1{,}732\ \ldots$. $1{,}414\ \ldots < x < 1{,}732\ \ldots$

Logo, um número racional é, por exemplo, $1{,}5$ e um número irracional é, por exemplo, $\sqrt{2} + 0{,}1$.

A_1 – Números reais

1. Complete o quadro colocando uma cruz quando o número pertence ao conjunto.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$\frac{2}{3}$			×	×
-4				
9				
$-1{,}36$				
$\sqrt{17}$				
0				

2. Dos seguintes números indique os que são racionais e os que são irracionais:

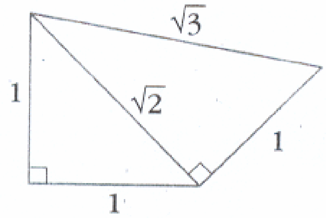
$\frac{1}{7}$; -15; $0{,}3(6)$; $1{,}37$;

$\sqrt{17}$; $12{,}(57)$; $4{,}010\ 010\ 001\ \ldots$

3. Seja $A = \left\{-3\ ,\ \frac{7}{5}\ ,\ -\frac{8}{3}\ ,\ -\frac{11}{5}\ ,\ \sqrt{3}\ ,\ -\sqrt{2}\right\}$

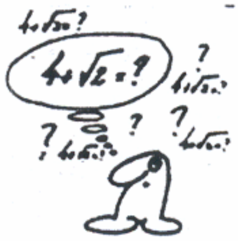
Represente a recta real dos elementos de A e, em seguida, escreva-os por ordem decrescente.

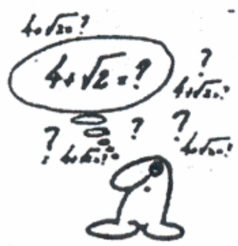
4. Observe a figura.
Trata-se da construção do segmento de comprimento $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$.



Use o mesmo método para construir um segmento de comprimento $\sqrt{5}$.

5. Indique um número racional compreendido entre $0{,}0001$ e $0{,}0002$.





Exercícios

1) Selecciona, de entre os elementos do conjunto

$C= \{0; 1,(6); -\sqrt{2}; \sqrt{5}; 7/3; 1/3 \}$

Os que são racionais e irracionais.

2) A Beatriz foi comprar tecido para fazer um vestido para a boneca da sua sobrinha. Após ter medido a boneca fez os cálculos e a medida era de $\sqrt{5}$.

a) Arredonda de maneira a que o tecido chegue para o fato.
b) Arredonda de maneira correcta.

3) Completa, por forma de obter proposições verdadeiras:

a) IN-______-ZZ
b) ℚ-_______-IN
c) ___-U-IN e ZZ
d) 3-∈-___; ___; ___e___
e) -2 - _____ - IN
f) -9 - _____ - ZZ
g) 0,(3)_____ - ℚ
h) 0,674534…- ______ - ℚ
i) -9,887 - ______ - {números irracionais}

BOM TRABALHO!!!

PP_1 – Números reais. Intervalos de números reais

+T.P.C **1.** Para completar

Copie as expressões para o seu caderno e complete-as de modo a obter afirmações verdadeiras, utilizando:

1.1 Os símbolos $\in$ ou $\notin$

$5 \ldots \mathbb{N}$; $-9 \ldots \mathbb{N}$; $\frac{3}{5} \ldots \mathbb{Q}$; $5 \ldots \mathbb{R}^+$; $-\sqrt{9} \ldots \mathbb{Z}^-$; $\sqrt{0,4} \ldots \mathbb{Q}^+$;

$-1,2 \ldots \mathbb{Z}$; $\sqrt{25} \ldots \mathbb{Z}$; $17 \ldots \mathbb{Q}$; $0 \ldots \mathbb{R}$; $-\pi \ldots \mathbb{R}$; $\frac{0}{2} \ldots \mathbb{R}_0^-$.

1.2 Os símbolos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$

$\frac{3}{2} \in \ldots$; $-\sqrt{3} \in \ldots$; $-\sqrt{4} \in \ldots$; $0,0001 \notin \ldots$; $-15,3 \in \ldots$; $\sqrt{1,5} \in \ldots$.

2. Escrever números

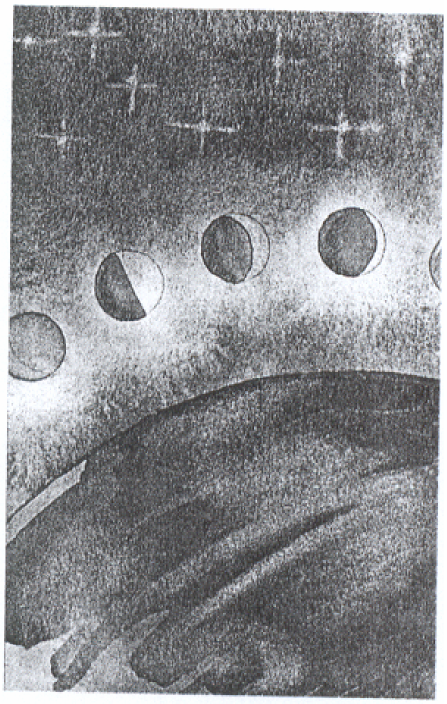
Escreva:

2.1 três números naturais maiores do que 10 ;

2.2 três números inteiros consecutivos não naturais;

2.3 três números reais negativos e não inteiros;

2.4 três números reais positivos não racionais.



+T.P.C **3.** Ou é verdadeiro ou é falso

Diga, justificando, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

3.1 todo o número real é racional;

3.2 todo o número natural é inteiro;

3.3 todo o número real é irracional.

4. Os números fraccionários e as dízimas

Considere os seguintes números:

$\frac{7}{8}$; $\frac{18}{5}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{122}{99}$; $\frac{41}{333}$; $\frac{697}{330}$.

4.1 Escreva a dízima correspondente a cada um.

4.2 As dízimas escritas em 4.1 são finitas ou infinitas?

4.3 Para cada dízima que escreveu indique o período.

5. Mantendo a regularidade

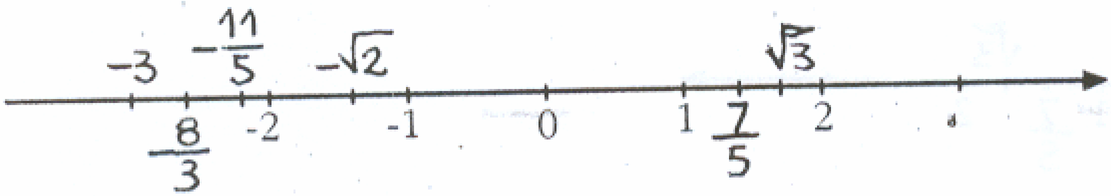
Supondo que se mantém a regularidade na parte decimal, diga, para cada uma das dízimas seguintes, se se trata de um número racional ou de um número irracional.

(A) 4,333 33 … ; **(B)** 3,014 0014 00014 … ;

(C) 0,121 1121 11121 … ; **(D)** 3,15 123 123 123 … .

Materiais das aulas IIE

3.



$\sqrt{3}$; $\frac{7}{5}$; $-\sqrt{2}$; $-\frac{11}{5}$; $-\frac{8}{3}$; -3 .

5. 0,000 15 (por exemplo) .

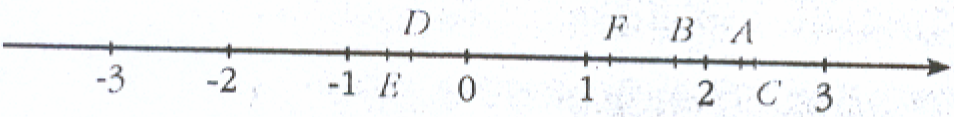
6.1 2,143 ; 21.403 ; − 2,213 ; − 2,001 (por exemplo) .

6.2 > ; > ; > ; < . **6.3** $\sqrt{11}$; $\frac{37}{11}$; 3,306 .

6.4 $\frac{1}{3}$; $\frac{333}{500}$ (por exemplo) .

7. $\sqrt{11}$.

9.1



9.2 $-0{,}7$; $-\frac{1}{2}$; $\frac{2}{\sqrt{3}}$; $\sqrt{3}$; $\frac{7}{3}$; 2,35 .

ano de Aula:

- **Sumário:** "Recta real, relações de $>,<$ em IR, conjuntos definidos por condiçõe Resolução de uma ficha de Matemática para avaliação."

- **Escrever no quadro a matéria:** $>$ e $<$ em IR.
- **Escrever no quadro a matéria:** Enquadramentos.
- **Resolver o exercício 7 do livro pág. 117 para explicar a construção das raíz quadradas na recta.**

- **Resolver os exercícios do livro: 3 da pág. 107; 6, 8 e 9 da pág. 117.**

- **Resolver o teste.**

Fim!!! Boa Sorte!!!!

Escola Básica 2,3/S de S. Martinho do Porto

Ficha de Matemática

Nome:______________________ **Nº**_____ **Turma:**________

1- Representa na recta real:

$A \smile \sqrt{2}$ $B \smile \frac{7}{5}$ $C \smile -\frac{7}{2}$ $D \smile -3$

$E \smile -\frac{1}{3}$ $F \smile 1{,}25$ $G \smile -\sqrt{2}$ $H \smile \sqrt{5}$

e coloca-os por ordem crescente.

2- Coloca por ordem decrescente:

2.1- $1{,}51$; $7{,}1$; $\frac{5}{7}$; $\sqrt{3}$; $\frac{5}{6}$; 153×10^{-2}

2.2- $3{,}2$; π ; $-3{,}2$; $-\pi$; 0

3- De modo a obteres afirmações verdadeiras, copia e completa:

3.1- um número fraccionário:

a) $5{,}8 < \ldots < 5{,}9$ *c*) $3{,}8 < \ldots < 3{,}801$

b) $-5 < \ldots < -4$ *d*) $-7{,}1 < \ldots < -7{,}09$

4- Considera o conjunto:

$$A = \left\{0 ; -\frac{1}{4} ; \frac{18}{9} ; 1{,}2(3) ; \pi ; \sqrt{9} ; -\sqrt{7} ; \sqrt[3]{8} ; 3{,}14\right\}$$

De entre os elementos de A, indica os que são:

4.1- números naturais;

4.2- números racionais;

4.3- números racionais fraccionários;

4.4- números reais.

Bom Trabalho!

																							2	0,5	2,5	
	1a	b	c	d	e	f	g	h	1.1a	b	c	d	e	f	g	h	2.1	2.2	3a	b	c	d	4a	b	c	d
2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	10	1.0	5	5	5	2	6	3,5	5	4,5
3																										
4																										
5																										
7																										
8																										
10																										
11																										
12																										
13																										
14																										
15																										
17																										

Cotações

	1a	b	c	d	e	f	g	h	1.1c	d	g	e	f	b	a	h	2.1	2.2	3a	b	c	d	4a	b	c	d	tot
2	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	12	10	5	5	5	—	6	1,5	5	4,5	94
3	3	3	3	3	3	3	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	12	10	5	5	5	2	4	3	2,5	4,5	[illegible]
4	3	3	0	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	—	—	—	12	10	5	—	—	—	—	—	—	—	5
5	3	3	—	3	3	3	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	2	10	5	5	5	2	4	3	2,5	4,5	4
7	3	3	3	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	—	—	5	5	5	—	2	—	—	4,5	3
8	3	3	—	3	—	—	3	3	—	—	—	—	—	—	—	—	12	—	—	—	—	—	—	—	—	4,5	31,
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	2	2	2	—	—	5	5	5	—	—	—	—	4,5	2
11	—	—	—	3	3	3	—	—	2	2	—	—	2		2	2	—	—	5	5	—	—	—	—	5	4,5	38
12	3	3	3	3	3	—	—	3	2	2	—	—		2	2	2	—	10	5	—	—	—	—	—	—	—	4
13																									5	4,5	9,
14	3	3	3	3	3	3	3	3	2	2	2	2	2	2	2	2	12	10	5	5	5	2	6	1	5	4,5	9
16	3			3				3									6	—								4,5	19
17	3	—	3	3	—	—	3	3	2	2	—	—	2		2	2	—	—	5	5	—	—	—	—	5	4,5	4

0% — 29% — Reduzido

30% — 49% — Não Satisfaz

50% — 54% — Satisfaz mimimo

5% — 69% — Satisfaz

0% — 74% — Satisfaz mais

5% — 89% — Satisfaz Bem

0% — 100% — Elevado

Escola Básica 2,3/S de S. Martinho do Porto

Ficha de Matemática

Nome:______________________________ **Nº**______ **Turma:**________

1- Representa na recta real:

$A \to \sqrt{2}$ $\quad B \to \frac{7}{5}$ $\quad C \to -\frac{7}{2}$ $\quad D \to -3$

$E \to -\frac{1}{3}$ $\quad F \to 1{,}25$ $\quad G \to -\sqrt{2}$ $\quad H \to \sqrt{5}$

e coloca-os por ordem crescente.

2- Coloca por ordem decrescente:

2.1- $1{,}51 \;;\; 7{,}1 \;;\; \frac{5}{7} \;;\; \sqrt{3} \;;\; \frac{5}{6} \;;\; 153 \times 10^{-2}$

2.2- $3{,}2 \;;\; \pi \;;\; -3{,}2 \;;\; -\pi \;;\; 0$

3- De modo a obteres afirmações verdadeiras, copia e completa:

3.1- um número fraccionário:

a) $5{,}8 < \ldots < 5{,}9$ $\qquad$ *c)* $3{,}8 < \ldots < 3{,}801$

b) $-5 < \ldots < -4$ $\qquad$ *d)* $-7{,}1 < \ldots < -7{,}09$

4- Considera o conjunto:

$$A = \left\{0 \;;\; -\frac{1}{4} \;;\; \frac{18}{9} \;;\; 1{,}2(3);\; \pi \;;\; \sqrt{9};\; -\sqrt{7};\; \sqrt[3]{8};\; 3{,}14\right\}$$

De entre os elementos de A, indica os que são:

4.1- números naturais;

4.2- números racionais;

4.3- números racionais fraccionários;

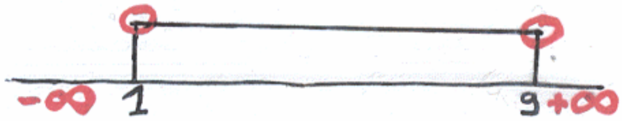
4.4- números reais.

Bom Trabalho!

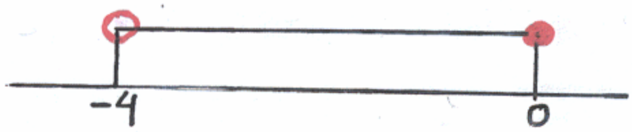
Materiais das aulas IIIE

Intervalos

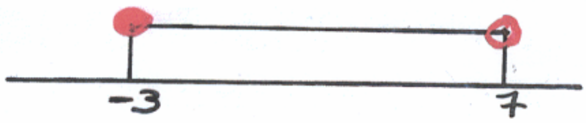
$]1,9[$ Aberto



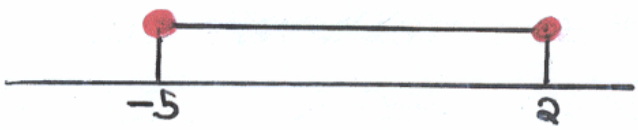
$]-4,0]$ Aberto à esquerda e fechado à direita



$[-3,7[$ Fechado à esquerda e aberto à direita



$[-5,2]$ Fechado



Representar um conjunto vazio

$\emptyset$ ou $[\quad]$

- Simbolos

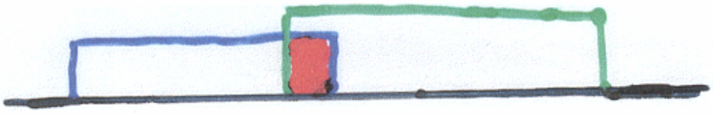
$\cup$ na reunião de conjuntos
$\vee$ na disjunção de condições
$\cap$ na intersecção de conjuntos
$\wedge$ na conjunção de condições
- $\vee$ lê-se ou
- $\wedge$ lê-se e

Intersecção

1-

2-

3-



- A intersecção representa-se com o símbolo ∩

Intervalo limitado -

$$]a,b[$$

extremo inferior — extremo superior

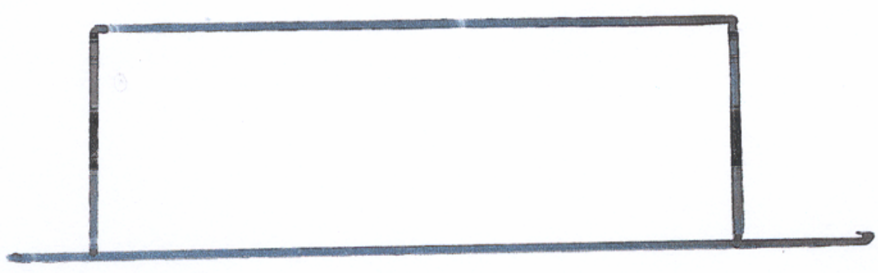
Nota: Num intervalo o extremo inferior tem que ser sempre maior ou igual ao extremo superior (ou seja $\leq b$)

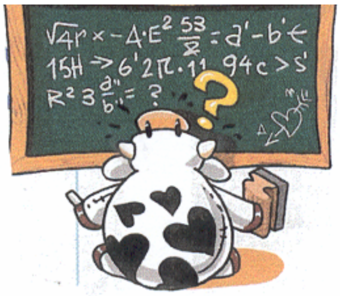
Intervalo ilimitado - um dos seus extremos não é número real

ex $\{x \in \mathbb{R}\ x \geq 1{,}5\}$

Intersecção

Simbolo: $\cap$





Exercícios

1 – Escreve, em intervalos:

a) $\mathbb{R}^+$

b) $\mathbb{R}_0^-$

c) $\mathbb{R}$

2 – Representa geométricamente os intervalos:

a) $]\pi, +\infty[$

b) $]-\infty, \sqrt{3}]$

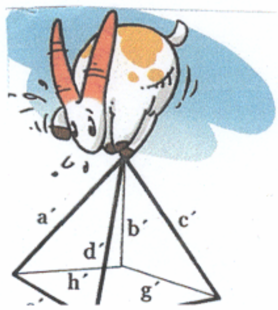
3 – Considera os conjuntos

$A =]-\infty, -4]$ e $B =]-10, 8[$

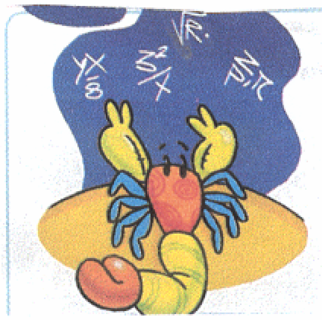
Indica:

a) Um número que pertença ao conjunto A, mas não pertença ao conjunto B;

b) Um número que pertença aos dois conjuntos;

Bom  trabalho!

soluções



1-

a) $]0,+\infty[$

b) $]-\infty,0]$

c) $]-\infty,+\infty[$

2-

a)

b)

3-

a) por ex: -1 (Todos os números negativos menores que -10)

b) por ex: -6 (Todos os números negativos menores que -4 e maiores que -10)

Exemplos

1. Relativamente a cada uma das condições, represente-a na rec real e escreva o intervalo de números reais correspondente.

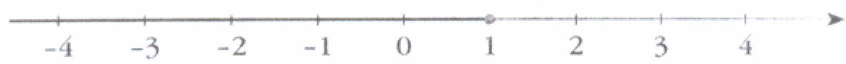
1.1 $x \geqslant 1$; 1.2 $x < 10$; 1.3 $x \geqslant \frac{1}{2}$;

1.4 $x \leqslant 3{,}2$; 1.5 $x \leqslant 1000$; 1.6 $2 < x < 5$;

1.7 $2 \leqslant x \leqslant 5$; 1.8 $2 \leqslant x < 5$; 1.9 $2 < x \leqslant 5$.

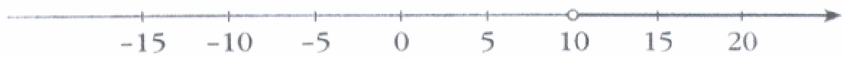
Resolução

1.1 $x \geqslant 1$



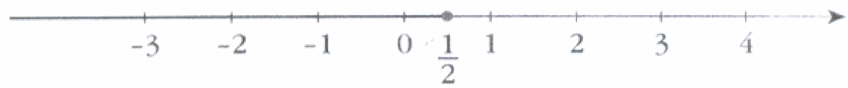
$[1 \ , \ +\infty[$

1.2 $x < 10$



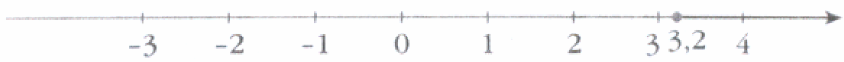
$]-\infty \ , \ 10[$

1.3 $x \geqslant \frac{1}{2}$



$\left[\frac{1}{2} \ , \ +\infty\right[$

1.4 $x \leqslant 3{,}2$



$]-\infty \ ; \ -3{,}2]$

Neste caso substitui-se a , por ; .

A_2 – Intervalos de números reais

T.P.C

1. Para cada uma das condições represente-a na recta real e escreva o intervalo de números reais correspondente.

1.1 $x < 3$;

1.2 $x \leqslant 1$;

1.3 $x \geqslant 0{,}5$;

1.4 $x > -\frac{1}{2}$;

1.5 $x \leqslant 100$;

1.6 $x \geqslant 10\,000$;

1.7 $0 \leqslant x \leqslant 3$;

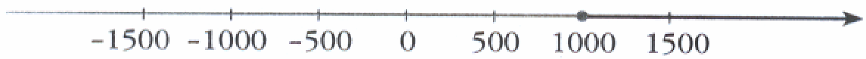
1.8 $0 < x \leqslant 3$;

1.9 $0 < x < 3$;

1.10 $0 \leqslant x < 3$;

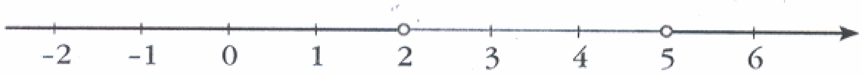
1.11 $-1{,}5 \leqslant x \leqslant 2$.

1.5 $x \leqslant 1000$



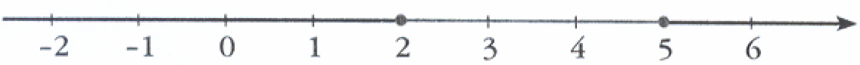
$]-\infty \ , \ 1000]$

1.6 $2 < x < 5$



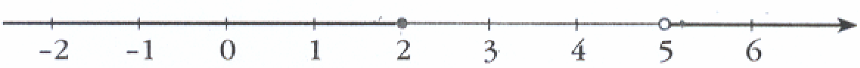
$]2 \ ; \ 5[$

1.7 $2 \leqslant x \leqslant 5$



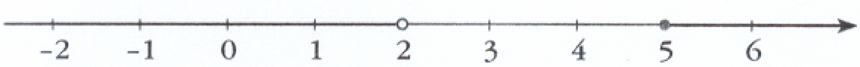
$[2 \ , \ 5]$

1.8 $2 \leqslant x < 5$



$[2 \ , \ 5[$

1.9 $2 < x \leqslant 5$



$]2 \ , \ 5]$

2. Represente sob a forma de intervalo de números reais a condição:

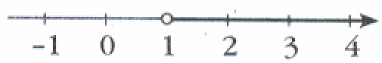
2.1 x menor ou igual a 5 ;

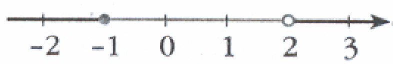
2.2 x maior do que zero;

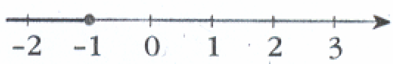
2.3 x maior do que -5 e menor do que 5 .

TPC

3. Escreva o intervalo e a condição correspondente à seguinte representação geométrica:

3.1 

3.2 

3.3 

4. Represente geometricamente cada um dos intervalos de números reais.

4.1 $]-\infty \ , \ 2]$;

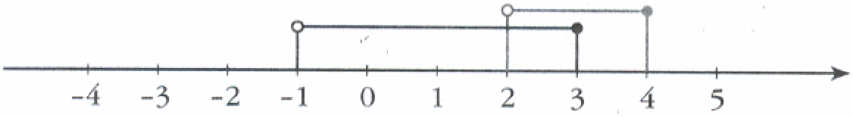
4.2 $]2 \ , \ 5]$;

4.3 $]-\infty \ , \ 3[$;

4.4 $[5 \ , \ +\infty[$;

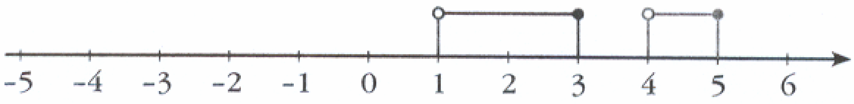
4.5 $]-2 \ ; \ 1{,}3[$.

1.1 $A =]-1\ ,\ 3]$ e $B =]2\ ,\ 4]$



$A \cap B =]2\ ,\ 3]$

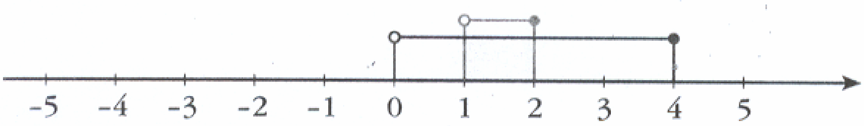
1.2 $A =]1\ ,\ 3]$ e $B =]4\ ,\ 5]$



$A \cap B = \varnothing$

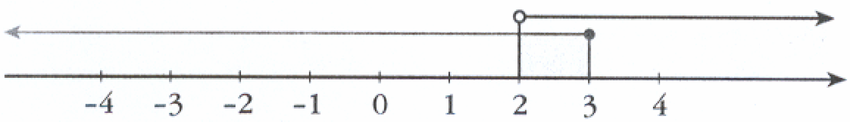
O conjunto vazio é um intervalo.

1.3 $A =]0\ ,\ 4]$ e $B =]1\ ,\ 2]$



$A \cap B = B =]1\ ,\ 2]$

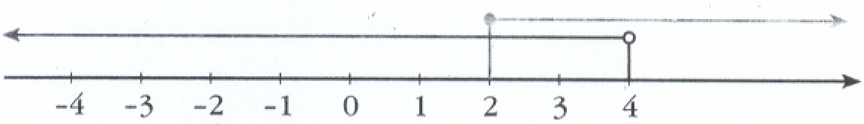
1.4 $A =]2\ ,\ +\infty[$ e $B =]-\infty\ ,\ 3]$



$A \cap B =]2\ ,\ 3]$

Intersecção de conjuntos e conjunção de condições

Considere-se a condição $x \geqslant 2$ e $x < 4$ a que correspondem os intervalos:



A_3 – Intersecção e reunião de intervalos

+T.P.C

1. Dados os intervalos A e B, indique em cada caso o intervalo $A \cap B$.

1.1 $A = [1,\ 5]$; $B =]2\ ,\ 3]$;

1.2 $A = [1,\ 3]$; $B = [3\ ,\ 5]$;

1.3 $A = [1,\ 3]$; $B =]3\ ,\ 5]$;

1.4 $A =]-10\ ,\ 20]$; $B = \mathbb{R}_0^+$.

2. Escreva, sob a forma de intervalo:

2.1 $A = \{x \in \mathbb{R} : x \geqslant 1{,}2\}$;

2.2 $B = \left\{x \in \mathbb{R} : x < \frac{1}{2}\right\}$;

2.3 $C = \{x \in \mathbb{R} : x > -1{,}2\}$;

2.4 $D = \left\{x \in \mathbb{R} : x \leqslant -\frac{1}{4}\right\}$;

2.5 $A \cap B$;

2.6 $A \cap C$;

2.7 $B \cap C$;

2.8 $B \cap D$.

Tem-se:

Condição		Conjunto
$x \geqslant 2$	$\longrightarrow$	$[2\ ,\ +\infty[$
$x < 4$	$\longrightarrow$	$]-\infty\ ,\ 4[$
$x \geqslant 2\ \wedge\ x < 4$	$\longrightarrow$	$[2\ ,\ +\infty[\ \cap\ ]-\infty\ ,\ 4[\ = [2\ ,\ 4[$

Este símbolo lê-se **e**

À conjunção de condições corresponde a intersecção de conjuntos

Note que: $x \geqslant 2\ \wedge\ x < 4 \iff 2 \leqslant x < 4$

1.5. Reunião de intervalos

A reunião de dois intervalos é o conjunto numérico constituíd pelos elementos comuns e não comuns dos intervalos dados.

Exemplos

Determine a reunião dos intervalos A e B, sendo:

1. $A =]-1\ ,\ 3]$ e $B =]2\ ,\ 5]$.

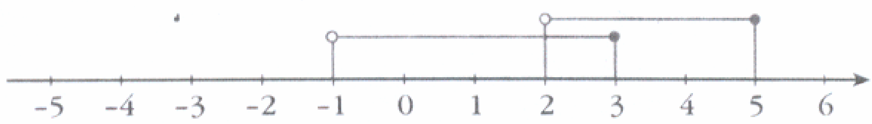
2. $A =]-1\ ,\ 1]$ e $B = [3\ ,\ 5]$.

3. $A =]-3\ ,\ 2]$ e $B = [-3\ ,\ 4]$.

4. $A =]-\infty\ ,\ 2[$ e $B =]2\ ,\ +\infty]$.

Resolução

1. $A =]-1\ ,\ 3]$ e $B =]2\ ,\ 5]$



$A \cup B =]-1\ ,\ 5]$

3. Escreva o intervalo correspondente a cada uma das condições:

3.1 $x > 1 \wedge x > 5$

3.2 $x > 1 \wedge x < 5$

3.3 $x \geqslant 1 \wedge x \leqslant 0$

3.4 $(x \geqslant 1 \wedge x \geqslant 0) \wedge x \leqslant 4$

t.P.C

4. Para cada um dos casos indique o conjunto $A \cup B$.

4.1 $A = [0,\ 4]$; $B = [1\ ,\ 5[$;

4.2 $A =]-1,\ 2]$; $B =]2\ ,\ 3]$;

4.3 $A =]0,\ 1]$; $B = [2\ ,\ 3[$;

4.4 $A = \mathbb{R}_0^+$; $B = \mathbb{Z}^+$.

Materiais das aulas IVE

EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

1

Resolva cada uma das seguintes inequações, explicando os diferentes passos da resolução.

1.1 $\frac{9}{3} - 4x \leqslant 2$; 1.2 $\frac{1}{4}\left(x - \frac{1}{3}\right) \leqslant \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}(2x - 1)$.

RESOLUÇÃO

1.1

$\frac{9}{3} - 4x \leqslant 2$	Tirar os denominadores multiplicando ambos os membros por 3 .
$9 - 12x \leqslant 6$	Passar o termo 9 para o 2.º membro.
$-12x \leqslant 6 - 9$	Efectuar os cálculos no 2.º membro.
$-12x \leqslant -3$	Multiplicar por -1 ambos os membros da inequação e inverter o sentido da desigualdade.
$12x \geqslant 3$	Dividir ambos os membros por 12 .
$x \geqslant \frac{3}{12}$	Simplificar o 2.º membro.
$x \geqslant \frac{1}{4}$	Representar geometricamente e sob a forma de intervalo o conjunto-solução.

$S = \left[\frac{1}{4}, +\infty\right[$

1.2

$\frac{1}{4}\left(x - \frac{1}{3}\right) \leqslant \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}(2x - 1)$	Tirar os parêntesis.
$\underset{(3)}{\frac{1}{4}x} - \underset{(1)}{\frac{1}{12}} \leqslant \underset{(3)}{\frac{3}{4}x} - \underset{(3)}{\frac{2}{4}x} + \underset{(3)}{\frac{1}{4}}$	Tirar os denominadores multiplicando por 12 ambos os membros.
$3x - 1 \leqslant 9x - 6x + 3$	Passar os termos com a incógnita para o 1.º membro e os termos independentes para o 2.º membro.
$3x - 9x + 6x \leqslant 3 + 1$	Efectuar os cálculos.
$0x \leqslant 4$	A inequação dada tem como conjunto-solução o conjunto $\mathbb{R}$. Qualquer número multiplicado por zero é inferior a 4.

$S = \left]-\infty, +\infty\right[$ ou $S = \mathbb{R}$.

2

Resolva a condição: $-5 < 3 - 2x < \frac{10}{3}$

RESOLUÇÃO

Temos: $-5 < 3 - 2x < \frac{10}{3} \iff \begin{cases} -5 < 3 - 2x \\ 3 - 2x < \frac{10}{3} \end{cases}$

Resolvemos cada uma das inequações:

$-5 < 3 - 2x \iff 2x < 8 \iff$
$\iff x < 4$

$3 - 2x < \frac{10}{3} \iff 9 - 6x < 10 \iff$
$\iff -6x < 1 \iff$
$\iff 6x > -1 \iff$
$\iff x > -\frac{1}{6}$

Na mesma recta real representamos os dois conjuntos-solução.

A solução é a intersecção dos dois conjuntos.

Logo, $S = \left] -\frac{1}{6}, 4 \right[$.

3

Dados os conjuntos A e B assim definidos:

$A = \left\{ x \in \mathbb{R} : \frac{1}{2} \leqslant \frac{x-3}{7} \right\}$ e $B = \left\{ x \in \mathbb{R} : 2x + 3 = 5 \right\}$

Determine $A \cap B$ e $A \cup B$.

RESOLUÇÃO

O conjunto A é definido pela inequação:

$\frac{1}{2} \leqslant \frac{x-3}{7} \iff 7 \leqslant 2x - 6 \iff 13 \leqslant 2x \iff \frac{13}{2} \leqslant x \iff x \geqslant \frac{13}{2}$

O conjunto B é definido pela equação:

$2x + 3 = 5 \iff 2x = 2 \iff x = 1$

Representemos na mesma recta real os dois conjuntos-solução.

Observando o esquema, vem: $A \cap B = \varnothing$ e $A \cup B = \{1\} \cup \left[\frac{13}{2}, +\infty \right[$

Exemplos

1. Resolva, em $\mathbb{R}$, cada uma das seguintes inequações e apresente a solução sob a forma de intervalo:

1.1 $2a + 5 < -3$;

1.2 $-3 \leqslant x - 12$;

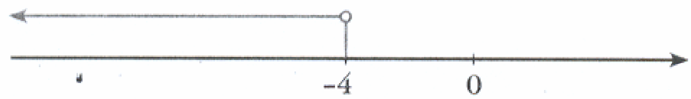
1.3 $-20x - 3 \geqslant -8x + 17$.

Resolução

1.1 $2a + 5 < -3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2a < -3 - 5 \Leftrightarrow$

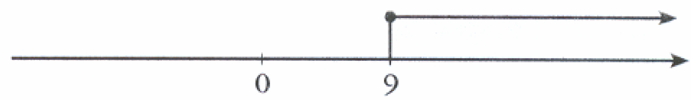
$\Leftrightarrow 2a < -8 \Leftrightarrow a < \frac{-8}{2} \Leftrightarrow a < -4$



$S =]-\infty, -4[$

1.2 $-3 \leqslant x - 12 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -3 + 12 \leqslant x \Leftrightarrow 9 \leqslant x \Leftrightarrow x \geqslant 9$



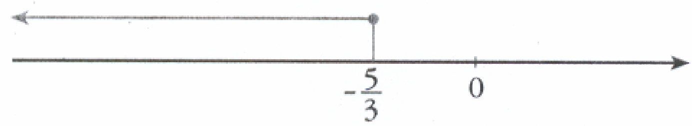
$S = [9, +\infty[$

1.3 $-20x - 3 \geqslant -8x + 17 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -20x + 8x \geqslant 17 + 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -12x \geqslant 20 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 12x \leqslant -20 \Leftrightarrow x \leqslant -\frac{20}{12} \Leftrightarrow x \leqslant -\frac{5}{3}$



$S = \left]-\infty, -\frac{5}{3}\right]$

2. Resolva, em $\mathbb{R}$, cada uma das inequações, apresente a solução sob a forma de intervalo e descreva cada uma das fases da resolução.

2.1 $3(x - 6) > x$;

2.2 $\frac{x}{3} \geqslant 3(x - 2)$.

A_1 – Resolução de inequações

1. Resolva, em $\mathbb{R}$, cada uma das seguintes inequações e apresente a solução sob a forma de intervalo:

1.1 $x - 1 < 5$;

1.2 $2b + 1 \leqslant 9$;

1.3 $a - 4 \geqslant 5$;

1.4 $8x - 2 \geqslant 20$;

1.5 $-1 > x - 4$;

1.6 $30 \leqslant 17 + 3x$;

1.7 $a - 2 \leqslant 3a$;

1.8 $5 - y \geqslant 3$;

1.9 $12 \leqslant 5 - 2x$;

1.10 $2 - x > 3 - 2x$;

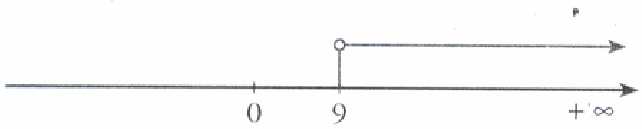
1.11 $x - 5 > 3x - 1$;

1.12 $-8x - 7 \leqslant -2x + 5$.

Resolução

2.1

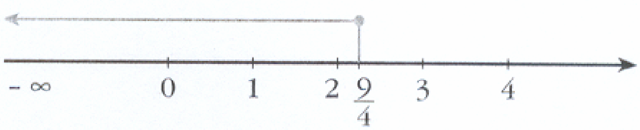
$3(x-6) > x$	Tiramos os parênteses
$3x - 18 > x$	Passamos os termos com a incógnita para o 1.º membro e os termos independentes para o 2.º membro
$3x - x > 18$	Efectuamos os cálculos
$2x > 18$	Dividimos ambos os membros por 2
$x > 9$	Apresentamos a solução



$S =]9\,,\ +\infty[$.

2.2

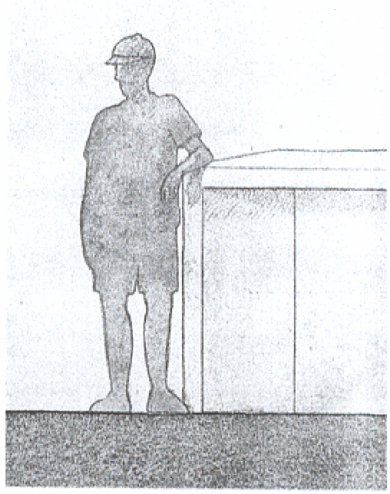
$\frac{x}{3} \geqslant 3(x-2)$	Tiramos os parênteses
$\underset{(1)}{\frac{x}{3}} \geqslant \underset{(3)}{3x} - \underset{(3)}{6}$	Tiramos os denominadores
$x \geqslant 9x - 18$	Passamos os termos com x para o 1.º membro
$x - 9x \geqslant -18$	Efectuamos os cálculos
$-8x \geqslant -18$	Multiplicamos ambos os membros por -1 e mudamos o sentido da desigualdade
$8x \leqslant 18$	Dividimos ambos os membros por 8
$x \leqslant \frac{18}{8}$	Simplificamos a fracção
$x \leqslant \frac{9}{4}$	Apresentamos a solução



$S = \left]-\infty\,,\ \frac{9}{4}\right]$

Nota

Uma inequação traduz uma pergunta.
A inequação $3(x-6) > x$ podia ser escrita para responder à pergunta:
"Qual é a minha idade se há 6 anos o triplo da minha idade era maior do que a minha idade actual?".



2. Representando por x um número, crie um enunciado que possa ser traduzido pela inequação:

$$\frac{x}{3} \geqslant 3(x-2)\ .$$

3. Resolva cada uma das inequações seguintes apresentando o conjunto-solução sob a forma de intervalos de números reais.

3.1 $2x - 1 > 3$;

3.2 $\frac{1}{2} - 3x > -8x$;

3.3 $2(1-x) < -3(1+x)$;

3.4 $1 - 2x > -5$;

3.5 $-(1+3x) \leqslant -\frac{5}{2}$;

3.6 $\frac{5x-3}{2} > 7x$;

3.7 $\frac{1-(2x-1)}{2} \leqslant 0$;

3.8 $1 - 5x \geqslant 2 - \frac{x+1}{3}$.

3. **Determine o conjunto dos valores de x de modo que a expressão**

$$\frac{x-1}{3} - 2x$$

designe um número maior do que 3 ou menor do que 1 .

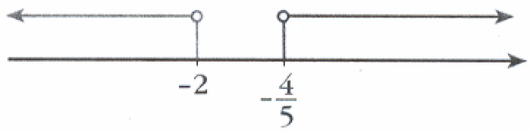
Resolução

Pretendemos determinar x, tal que:

$$\frac{x-1}{3} - 2x > 3 \ \vee \ \frac{x-1}{3} - 2x < 1$$

$$\begin{array}{l|l}
\Leftrightarrow \ \dfrac{x-1}{3} - 2x > 3 & \Leftrightarrow \ \dfrac{x-1}{3} - 2x < 1 \ \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \ x - 1 - 6x > 9 \ \Leftrightarrow & \Leftrightarrow \ x - 1 - 6x < 3 \ \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \ -5x > 10 \ \Leftrightarrow & \Leftrightarrow \ -5x < 4 \ \Leftrightarrow \\
\Leftrightarrow \ 5x < -10 \ \Leftrightarrow & \Leftrightarrow \ x > -\dfrac{4}{5} \\
\Leftrightarrow \ x < -2 &
\end{array}$$

Procuramos a reunião dos conjuntos-solução.



$S =]-\infty\,,\ -2[\ \cup\ \left]-\frac{4}{5}\,,\ +\infty\right[$.

4. **Resolva cada uma das seguintes condições:**

4.1 $x - \frac{1}{2}x > -3 \wedge 1 - \frac{x-2}{3} > 0{,}1$;

4.2 $x - \frac{1}{2}x > -3 \vee 1 - \frac{x-2}{3} > 0{,}1$.

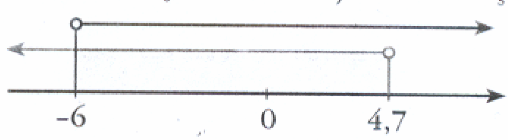
Resolução

Resolvemos cada uma das inequações separadamente.

- $x - \frac{1}{2}x > -3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x > -3 \Leftrightarrow x > -6$
- $1 - \frac{x-2}{3} > 0{,}1 \Leftrightarrow 3 - x + 2 > 0{,}3 \Leftrightarrow -x > 0{,}3 - 5$

$$\Leftrightarrow -x > -4{,}7 \Leftrightarrow x < 4{,}7$$

4.1 Procuramos a intersecção dos conjuntos-solução.



$S =]-6\ ;\ 4{,}7[$.

4.2 Procuramos a reunião dos conjuntos-solução. $S = \mathbb{R}$.

4. Acerca da expressão:

$$\frac{1-x}{2} + 3$$

sabe-se que representa um número do intervalo $[-1\ ,\ 5[$.

Qual é o valor de x?

5. Resolva cada uma das seguintes conjunções:

5.1 $\begin{cases} x - 6 < 3x \\ 1 - \dfrac{x-1}{3} > x \end{cases}$

5.2 $1 - (x+2) < 0 \wedge -x + \frac{1}{6} \leqslant 3$.

6. Resolva cada uma das disjunções:

6.1 $x > 2 \vee \frac{x-1}{3} > 0$;

6.2 $x - 1 < \frac{1}{3} \vee \frac{x}{2} < 0$.

5. **Determine o menor número inteiro que verifica a inequação:**

$$-3x-5<-1+x\,.$$

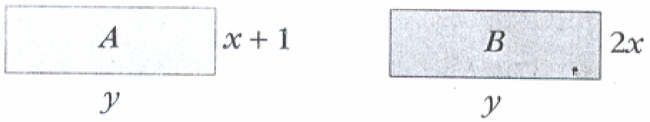
Resolução

Comecemos por resolver a inequação

$$\begin{aligned}-3x-5<-1+x &\Leftrightarrow -3x-x<-1+5\\ &\Leftrightarrow -4x<4\\ &\Leftrightarrow 4x>-4\\ &\Leftrightarrow x>-1\end{aligned}$$

Logo, o menor número inteiro que verifica a inequação é zero.

6. **Qual dos rectângulos A ou B tem maior perímetro?**



Resolução

$x+1<2x \Leftrightarrow -x<-1 \Leftrightarrow x>1$

Se $x>1$, o rectângulo B tem maior perímetro do que o rectângulo A.

Se $0<x<1$, o rectângulo A tem maior perímetro do que o B.

Se $x=1$, os rectângulos A e B têm igual perímetro.

7. **Escreva o seguinte conjunto usando a notação de intervalo:**

$$A=\left\{x\in\mathbb{R}:\ 1<\frac{x-2}{3}\leqslant 5\right\}$$

Resolução

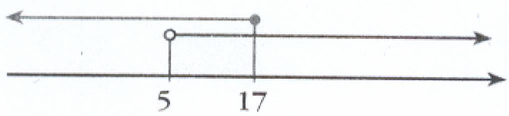
$$1<\frac{x-2}{3}\leqslant 5 \Leftrightarrow 1<\frac{x-2}{3}\wedge\frac{x-2}{3}\leqslant 5$$

Resolvemos separadamente as inequações:

$$1<\frac{x-2}{3} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 3<x-2 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow -x<-5 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x>5$$

$$\frac{x-2}{3}\leqslant 5 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x-2\leqslant 15 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow x\leqslant 17$$

Procuramos a intersecção dos dois conjuntos-solução.



Logo, $A=]5\,,\ 17]$.

t.P.e

7. Determine o maior número inteiro que satisfaz a condição:

7.1 $2x-3\leqslant x-10$;

7.2 $2x-3<x-10$;

7.3 $3x-5\geqslant 8x+10$;

7.4 $0{,}5x\geqslant 3x+5$.

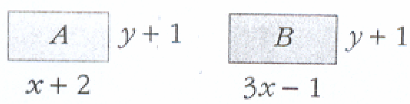
t.P.e

8. Escreva, sob a forma de intervalo, a solução em $\mathbb{R}$ da condição:

8.1 $0<\dfrac{3-x}{2}<5$;

8.2 $-2<3\,(x-1)\leqslant\dfrac{1}{3}$.

9. Qual dos rectângulos A ou B tem maior perímetro?



Materiais das aulas IG

Dízimas

Números Reais

- Racionais – podem ser representados por dízimas finais ou infinitas periódicas.
- Irracionais - podem ser representados por dízimas infinitas não periódicas.

Dízimas finitas -» 2/5 = 2 : 5 = 0.4

257/40 = 257 : 40 = 6.425

9 = 9.0

Dízimas infinitas periódicas -» 2/3 = 2 : 3 = 0.666666....

19/11 = 19 : 11 = 1.727272....

124/45 = 124 : 45 = 2.75555....

Nota: são periódicas porque têm uma repetição, um período.

- 0.666666.... tem de período 6 e pode escrever-se abreviadamente 0.(6)
- 1.727272.... tem de período 72 e pode escrever-se abreviadamente 1.(72)
- 2.755555.... tem de período 5 e pode escrever-se abreviadamente 2.7(5)

Dízimas infinitas não periódicas

Nota: dízimas infinitas não periódicas não têm repetição nem período.

$\pi = 3.1415....$

$\sqrt[3]{2} = 1.260...$

$\sqrt{5} = 2.236067....$

Nota: Para classificar as dízimas não interessa o seu final.

Valores Exactos e Aproximados

Quando se vais a loja não se usam valores exactos, mas sim aproximados.

Exemplo: $\sqrt{5} = 2{,}23607 \approx 2{,}24$

Ou seja, o valor aproximado de $\sqrt{5} = 2{,}24$

Tipos de Aproximação

- Por Defeito – é o valor aproximado por inferioridade

  Exemplo: $\sqrt{5} = 2{,}23607 \approx 2{,}23$

- Por Excesso – é o valor aproximado por superioridade.

  Exemplo: $\sqrt{5} = 2{,}23607 \approx 2{,}24$

- Cientifica – e a aproximacao mais correcta. Se a casa decimal seguinte for inferior a 5 a aproximacao será por defeito, se a casa decimal seguinte for superior a 5, incluindo o 5 a aproximacao será por excesso.

Exemplo: $\sqrt{5} = 2{,}23\mathbf{6}07 – 2{,}24$

Opera com números Exactos

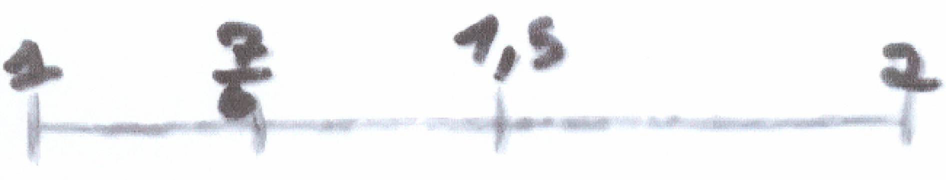
a) $(3\backslash 4)^{-2} = (4\backslash 3)^{2} = 16\backslash 9$

b) $-9\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = (-9+3)\sqrt{2} = -6\sqrt{2}$

c) $(3\sqrt{2})^{2} = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 3^{2} \times (\sqrt{2})^{2} = 9 \times 2 = 18$

Recta Real

A cada numero real pode-se fazer corresponder um pontu, num eixo.
Para marcar uma dizima infinita num eixo, representa a sua aproximacao.
$7\backslash 6 = 1{,}1(6) \approx 1{,}2$



PP₁ – Números reais. Intervalos de números reais

1. Para completar

Copie as expressões para o seu caderno e complete-as de modo a obter afirmações verdadeiras, utilizando:

1.1 Os símbolos $\in$ ou $\notin$

$5 \ldots \mathbb{N}$; $-9 \ldots \mathbb{N}$; $\frac{3}{5} \ldots \mathbb{Q}$; $5 \ldots \mathbb{R}^+$; $-\sqrt{9} \ldots \mathbb{Z}^-$; $\sqrt{0,4} \ldots \mathbb{Q}^+$;

$-1,2 \ldots \mathbb{Z}$; $\sqrt{25} \ldots \mathbb{Z}$; $17 \ldots \mathbb{Q}$; $0 \ldots \mathbb{R}$; $-\pi \ldots \mathbb{R}$; $\frac{0}{2} \ldots \mathbb{R}_0^-$.

1.2 Os símbolos $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$ ou $\mathbb{R}$

$\frac{3}{2} \in \ldots$; $-\sqrt{3} \in \ldots$; $-\sqrt{4} \in \ldots$; $0,0001 \notin \ldots$; $-15,3 \in \ldots$; $\sqrt{1,5} \in \ldots$.

2. Escrever números

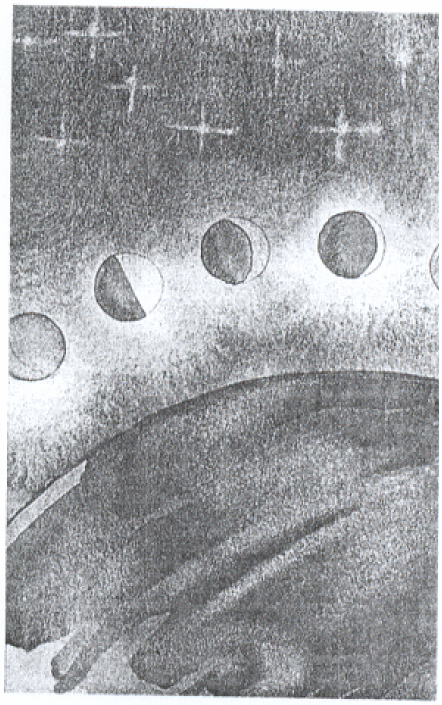
Escreva:

2.1 três números naturais maiores do que 10 ;

2.2 três números inteiros consecutivos não naturais;

2.3 três números reais negativos e não inteiros;

2.4 três números reais positivos não racionais.



3. Ou é verdadeiro ou é falso

Diga, justificando, se são verdadeiras ou falsas as seguintes afirmações:

3.1 todo o número real é racional;

3.2 todo o número natural é inteiro;

3.3 todo o número real é irracional.

4. Os números fraccionários e as dízimas

Considere os seguintes números:

$\frac{7}{8}$; $\frac{18}{5}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{122}{99}$; $\frac{41}{333}$; $\frac{697}{330}$.

4.1 Escreva a dízima correspondente a cada um.

4.2 As dízimas escritas em 4.1 são finitas ou infinitas?

4.3 Para cada dízima que escreveu indique o período.

5. Mantendo a regularidade

Supondo que se mantém a regularidade na parte decimal, diga, para cada uma das dízimas seguintes, se se trata de um número racional ou de um número irracional.

(A) 4,333 33 ... ;

(B) 3,014 0014 00014 ... ;

(C) 0,121 1121 11121 ... ;

(D) 3,15 123 123 123 ... .

Materiais das aulas IIG

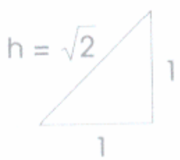
A RECTA REAL

Já anteriormente se utilizou a representação geométrica dos números como pontos de uma recta, definindo nesta um sentido e uma unidade.

Para representarmos os inteiros 3 e −2 marcam-se os pontos

Para representarmos os fraccionários $\frac{7}{3}$ e $-\frac{1}{2}$

E o irracional $\sqrt{2}$?
Sabemos que $\sqrt{2}$ é a medida do comprimento da hipotenusa do triângulo rectângulo de catetos iguais a 1.

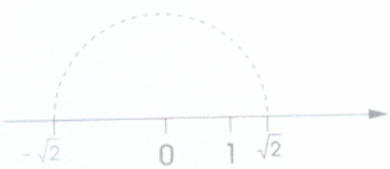


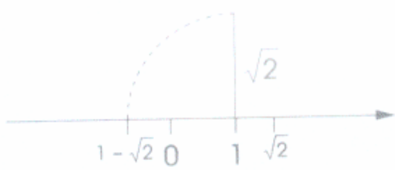
$h^2 = 1^2 + 1^2$
$h^2 = 2$
$h = \sqrt{2}$

Construímos um triângulo com essas características na recta

Usando um compasso, com a abertura correspondente à medida da hipotenusa, desenhamos um arco de circunferência de centro em 0, e marcamos então o ponto da recta que corresponde a $\sqrt{2}$.

Ainda com a ajuda do compasso, marca-se agora o $-\sqrt{2}$, $1-\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ...





Se fosse possível marcar na recta "todos" os infinitos números reais obtínhamos "todos" os infinitos pontos da recta.

A qualquer ponto da recta corresponde um e um só número real e, reciprocamente, a qualquer número real corresponde um e um só ponto da recta.
Chama-se, por isso, a **recta real**.

Relações “<” e “>” em **R**

$a < b$ é equivalente **$b > a$**

<u>Ex. 1</u>:

$2 < 3$
$3 > 2$ $\Rightarrow$

> 2 < 3 é equivalente a 3 > 2 se alterarmos a ordem dos números, temos que trocar o sinal.

<u>Ex. 2</u>:

Numa corrida de resistência numa pista de atletismo, entre vários atletas, contaram-se as voltas e foram estes os resultados:

Bruno = 15 voltas
João = 12 voltas
Luís = 14 voltas
Paulo = 10 voltas
Rogério = 8 voltas
Tiago = 17 voltas

Dispondo as voltas registadas por ordem crescente fica:

$$8<10<12<14<15<17$$

Pensando nos números anteriormente apresentados, podemos escrever:

$$8 < 17$$

ou então:

$$17 > 8$$

Com o mesmo significado.

Agora podemos concluir, sem dúvida, que:

$a < b$ é equivalente a **$b > a$**

Exercícios

* Relações "< " e " > " em $\mathbb{R}$

1- Compara os números seguintes sem utilizares a calculadora.

a) $\sqrt{22}$ e $\sqrt{23}$

b) $-\sqrt{22}$ e $-\sqrt{23}$

c) $\sqrt{\frac{1}{2}}$ e $\sqrt{\frac{1}{5}}$

([redacted])

2- Compara os números.

a) 325,689123 e 325,6894

b) $\frac{198}{37}$ e 5,35

c) $3\sqrt{3}$ e $\sqrt{28}$

d) 2,(6) e $\frac{8}{3}$

e) $\sqrt{2}$ e $\frac{10}{7}$

f) 23,47 e 23,(4)

g) $\frac{2}{7}$ e 0,2857

h) $-\frac{11}{8}$ e $-1,38$

i) $-6\sqrt{5}$ e $-8\sqrt{3}$

[redacted]

3- ***Cálculo mental***

Compara os números mentalmente e justifica a resposta:

a) $\frac{18}{5}$ e $\frac{17}{3}$

b) $-\sqrt{72}$ e $-\sqrt{90}$

c) $\sqrt{0,5}$ e $\sqrt{\frac{1}{10}}$

Página 129 ex: 60

[redacted]

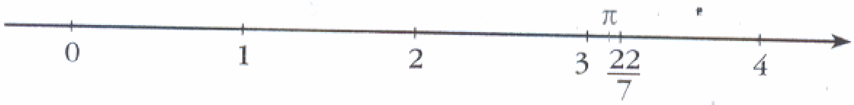
Exemplos

1. Desenhe a recta real e marque os pontos de abcissas π e $\frac{22}{7}$.

Resolução

$$\pi = 3{,}1415\ \ldots \qquad \frac{22}{7} = 3{,}1428\ \ldots$$

Desenhando a recta real, vem



Mais importante do que marcar exactamente os números na recta é compará-los e colocá-los por ordem crescente.

2. Escreva uma dízima que corresponda a um número irracional.

Resolução

Por exemplo,

$$2{,}005\ 0005\ 00005\ 000005\ \ldots$$

Mantendo a regularidade, a dízima que escrevemos não é periódica, por isso representa um número irracional.

3. Indique um número racional e um número irracional compreendido entre:

3.1 $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{5}$;

3.2 $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$.

Resolução

3.1 $\frac{1}{3} = 0{,}(3)$ e $\frac{2}{5} = 0{,}4$.

Então, o número pedido é: $0{,}333\ \ldots < x < 0{,}4$.

Logo, um número racional é, por exemplo, $0{,}34$, e um número irracional é, por exemplo, $\frac{\sqrt{2}}{4}$, pois $\frac{\sqrt{2}}{4} = 0{,}353\ \ldots$

3.2 $\sqrt{2} = 1{,}414\ \ldots$ e $\sqrt{3} = 1{,}732\ \ldots$. $1{,}414\ \ldots < x < 1{,}732\ \ldots$

Logo, um número racional é, por exemplo, $1{,}5$ e um número irracional é, por exemplo, $\sqrt{2} + 0{,}1$.

A_1 – Números reais

1. Complete o quadro colocando uma cruz quando o número pertence ao conjunto.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$\frac{2}{3}$			×	×
-4				
9				
$-1{,}36$				
$\sqrt{17}$				
0				

2. Dos seguintes números indique os que são racionais e os que são irracionais:

$\frac{1}{7}$; -15; $0{,}3\,(6)$; $1{,}37$;

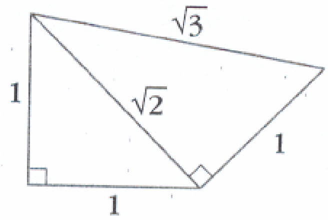
$\sqrt{17}$; $12{,}(57)$; $4{,}010\ 010\ 001\ \ldots$

3. Seja $A = \left\{-3\,,\ \frac{7}{5}\,,\ -\frac{8}{3}\,,\ -\frac{11}{5}\,,\ \sqrt{3}\,,\ -\sqrt{2}\right\}$

Represente a recta real dos elementos de A e, em seguida, escreva-os por ordem decrescente.

4. Observe a figura.

Trata-se da construção do segmento de comprimento $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$.



Use o mesmo método para construir um segmento de comprimento $\sqrt{5}$.

5. Indique um número racional compreendido entre $0{,}0001$ e $0{,}0002$.

6. Escrever números reais

Em cada um dos problemas seguintes, substitua • • • por:

6.1 um número racional

$2{,}14 < \bullet\ \bullet\ \bullet < 2{,}15$

$2{,}14 < \bullet\ \bullet\ \bullet < 2{,}141$

$-2{,}22 < \bullet\ \bullet\ \bullet < -2{,}21$

$-2{,}01 < \bullet\ \bullet\ \bullet < -2$.

6.2 um dos símbolos $>$ ou $<$

$1{,}99 \quad \bullet\ \bullet\ \bullet \quad 1{,}101$;

$-17{,}0035 \quad \bullet\ \bullet\ \bullet \quad -17{,}0067$;

$-1{,}029\,985 \quad \bullet\ \bullet\ \bullet \quad -1{,}029\,989$;

$-1{,}0001 \quad \bullet\ \bullet\ \bullet \quad -1{,}000\,099$.

6.3 um dos números $\frac{37}{11}$; $3{,}306$; $\sqrt{11}$

$3{,}3 < \bullet\ \bullet\ \bullet < 3{,}32$

$3{,}3 < \bullet\ \bullet\ \bullet < 3{,}4$

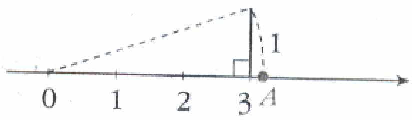
$3{,}304 < \bullet\ \bullet\ \bullet < 3{,}31$

6.4 um número fraccionário

$\frac{2}{7} < \bullet\ \bullet\ \bullet < \frac{3}{7}$; $\qquad 0{,}66 < \bullet\ \bullet\ \bullet < \frac{2}{3}$.

7. Qual é a abcissa de A ?

Observe o desenho ao lado e indique a abcissa do ponto A .



8. Construir um segmento cuja medida do comprimento é um número irracional

Construa um segmento de comprimento $\sqrt{17}$.

9. Na recta real

Considere os pontos A, B, C, D e E de abcissas:

$A \frown \frac{7}{3}$; $\qquad B \frown \sqrt{3}$; $\qquad C \frown 2{,}35$

$D \frown -\frac{1}{2}$; $\qquad E \frown -0{,}7$; $\qquad F \frown \frac{2}{\sqrt{3}}$

9.1 Marque os pontos indicados na recta real.

9.2 Escreva por ordem crescente as abcissas dos pontos dados.

10. Obedecer a várias condições

Indique um número real y que verifique simultaneamente as condições:

10.1 $y > 1{,}4$; $\quad y < 1{,}5$ e $y \in \mathbb{Q}$; $\qquad$ 10.2 $y > 1{,}4$; $\quad y < 1{,}5$ e $y \notin \mathbb{Q}$.

Materiais das aulas IIIG

Introdução

Este trabalho tem como objectivo explorar as nossas capacidades de compreensão dos intervalos e da sua abordagem. Nele vamos explicar o que são intervalos, como se representam geometricamente, etc.

Para que tudo corra bem na apresentação, vamos tentar utilizar uma linguagem matemática simples para que os nossos colegas percebam.

Intervalos

- O que são intervalos?

Como já sabemos intervalos são conjuntos de números reais.

Há vários tipos de intervalos: aberto, fechado, semiaberto e semifechado.Num conjunto quando queremos passar para um intervalo, e saber se é aberto ou fechado, basta-nos olhar para os sinais($<$, $>$, $\geq$, $\leq$), por exemplo:

$$\{ x \in \Re : -1 < x \leq 5 \}$$

Se o sinal antes ou depois do x, for maior (>) ou menor (<) sabemos logo que é um intervalo aberto, mas se o sinal for maior ou igual ($\geq$), menor ou igual ($\leq$),temos um intervalo fechado, por exemplo:

$$]-1 , 5]$$

Se quisermos apresentar o intervalo acima representado geometricamente, é simples! Basta seguir os seguintes passos:

1º fazemos uma recta

Depois marcamos os respectivos pontos

A seguir unimos os pontos e marcamos as bolas

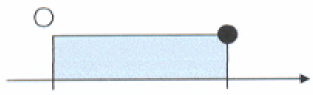
A bola ○ simboliza que o intervalo é aberto

A bola ● simboliza que o intervalo é fechado

Exemplos:

$A = \{ x \in \Re : 3 \leq x \leq 7 \} = [3 , 7]$

$B = \{ x \in \Re : -5 < x \leq 0 \} =] -5 , 0]$



O conjunto $\{ x \in \Re : x \geq 2 \}$ representa-se na forma de intervalo por $[2 , +\infty [$ e geometricamente por

$\Re^- =] -\infty, 0 [$ $\qquad$ $\Re_0^- =] -\infty , 0]$

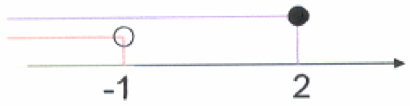
$\Re^+ =] 0 , +\infty [$ $\qquad$ $\Re_0^+ = [0 , +\infty [$

$\Re =] -\infty , +\infty [$

Nos intervalos a conjunção faz-se com este símbolo $\wedge$, para haver uma conjunção é preciso fazer a intersecção ($\cap$) dos intervalos.

Exemplo: $L = \{x \in \Re : x < -1 \wedge x \leq 2\}$

a) geometricamente:

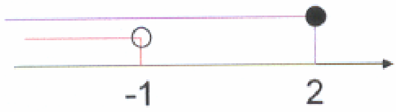


b) em intervalos: $]-\infty, -1[\cap]-\infty, 2] =]-\infty, -1[$

Nos intervalos também se pode fazer a disjunção, que se representar por $\vee$ e para haver uma disjunção é preciso fazer a reunião ou união ($\cup$) dos intervalos.

Exemplo: $M = \{x \in \Re : x < -1 \vee x \leq 2\}$

a) geometricamente:



b) em intervalos: $]-\infty, -1[\cup]-\infty, 2] =]-\infty, 2]$

Ficha de trabalho

1. Representa sobre a forma de intervalo e graficamente os conjuntos:

a) $\{x \in \Re : 1 < x \leq 3\}$

b) $\{x \in \Re : x < -5\}$

c) $\{x \in \Re : x \geq -\frac{3}{4}\}$

2. Representa os intervalos por meio de uma condição:

a) $[-1, 2]$

b) $]6, 2]$

c) $]-\infty, -5]$

d) $]-7, -2]$

3. Escreve em intervalos:

a) $\Re^+$ b) $\Re_0^-$ c) $\Re$

4. Com ajuda de uma recta orientada, determina:

a) $]-8\,,\,-2\,]\cap\,]-1,\,6\,]$
b) $]-6\,,\,1\,]\cap[\,2\,,\,+\infty\,[$
c) $[\,-10\,,\,9\,[\,\cup\,]-2{,}5\,,\,4\,[$

5. Representa por um conjunto, os seguintes intervalos de números reais:

a) $[\,0\,,\,3\,]$
b) $]-4\,,\,0\,]$
c) $]-\infty\,,\,3\,]$
d) $]\,2\,,\,5\,]$
e) $[\,-\sqrt{2}\,,\,-1\,[$
f) $]-7\,,\,9\,[$

11. Escrever de outro modo

Dados os pontos A e B da recta real

$$A \curvearrowright -3 \quad \text{e} \quad B \curvearrowright 3 .$$

11.1 Represente na recta real os pontos A e B.

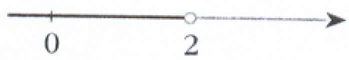
11.2 Escreva de outro modo:

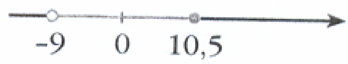
- $M = \{n \in \mathbb{N} : -3 \leqslant n \leqslant 3\}$;
- $N = \{x \in \mathbb{Z} : -3 \leqslant x \leqslant 3\}$;
- $P = \{x \in \mathbb{R} : -3 \leqslant x \leqslant 3\}$.

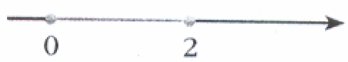
t.P.C

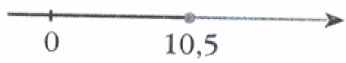
12. Escrever o intervalo

Escreva o intervalo de números reais e uma condição correspondente a cada uma das seguintes representações geométricas.

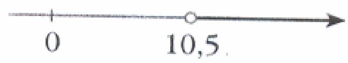
12.1  ;

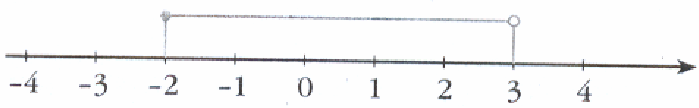
12.2  ;

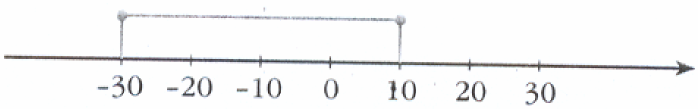
12.3  ;

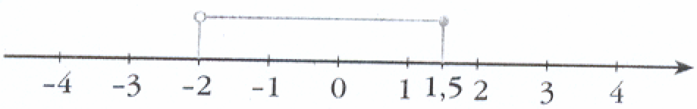
12.4  ;

12.5  ;

12.6  ;

12.7  ;

12.8  ;

12.9  .

t.P.C

13. Representar na recta real

Represente na recta real os intervalos:

$A =]-2\ ,\ 3]$;

$B =]0\ ,\ 8]$;

$C = [5\ ;\ 8{,}3]$;

$D = [-5\ ,\ -3{,}2]$;

$E = [-3\ ,\ +\infty[$;

$F =]-\infty\ ,\ -50]$;

$G = \{x \in \mathbb{R} : x \geqslant -1{,}5\}$;

$H = \{x \in \mathbb{R} : x \leqslant 5\}$;

$I = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leqslant x < 3\}$;

$J = \{x \in \mathbb{R} : -1 < x < 5\}$.

14. Não pertence ao intervalo

Escreva, sob a forma de intervalos, o conjunto dos números reais que não pertencem ao intervalo:

$A =]5\ ,\ +\infty[$;

$B =]-\infty\ ,\ -3]$;

$C = \{x \in \mathbb{R} : 0 < x < 2\}$.

15. A reunião e a intersecção de intervalos

Sendo $A =]1\ ,\ 3]$; $B = [2\ ,\ 5[$ e $C =]-\infty\ ;\ -0{,}7]$, represente na recta real utilizando intervalos:

15.1 $A \cup B$;

15.2 $A \cap B$;

15.3 $A \cap C$;

15.4 $A \cup C$;

15.5 $B \cup C$;

15.6 $\mathbb{R}^+ \cap B$.

16. Da condição para o conjunto

Sejam:

$A = \{x \in \mathbb{R} : x > 2\}$;

$B = \{x \in \mathbb{R} : -1 \leqslant x \leqslant 4\}$;

$C = \{x \in \mathbb{R} : x \geqslant 3 \wedge x \leqslant 5\}$;

$D = \{x \in \mathbb{R} : x \leqslant 3 \vee x < 4\}$.

16.1 Represente na recta real e sob a forma de intervalos:

$A \cup B \cup C$;

$A \cap B \cap C$.

16.2 Verifique que $C = \{x \in \mathbb{R} : 3 \leqslant x \leqslant 5\}$ e represente na recta real e sob a forma de intervalo $(C \cap D) \cup B$.

17. Conjunção e disjunção de condições

Considere as condições:

$x > 1{,}5$ e $x \geqslant -1$.

17.1 Utilize cores diferentes para representar na recta real o conjunto que cada uma define.

17.2 Represente sob a forma de intervalos de $\mathbb{R}$:

- $x > 1{,}5 \wedge x \geqslant -1$;
- $x > 1{,}5 \vee x \geqslant -1$.

Materiais das aulas IVG

2.2. Resolução de uma inequação

Como resolver a inequação

$$x - 4 > 12\ ?$$

Equação	Inequação
$x - 4 = 12 \iff$	$x - 4 < 12 \iff$
$\iff x = 12 + 4 \iff$	$\iff x < 12 + 4 \iff$
$\iff x = 16$.	$\iff x < 16$.
$S = \{16\}$	$S =]-\infty\ ,\ 16[$

Numa inequação pode-se passar um termo de um membro para outro desde que se lhe troque o sinal.

Como resolver a inequação

$$2x > 6\ ?$$

Equação	Inequação
$2x = 6$	$2x > 6 \iff$
$x = \dfrac{6}{2}$	$\iff x > \dfrac{6}{2} \iff$
$x = 3$.	$\iff x > 3$.
$S = \{3\}$	$S =]3\ ,\ +\infty[$

Como resolver a inequação

$$-2x > 6\ ?$$

Equação	Inequação
$-2x = 6 \iff$	$-2x > 6 \iff$
$\iff x = \dfrac{6}{-2} \iff$	$\iff x > \dfrac{6}{-2} \iff$ Errado
$\iff x = -3$.	$\iff x > -3$.
$S = \{-3\}$	

Nota

Monotonia parcial da adição

$a > b \iff a + c > b + c$,
$a\ ,\ b\ ,\ c \in \mathbb{R}$.

Pode-se adicionar ou subtrair a ambos os membros de uma inequação o mesmo número, que se obtém uma inequação equivalente à primeira.

$$x - 4 > 12 \iff$$
$$\iff x - 4 + 4 > 12 + 4 \iff$$
$$\iff x > 12 + 4$$

Observe-se que:

$$10 > 5 \quad \text{(verdade)}$$

Multiplique-se ambos os membros por 2.

Vem:

$10 \times 2 > 5 \times 2$
$20 > 10$ (verdade)

Multiplique-se ambos os membros por -2.

Vem:

$10 \times (-2) > 5 \times (-2)$
$-20 > -10$ (falsidade)

Para que fique correcto teríamos de inverter o sinal de desigualdade.

$-20 < -10$ (verdade)

Para resolver uma inequação procede-se de modo idêntico à resolução de uma equação, excepto quando for necessário multiplicar ou dividir ambos os membros por um número negativo. Neste caso ter-se-á de inverter o símbolo da desigualdade.

$\Leftrightarrow -2x > 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow +2x < -6 \Leftrightarrow$

Multiplicou-se por -1 ambos os membros de desigualdade

$\Leftrightarrow x < -\frac{6}{2} \Leftrightarrow$

Inverte-se o símbolo de desigualdade

$\Leftrightarrow x < -3$

Ao **multiplicarmos por um número negativo** ambos os membros da desigualdade **inverte-se o sinal da desigualdade**.

Nota

Monotonia parcial da multiplicação

$a < b \text{ e } c > 0 \Leftrightarrow ac < bc$

$\frac{x}{2} < 5 \Leftrightarrow x < 10$

$a < b \wedge c < 0 \Leftrightarrow ac > bc$

$-x < 5 \Leftrightarrow x > -5$

PP$_2$ – Inequações

X.Pe

1. Resolver inequações

Apresente, sob a forma de intervalo, o conjunto-solução de cada uma das seguintes inequações:

1.1 $3x > 2$; 1.2 $2x < -5$; 1.3 $-2x \geqslant -3$; 1.4 $-3x \leqslant -5$;

1.5 $-\frac{1}{3}x \geqslant 0$; 1.6 $-\frac{1}{2}x \geqslant -\frac{1}{4}$; 1.7 $-x \leqslant x$; 1.8 $0 \leqslant -4x$.

2. O perímetro do quadrilátero

Observe a figura ao lado.

Determine x, sabendo que o perímetro do quadrilátero é maior do que 14 cm .

X.Pe

3. À procura do conjunto-solução

Represente, sob a forma de intervalo, o conjunto-solução de cada uma das seguintes inequações:

3.1 $2(4-a) \geqslant 3-7a$;

3.2 $1-3(b-1) \leqslant 5b$;

3.3 $2(x-7) \leqslant 1-\frac{x-4}{3}$;

3.4 $1-\frac{2x-1}{2} \leqslant 6(x-3)$;

3.5 $0{,}1x-3(1-3x) < \frac{1}{2}x$;

3.6 $\dfrac{y-\frac{1}{3}}{2} > y$;

3.7 $1-\dfrac{\frac{3(x+1)}{2}}{3} \leqslant 0$;

3.8 $(x-1)^2-3x \geqslant x^2+3$;

3.9 $6\left(2-\frac{1}{3}x\right) < 2(8-x)$;

3.10 $(x-1)(x+1) > x(x-2)+2x$.

4. Qual é o maior número inteiro que satisfaz a inequação $0{,}5x-0{,}25 \geqslant 3x$?

5. Escrever a inequação

Seja $A(x) = 1-x-3(x+1)$.

5.1 Determine os valores de x que tornam $A(x)$ negativo.

5.2 Indique o menor inteiro que satisfaz a condição: $A(x) \leqslant 2$.

6. Números pares

Determine os dois maiores números pares consecutivos cuja soma é menor do que 200 .

7. Os perímetros

Observe a figura.

Determine o conjunto dos números naturais, x, que verificam a condição:

"O perímetro do rectângulo é maior do que o perímetro do triângulo equilátero."

4,5

x

8. Determine o conjunto dos valores de x que satisfazem simultaneamente as duas condições seguintes:

8.1 $-3x + 7 < 13$ e $7(2 + x) > 42$; 8.2 $8 - \frac{1}{2}x > 11$ e $4(5 - 2x) \leqslant 36$.

9. Resolva os sistemas seguintes:

9.1 $\begin{cases} 4\left(1 - \frac{1}{2}x\right) \geqslant 7 \\ 4x + 3 \leqslant 6x + 7 \end{cases}$ 9.2 $\begin{cases} x^2 - 1 < (x - 1)^2 \\ -3 < x < 3 \end{cases}$

10. Acerca do rectângulo da figura ao lado sabe-se que a medida do seu perímetro pertence ao intervalo $]86, 94[$.

Determine x.

$(x + 5)$ m

$(3x + 10)$ m

11. Considere os conjuntos:

$A = \left\{x \in \mathbb{R}: \frac{x-1}{-3} < \frac{x-1}{4}\right\}$; $B = \left\{x \in \mathbb{R}: -\frac{1}{5}x \leqslant 0\right\}$

Escreva sob a forma de intervalo os conjuntos $A \cup B$ e $A \cap B$.

12. Determine os valores inteiros de x de modo que a expressão:

$$\frac{1{,}6 - 0{,}5x}{0{,}3}$$

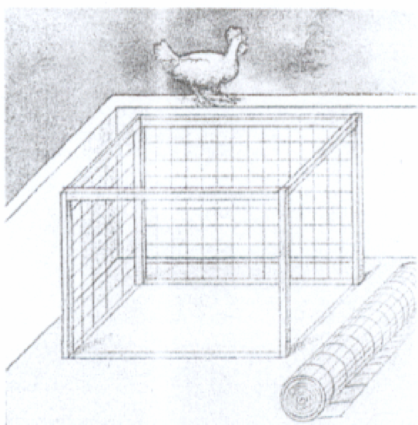
12.1 tome simultaneamente valores maiores do que -5 e menores do que 5;

12.2 tome valores maiores do que 5 ou menores do que -5.

13. Determine, em extensão, o conjunto:

$$\{x \in \mathbb{Z}: 0{,}7 + x \leqslant -0{,}2x - 5{,}4 \leqslant -3{,}8\}.$$

14. O galinheiro



Com dois rolos de rede, com 60 m cada um, pretendemos construir um galinheiro rectangular em que o comprimento é o dobro da largura.

Quais são as dimensões do galinheiro se não queremos gastar mais do que os dois rolos, e também que não sobre nenhum rolo inteiro?

Questionário Final

Este questionário tem como principal objectivo auscultar a tua opinião sobre a matemática e o seu processo de ensino e aprendizagem e sobre a área curricular não disciplinar – Estudo Acompanhado, **após** teres assumido o ´papel de professor' de Matemática do 9º ano de escolaridade.

Trata-se de um questionário anónimo e as respostas só serão usadas para efeitos de investigação.

Este questionário tem dois tipos de itens: itens de composição curta e itens objectivos – de escolha múltipla e de alternativa. Relativamente ao primeiro item, tenta ser o mais claro possível e, no que respeita ao segundo, assinala uma cruz no(s) quadrado(s) que melhor traduz(em) a tua situação/opinião ou indica a tua preferência usando uma escala de 1 a 4.

I. Representações acerca da matemática e do ensino e aprendizagem da Matemática

(Para cada uma das afirmações seguintes, assinala com um X nas colunas à direita o teu grau de concordância)

Nº	Parâmetros	Discordo Totalmente	Discordo parcialmente	Concordo parcialmente	Concordo totalmente
1	Uma vez adquirido, o conhecimento matemático não sofre alterações.				
2	Em matemática, está tudo criado, nada se cria de novo.				
3	A matemática é um conjunto de regras e factos que não têm nenhuma relação entre si.				
4	As relações que se estabelecem entre a matemática e outras áreas promovem o seu desenvolvimento mútuo.				
5	A matemática não tem nenhuma relação com o dia a dia.				
6	Saber matemática é fundamental na vida das pessoas.				
7	As pessoas que sabem matemática são mais inteligentes que as outras.				
8	Nem todas as pessoas têm as mesmas capacidades para a matemática.				
9	O principal objectivo da Matemática é desenvolver o raciocínio dos alunos.				
10	Em Matemática é fundamental a comunicação de ideias.				
11	Para ensinar matemática basta saber matemática.				
12	Em Matemática não se pode ser mais criativo, é "aquilo e aquilo mesmo".				
13	O melhor método para ensinar matemática é – o professor explica a 'formula' e os alunos resolvem muitos exercícios até a decorarem.				
14	A Matemática podia ser dada duma forma mais interessante.				
15	O gosto pela matemática não se pode desenvolver – ou se tem, ou não se tem.				
16	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutros espaços além da escola.				

Nº	Parâmetros	Discordo Totalmente	Discordo parcialmente	Concordo parcialmente	Concordo totalmente
17	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas noutras áreas disciplinares (disciplinas).				
18	O conhecimento matemático é construído a partir de aprendizagens efectuadas em áreas curriculares não disciplinares (estudo acompanhado; área de projecto; formação cívica).				
19	O mais importante na Matemática é conhecer as 'fórmulas e saber aplicá-las.				
20	Nas aulas de Matemática, o aluno não pode ter um papel muito activo.				
21	Em Matemática, deve-se trabalhar sempre sozinho.				
22	Em Matemática, utiliza-se pouco material didáctico e isso era importante para se aprender melhor a matéria.				
23	A matemática presta-se muito ao trabalho em grupo.				
24	Os 'testes' são os únicos instrumentos que os professores utilizam para avaliar os alunos.				
25	Os 'testes' não permitem avaliar tudo o que um aluno sabe sobre a Matemática.				
26	Os professores deviam utilizar outro tipo de avaliação dos alunos.				
27	A culpa dos maus resultados a Matemática é principalmente dos alunos, porque não estudam.				
28	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, faziam-no duma forma muito diferente da dos professores.				
29	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas gostavam mais desta disciplina.				
30	Se os alunos pudessem dar aulas de Matemática, os colegas obtinham melhores resultados.				

II – A experiência Realizada

(Nota: Recorda que na experiência realizada tu e os teus colegas também intervieram como professores)

1. Nas aulas de Matemática como abordaste os conteúdos?

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	O 'professor' expõe a matéria e propõe a resolução de exercícios de consolidação.				
2	O 'professor' propõe primeiro a resolução de exercícios sobre uma matéria que ainda não foi abordada cuja resolução implica a consulta de livros e outros materiais.				
3	O 'professor' propõe a resolução de problemas e os conceitos surgem no seguimento dessa actividade.				
4	O 'professor' sugere o estudo prévio de determinada matéria e convida alguns alunos a expô-la.				
5	Outro(s). Qual(ais)?				

2. Nas aulas de Matemática que forma de trabalho desenvolveste?

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	Individual				
2	A pares				
3	Em pequeno grupo				
4	Em grande grupo (turma)				

3. Nas aulas de Matemática como trabalhaste em grupo?

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	Cooperativamente (todos participavam na totalidade das actividades)				
2	Colaborativamente (distribuíam-se as tarefas pelos diversos elementos e depois reuniam-se os vários contributos para o trabalho final)				
3	Um aluno ou alguns desenvolviam o trabalho sem que os outros colaborassem, embora figurasse o nome de todos.				
4	Outro(s). Qual(ais)?				

4. Nas aulas de Matemática que materiais usaste?

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	Materiais não estruturados (palhinhas, caricas, botões, etc.)				
2	Computador				
3	Calculadora (científica/gráfica)				
4	Acetatos/transparências				
5	Videograma ('vídeos')				
6	Diaporamas (slides)				
7	Régua/compasso/esquadro				
8	Fichas de trabalho				
9	Jogos. Qual(ais)?				
10	Outro(s).Qual(ais)?				

5. Nas aulas de Matemática, como discutiram as actividades desenvolvidas?

<u>(Nota: A palavra professor(a) está entre aspas porque tu e os teus colegas também foram professor (s))</u>

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	O 'professora ' apresentava a resolução correcta e os alunos registavam essa resolução no caderno.				
2	O 'professor' convidava um aluno a ir ao quadro apresentar a sua resolução.				
3	Cada grupo expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.				
4	Só um grupo ou aluno (que acertou ou resolveu correctamente) expunha a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.				
5	O 'professor' convidava os alunos com mais dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.				
6	O 'professor' convidava os alunos com mais dificuldades a irem ao quadro apresentar a sua resolução e, de seguida, discutia-se e sintetizava-se.				
7	Outra(s). Qual(ais)?				

6. Nas aulas de Matemática, que tipo e instrumentos de avaliação das aprendizagens e/ou classificação utilizaram?

<u>(Nota: A palavra professor(a) está entre aspas porque tu e os teus colegas também foram professor (s))</u>

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
1	O 'professor' praticava uma avaliação contínua.				
2	O 'professor' só praticava uma avaliação sumativa.				
3	O 'professor' praticava uma avaliação diagnóstica.				
4	O 'professor' só avaliava/classificava pelos 'testes'.				
5	O 'professor' considerava sempre o 'caderno diário' para avaliar/classificar os alunos.				
6	O 'professor' propunha 'trabalhos para casa'.				
7	O 'professor' propunha trabalhos de investigação ou de pesquisa.				

Nº	Parâmetros	Nunca	Raramente	Várias Vezes	Sempre
8	O 'professor' considerava sempre os 'trabalhos de casa' para avaliar/classificar os alunos.				
9	O 'professor' considerava sempre os trabalhos de investigação ou de pesquisa para avaliar/classificar os alunos.				
10	O 'professor' considerava sempre a participação dos alunos nas aulas para efeitos de avaliação/classificação.				
11	O ´professor' considerava sempre as atitudes e valores para efeitos de avaliação/classificação.				
12	Tudo o que era feito nas aulas ou como 'trabalho de casa' só era considerado para avaliar/classificar os alunos em caso de indecisão entre 2 níveis.				
13	Outro(s) parâmetro(s). Qual(ais)?				

7. Gostas de Matemática?

Sim· ☐ Não ☐

7.1. Gostas de Matemática porquê? (Classifica as afirmações que se seguem usando uma escala de 1 a 4, valorizando com 4 a que para ti tem mais importância e com 1 a que tem menos importância)

a) acho fácil ☐

b) é importante na vida diária ☐

c) gostei dos professores ☐

d) gostei da maneira como os professores ensinaram ☐

e) Outro(s) motivo(s) ☐

Qual(ais)?

7.2. Não gostas de Matemática porquê? (Classifica as afirmações que se seguem usando uma escala de 1 a 4, valorizando com 4 a que para ti tem mais importância e com 1 a que tem menos importância)

f) acho difícil ☐

g) não é importante na vida diária ☐

h) não gostei dos professores ☐

i) não gostei da maneira como os professores ensinaram ☐

j) Outro(s) motivo(s) ☐

Qual(ais)?

III – Uma Aula de matemática "ideal"

1. Gostaste da experiência que foi realizada?

Sim· ☐ Não ☐

2. O que alterarias? Descreve uma aula de Matemática "ideal", com base nos itens indicados:

Estrutura geral

Forma de trabalho (individual, pares, pequeno grupo, …)

Materiais utilizados

Tipo e instrumentos de avaliação

Outro(s).

3. Imagina que o teu professor te propõe que dês outra aula aos teus colegas, sobre um tema de Matemática. Para que cada um dos teus colegas aprenda acerca desse tema, que preocupações terias ao preparar essa aula, de acordo com os seguintes itens? (tenta descrever o melhor possível as tuas posições e justificá-las)

Objectivos da aula

Conteúdos

Estratégias a utilizar

Tarefas a desenvolver

Materiais de apoio

Formas de trabalho (individual ou em grupo)

Avaliação

Outro (s)

IV – Estudo Acompanhado

1. Para cada uma das seguintes afirmações, assinala a tua opinião.

Nº	Parâmetros	Discordo Totalmente	Discordo parcialmente	Concordo parcialmente	Concordo Totalmente
1	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' realizam-se trabalhos de pesquisa.				
2	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' realizam-se trabalhos de síntese.				
3	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' sistematizam-se/consolidam-se conhecimentos das várias disciplinas				
4	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' aprende-se a organizar um trabalho.				
5	Nas aulas de 'Estudo acompanhado' aprendem-se métodos/estratégias de estudo e de trabalho.				
6	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' aprende-se a desenvolver hábitos favoráveis à aprendizagem.				
7	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' treinam-se diferentes técnicas de estudo.				
8	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' treina-se a capacidade de atenção/concentração e memorização				
9	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' aprende-se a resolver +problemas relacionados com diversas situações.				
10	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' desenvolve-se competências de leitura e escrita.				
11	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' desenvolve-se competências de comunicação.				
12	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' consultam-se diversas fontes de informação para realizar os trabalhos. Qual(ais)?				
13	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' desenvolvem-se capacidades de aprender a aprender.				
14	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' desenvolvem-se capacidades de auto-conhecimento e auto-avaliação.				
15	Nas aulas de 'Estudo Acompanhado' aprende-se a ser mais autónomo.				
16	As aulas de 'Estudo Acompanhado' são uma perda de tempo.				

2. Gostaste das aulas de Estudo Acompanhado que tiveste no âmbito da experiência que viveste?

Sim· ☐ Não ☐

3. O que mudarias nas aulas de "Estudo Acompanhado?"

Obrigado pela colaboração

RELATÓRIO DE MATEMÁTICA

"Agora no final da aula que deste é-te pedido que elabores um relatório, ou seja, que faças uma reflexão do trabalho que desenvolveste…"

SEGUE OS SEGUINTES PASSOS PARA ELABORARES O RELATÓRIO:

1. Identifica o teu grupo de trabalho, os seus respectivos nomes, a turma, a escola e a data.
2. Refere o tema que abordaste.
3. Faz uma breve descrição de como "preparaste" a aula que "deste" aos teus colegas e como te sentiste nesta fase. Refere, nomeadamente:
   - Como foi distribuído o tema pelo grupo;
   - Que fontes foram consultadas;
   - Que tipo de apoio tiveram;
   - Que dificuldades sentiram (por exemplo, em decidir o que fazer, e como, em encontrar material para preparar a aula, como utilizar esse material, …), e como as ultrapassaram;
   - Como se sentiram ao preparar a aula (confiantes, com algum receio, entusiasmados, …);
   - Se gostaram ou não desta fase de preparação;
   - Se aprenderam muitas coisas novas;
   - …
4. Pensa na aula que "deste e faz um comentário, principalmente sobre:
   - Se gostaste de estar no papel de professor;
   - Se estavas à vontade ou se sentiste dificuldades em explicar aos teus colegas a matéria;
   - Se achas que os teus colegas aprenderam e gostaram deste tipo de aulas;
   - Se tu próprio aprendeste mais e melhor ao dar a aula;
   - Se sentiste que os teus colegas colaboraram mais e estiveram com mais atenção do que se fosse uma aula de matemática usual;
   - …
5. Faz uma conclusão final do trabalho que desenvolveste, indicando os aspectos positivos e negativos, para ti e para os teus 'alunos', deste tipo de aulas em que tiveste o papel de professor.

Bom Trabalho

Teste Escrito 3

Matemática - 9º Ano

Nome:_________________________________ **Nº**______ **Turma:**____

Apresenta o teu raciocínio de forma clara, indicando todos os cálculos que tiveres de efectuar e as justificações que entenderes necessárias.

1. Indica o valor lógico de cada uma das seguintes afirmações:

a) $-\frac{5}{3} \in \mathbb{Z}$ **i)** $\sqrt{5} \in \mathbb{Q}$

b) $-\frac{5}{3} \in \mathbb{Q}$ **j)** $\sqrt{5} \in \mathbb{R}$

c) $-\frac{5}{3} \in \mathbb{R}$ **k)** $\sqrt{9} \in \mathbb{Q}$

d) $-\frac{5}{3} \notin \mathbb{R}_0^-$ **l)** $-\sqrt{8} \in \mathbb{R}$

e) $-\frac{20}{10} \in \mathbb{Z}$ **m)** $6{,}131131113\ldots \in \mathbb{Q}$

f) $-1{,}7 \in \mathbb{Q}$ **n)** $\sqrt[3]{8} \in \mathbb{N}$

g) $-81{,}(45) \notin \mathbb{Q}$

h) $-81{,}(45) \in \mathbb{R}$

2. Coloca por ordem crescente:
   -7,01 -7,001 -7,101 -7,011 -7,0001

3. Enquadra, entre dois números inteiros consecutivos, os números:
   a) 10,3
   b) –7,3

4. Representa geometricamente e na forma de intervalo os conjuntos:
   a) $\{x \in IR : x < 1\}$
   b) $\{ x \in IR : x \geq 5\}$
   c) $\{ x \in IR : x > -2 \ \wedge x \ < 1\}$
   d) $\{ x \in IR \ -3 \leq x \ < 4\}$

5. Considera os conjuntos
   A =]-7, 9] e B =]-10, 8[
   a) Representa cada um dos conjuntos por meio de uma condição.
   b) Indica um número que pertença ao conjunto A, mas não pertença ao conjunto B.
   c) Indica um número que pertença ao conjunto B, mas não pertença ao conjunto A.
   d) Indica um número que pertença aos dois conjuntos.
   e) Indica um número que não pertença a nenhum dos conjuntos.
   f) Representa sob a forma de intervalo $A \cup B$.
   g) Representa sob a forma de intervalo $A \cap B$.

6. Resolve as inequações apresentando o resultado sob a forma de intervalo:
   a) $-2 + 6x < x + 1$
   b) $-5x + 3 < 13$
   c) $x - 3(x - 8) > 16$

7. Considera a condição $5 - 2\,(1 - n) > 0$. Determina:
   a) o menor número inteiro que a verifica;
   b) os dois maiores números inteiros que não a verificam.

3.9. Grelha de registo de respostas do Questionário Inicial

II - Representações acerca da Matemática, do Ensino e Aprendizagem da Matemática

NºInq.	1				2				3				4			
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
1		1					1			1					1	
2			1				1			1				1		
3		1					1			1				1		
4		1						1			1			1		
5			1				1				1				1	
6		1					1			1					1	
7			1			1				1					1	
8			1			1				1						1
9			1				1		1							1
10			1				1		1							1
11		1				1			1							1
12		1					1		1						1	
13		1				1				1					1	
14				1	1						1			1		
15	1				1				1				1			
16			1		1							1		1		
17			1				1		1					1		
18			1		1					1					1	
19			1				1				1				1	
20			1					1		1						1
21			1			1				1						1
22			1					1		1						1
23		1				1			1							1
24			1				1			1						1
25			1			1					1			1		
26				1				1		1						1
27			1		1					1					1	
28			1				1					1				1
29			1		1				1							1
30	1				1						1					1
31			1			1			1						1	
32			1		1				1							1
33			1				1			1				1		
34		1			1				1							1
35		1			1						1				1	
fi	2	10	21	2	10	8	13	4	11	15	7	2	1	8	11	15
Fri %	6	29	60	6	29	23	37	11	31	43	20	6	3	23	31	43

NºInq.	5				6				7				8			
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
1		1					1		1							1
2		1					1		1							1
3	1						1				1					1
4	1							1		1						1
5				1			1				1					1
6		1					1		1						1	
7	1							1			1				1	
8	1							1		1						1
9	1						1				1				1	
10	1						1				1				1	
11	1						1				1					1
12	1						1			1					1	
13			1				1		1				1			
14		1					1			1						1
15	1				1				1				1			
16		1					1			1						1
17	1						1			1						1
18	1							1	1						1	
19		1					1				1			1		
20			1				1					1			1	
21	1							1		1						1
22		1					1				1					1
23	1							1			1				1	
24			1				1			1						1
25		1					1		1					1		
26				1				1				1		1		
27	1							1		1						1
28	1							1		1						1
29				1				1	1						1	
30	1							1	1							1
31	1							1			1				1	
32	1							1	1							1
33		1					1				1					1
34	1							1	1							1
35	1						1			1						1
fi	20	9	3	3	1	0	20	14	11	11	11	2	2	3	10	20
Fri %	57	26	9	9	3	0	57	40	31	31	31	6	6	9	29	57

NºInq.	9				10				11				12			
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
1			1				1				1			1		
2			1				1				1			1		
3			1			1				1					1	
4			1			1					1				1	
5			1				1				1			1		
6			1				1				1			1		
7			1				1		1					1		
8			1				1		1				1			
9		1					1		1							1
10		1					1		1							1
11				1				1		1					1	
12			1					1	1				1			
13			1				1				1				1	
14				1			1			1					1	
15	1				1				1				1			
16			1				1		1							1
17				1		1				1					1	
18	1						1		1					1		
19				1				1			1				1	
20		1				1			1				1			
21				1				1			1					
22		1					1			1			1			
23			1					1		1					1	
24			1				1		1					1		
25			1					1				1			1	
26				1		1						1				1
27				1			1			1					1	
28				1				1	1				1			
29			1				1		1						1	
30			1				1		1				1			
31			1				1			1			1			
32				1				1				1	1			
33				1			1				1			1		
34				1				1	1				1			
35			1				1		1					1		
fi	2	4	18	11	1	5	20	9	15	8	9	3	10	9	11	4
Fri %	6	11	51	31	3	14	57	26	43	23	26	9	29	26	31	11

NºInq.	13				14				15				1	
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b
1		1					1				1			
2	1							1		1				
3		1						1	1					1
4		1					1				1			
5				1				1			1			
6		1					1			1				
7			1				1			1				
8		1					1				1			
9			1					1		1				
10			1					1		1				
11				1				1		1				
12	1						1		1					
13		1						1		1				
14				1			1			1			1	
15	1							1	1				1	
16				1				1				1		
17	1						1		1					
18		1						1		1				1
19			1			1					1			
20				1				1				1		
21				1		1				1				
22		1					1				1			
23	1							1			1			
24		1						1		1				
25				1			1				1			1
26				1		1						1		1
27			1			1					1			
28			1					1		1				
29	1							1	1					
30			1					1			1			1
31		1						1	1					
32			1				1			1				
33						1				1				
34	1							1				1		
35			1				1			1				
fi	7	10	9	8	0	5	12	18	6	15	10	4	2	5
Fri %	20	29	26	23	0	14	34	51	17	43	29	11	6	14

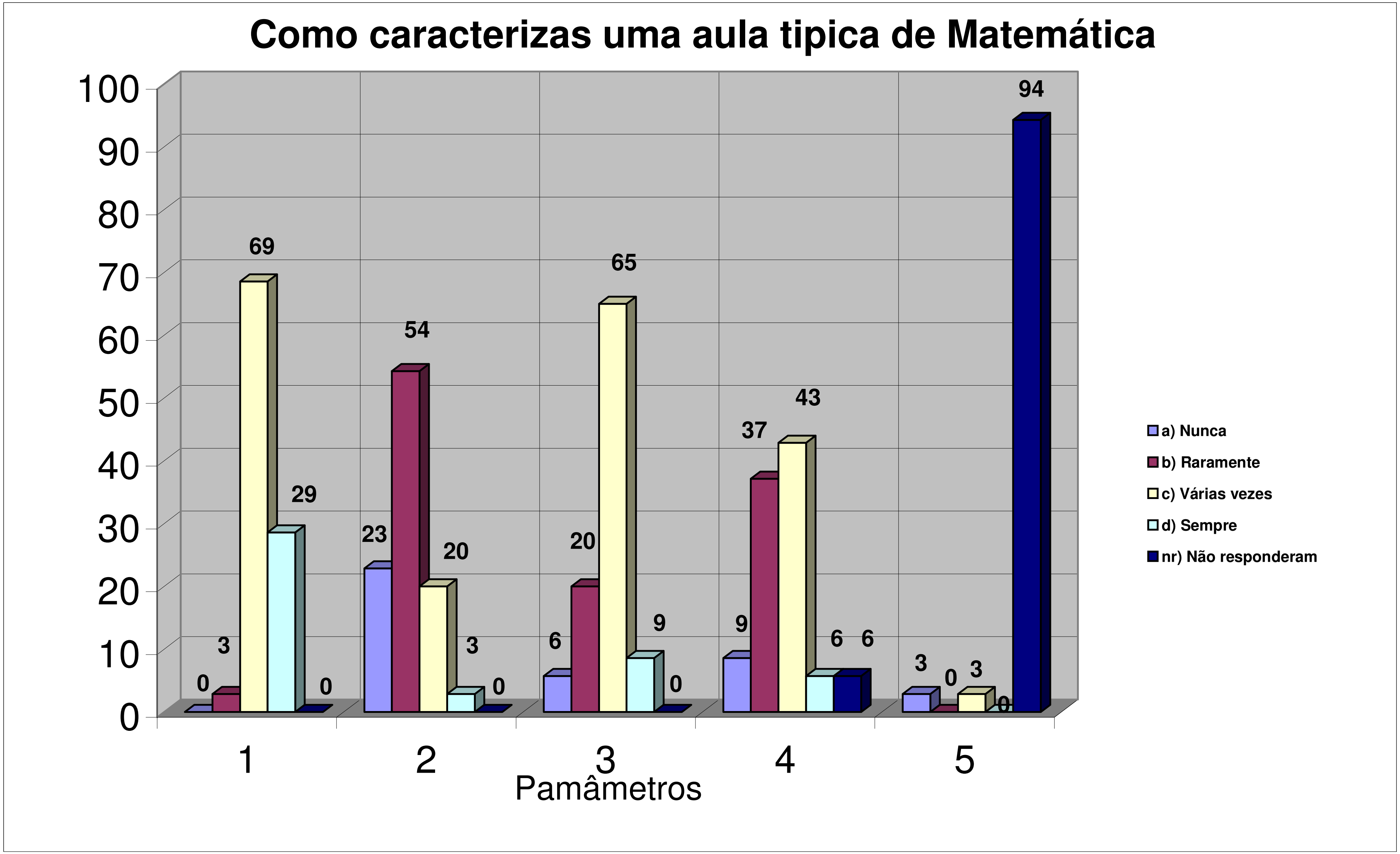
total	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	35	34	34	35	35	3
N.R.	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0

Legenda: a) Discordo totalmente; b) Discordo parcialmente; c) Concordo parcialmente; d) Concordo totalmente; fi - Frequência absoluta; Fri - Frequência relativa;

6		17				18				19				20				21				22				23				24				25				26				27				28				29				30			
c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
	1			1			1					1			1			1					1					1		1					1					1			1						1			1				1	
1				1			1					1			1				1					1			1				1					1				1			1					1			1				1		
				1				1				1			1				1					1				1		1					1				1					1					1				1				1
1				1		1							1			1			1						1			1			1						1		1				1					1			1				1		
1				1				1					1			1				1				1				1				1					1				1			1				1				1				1	
1				1			1					1				1		1					1					1			1					1				1		1					1					1			1		
1				1				1				1			1				1				1					1			1					1				1				1			1				1				1		
1			1				1				1			1						1				1		1				1							1			1				1			1					1				1	
1				1			1					1		1				1						1			1			1							1			1		1					1					1			1		
1				1			1					1		1				1						1			1			1							1			1		1					1					1			1		
	1				1		1				1				1				1					1				1		1							1				1			1					1			1				1	
	1				1				1				1	1				1					1				1			1						1			1					1			1				1				1		
1			1				1					1			1			1					1					1		1							1		1					1				1			1				1		
			1			1							1		1			1					1					1		1							1				1		1					1			1				1		
		1				1				1				1				1				1				1				1				1							1	1				1				1				1			
	1				1	1							1		1			1						1			1						1				1			1					1			1			1				1		
1				1		1						1			1					1			1				1			1							1	1						1			1			1				1			
					1			1					1		1				1					1			1			1					1					1				1			1				1				1		
1			1					1				1				1			1					1			1				1					1				1				1				1					1				1
1				1			1					1				1				1			1					1		1							1			1					1				1				1				1
1					1				1				1			1		1					1						1	1							1			1					1		1				1				1		
1				1			1					1				1				1			1					1		1							1			1					1			1				1			1		
1				1			1				1				1				1					1			1				1					1				1				1				1				1				1	
1			1				1					1		1					1				1				1			1							1			1			1						1		1					1	
					1			1				1			1					1			1					1				1				1				1			1				1					1			1		
					1				1				1		1				1				1						1	1							1				1		1						1		1						1
	1			1			1					1			1			1						1				1		1				1						1				1			1					1		1			
	1			1					1			1		1					1					1					1	1							1				1			1		1							1	1			
1			1				1					1		1				1						1					1	1							1				1			1				1				1			1		
			1			1						1		1				1					1				1			1							1			1				1			1			1				1			
1				1		1					1				1						1			1				1			1						1			1			1				1			1				1			
	1				1		1					1		1				1							1		1			1							1			1				1			1			1					1		
1				1			1						1	1					1									1			1						1		1										1		1			1			
	1		1			1							1	1				1				1				1				1							1				1				1				1			1				1	
1			1				1					1			1			1					1				1			1						1			1					1			1				1					1	
20	8	1	9	17	8	8	17	6	4	1	4	20	10	12	16	7	0	16	12	6	1	2	15	15	2	3	13	15	4	24	8	2	1	2	3	8	22	1	6	20	8	4	8	17	5	2	15	10	8	5	13	13	4	7	16	8	4
57	23	3	26	49	23	23	49	17	11	3	17	57	29	34	46	20	0	46	34	17	3	6	43	43	6	9	37	43	11	69	23	6	3	6	9	23	63	3	17	57	23	11	23	49	14	6	43	29	23	14	37	37	11	20	46	23	11

5	35	35	35	35	35	34	35	35	35	35	34	35	35	35
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0

; N.R. - Não responderam


Como caracterizas uma aula tipica de Matemática
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
3
69
29
0
23
54
20
3
0
6
20
65
9
0
9
37
43
6
6
3
0
3
0
94
1
2
3
4
5
Pamâmetros
a) Nunca
b) Raramente
c) Várias vezes
d) Sempre
nr) Não responderam

Parâmetros		a		b		c		d		nr		t	a		b		c		d		nr	
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	Fi	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri
1	O professor expõe	0	0	1	3	24	69	10	29	0	0	35	0	0	3	10	21	70	6	20	0	0
2	O professor propõe	8	23	19	54	7	20	1	3	0	0	35	5	17	12	40	12	40	1	3	0	0
3	O professor propõe	2	6	7	20	23	65	3	9	0	0	35	0	0	7	23	22	73	1	3	0	0
4	O professor sugere	3	9	13	37	15	43	2	6	2	6	35	5	17	10	33	15	50	0	0	0	0
5	Outro (s). Qual (ais	1	3	0	0	1	3	0	0	33	94	35	0	0	0	0	0	0	0	0	30	100

Quadro 2

âme	a		b		c		d		nr		t		a		b		c		d		t	
	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri
ivic	0	0	9	26	20	57	5	14	1	3	35	100	2	7	3	10	18	60	7	23	30	100
par	1	3	3	9	29	83	1	3	1	3	35	100	1	3	9	30	19	63	1	3	30	100
eq.	0	0	14	40	17	49	4	11		0	35	100	2	7	9	30	17	57	2	7	30	100
upe	6	17	20	57	8	23	1	3		0	35	100	12	40	11	37	6	20	1	3	30	100

adro 3

Parâmetros		a		b		c		d		t	a		b		c		d		nr		t
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi
1	Cooperativamente	0	0	7	20	21	60	7	20	35	1	3	3	10	23	77	2	7	1	3	30
2	Colaborativamente	1	3	3	9	23	66	8	23	35	1	3	5	17	18	60	5	17	1	3	30
3	Um aluno ou algun	9	26	17	49	7	20	2	6	35	3	10	11	37	13	43	2	7	1	3	30
4	Outro (s). Qual (ais	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	3	0	0	0	0	29	97	30

Quadro 4

Parâmetros		a		b		c		d		nr		T										
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	Fi										
1	Materiais não estru	19	54	12	34	3	9	0	0	1	3	35										
2	Sólidos geométrico	5	14	8	23	22	63	0	0	0	0	35										
3	Tangram	6	17	16	46	13	37	0	0	0	0	35										
4	Geoplano	19	54	9	26	4	11	0	0	3	9	35										
5	Computador	8	23	13	37	11	31	2	6	1	3	35										
6	Calculadora (cientif	0	0	1	3	14	40	19	54	1	3	35										
7	Acetatos/transparê	0	0	10	29	20	57	5	14	0	0	35										
8	Videograma (vídeo	19	54	13	37	3	9	0	0	0	0	35										
9	Diaporamas (slides)	25	71	5	14	3	9	0	0	2	6	35										
10	ua/compasso/esqu	1	3	6	17	24	69	4	11	0	0	35										
11	Fichas de trabalho	1	3	1	3	20	57	10	29	3	9	35										
12	Jogos. Qual (ais)?	5	14	7	20	6	17	0	0	17	49	35										
13	Outro (s). Qual (ais)	2	6	0	0	0	0	0	0	33	94	35										

Parâmetros		a		b		c		d		nr		t	a		b		c		d		nr	
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri
1	praticava uma avaliaçã	0	0	3	9	21	60	11	31	0	0	35	0	0	4	13	20	67	6	20		0
2	só praticava uma avalia	6	17	15	43	11	31	3	9	0	0	35	3	10	12	40	15	50	0	0		0
3	praticava uma avaliação	1	3	15	43	18	51	1	3	0	0	35	2	7	11	37	17	57	0	0		0
4	r só avalia/classifica pe	13	37	17	49	5	14	0	0	0	0	35	1	3	16	53	9	30	4	13		0
5	O professor considera	6	17	15	43	11	31	3	8,6	0	0	35	5	17	14	47	8	27	2	7		0
6	O professor propunha	1	3	3	8,6	22	63	9	26	0	0	35	0	0	5	17	15	50	10	33		0
7	O professor propunha	2	6	16	46	17	49	0	0	0	0	35	1	3	12	40	15	50	2	7		0
8	O professor considera	0	0	8	23	17	49	10	29	0	0	35	1	3	5	17	17	57	7	23		0

	Parâmetros	a fi	a Fri	b fi	b Fri	c fi	c Fri	d fi	d Fri	nr fi	nr Fri	T Fi	a fi	a Fri	b fi	b Fri	c fi	c Fri	d fi	d Fri	nr fi	nr Fri
9	O professor considerav	4	11	5	14	22	63	4	11	0	0	35	1	3	5	17	18	60	6	20		0
10	O professor considerav	0	0	4	11	19	54	12	34	0	0	35	0	0	8	27	18	60	4	13		0
11	O professor considerav	0	0	3	8,6	18	51	12	34	2	6	35	0	0	5	17	17	57	8	27		0
12	Tudo o que era feito na	5	14	15	43	12	34	3	8,6	0	0	35	2	7	7	23	19	63	2	7		0
13	Outro(s) parâmetro (s).	1	3	0	0	0	0	0	0	34	97	35	0	0	0	0	0	0	0	0	30	100

Quadro 5

	Parâmetros	a		b		c		d		nr		T	a		b		c		d		nr	
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	Fi	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri
1	O(A) professor(a) a	0	0	4	11	23	66	8	23	0	0	35	1	3	10	33	16	53	3	10	0	0
2	O professor convid	0	0	1	3	28	80	6	17	0	0	35	0	0	3	10	23	77	4	13	0	0
3	Cada grupo expunh	2	6	16	46	17	49	0	0	0	0	35	0	0	13	43	17	57	0	0	0	0
4	Só um grupo ou alu	6	17	16	46	12	34	1	3	0	0	35	2	7	12	40	16	53	0	0	0	0
5	O professor convid	1	3	16	46	16	46	2	6	0	0	35	1	3	14	47	14	47	1	3	0	0
6	O professor convid	1	3	2	6	24	69	8	23	0	0	35	1	3	8	27	14	47	7	23	0	0
7	Outra(s). Qual(ais)	1	3	0	0	0	0	0	0	34	97	35	0	0	0	0	1	3	0	0	29	97

Quadro 6 - Estudo Acompanhado

	Parâmetros	a		b		c		d		nr		t	a		b		c		d		nr	
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri
1	ompanhado" realizam-s	1	3	0	0	17	49	17	49	0	0	35	0	0	0	0	24	80	5	17	1	3
2	companhado" realizam-	2	6	3	9	21	60	9	26	0	0	35	0	0	3	10	24	80	2	7	1	3
3	ematizam-se/consolidar	1	3	1	3	13	37	20	57	0	0	35	0	0	3	10	23	77	3	10	1	3
4	companhado" aprende-	1	3	4	11	11	31	19	54	0	0	35	1	3	4	13	17	57	7	23	1	3
5	Nas aulas de "Estudo A	1	3	1	3	12	34	19	54	2	6	35	0	0	2	7	19	63	8	27	1	3
6	Nas aulas de "Estudo A	1	3	0	0	16	46	18	51	0	0	35	0	0	3	10	20	67	6	20	1	3
7	Nas aulas de "Estudo A	2	6	1	3	15	43	17	49	0	0	35	0	0	3	10	20	67	6	20	1	3
8	Nas aulas de Estudo A	2	6	11	31	15	43	6	17	1	3	35	0	0	9	30	14	47	6	20	1	3
9	Nas aulas de Estudo A	1	3	10	29	15	43	9	26	0	0	35	1	3	4	13	21	70	3	10	1	3
10	Nas aulas de Estudo A	2	6	11	31	15	43	7	20	0	0	35	0	0	7	23	19	63	3	10	1	3
11	Nas aulas de Estudo A	1	3	9	26	18	51	6	17	1	3	35	0	0	6	20	21	70	2	7	1	3
12	Nas aulas de Estudo A	1	3	1	3	19	54	14	40	0	0	35	0	0	7	23	16	53	6	20	1	3
13	Nas aulas de Estudo A	1	3	3	9	23	66	8	23	0	0	35	0	0	2	7	23	77	4	13	1	3
14	Nas aulas de Estu	3	9	7	20	18	51	7	20	0	0	35	1	3	4	13	21	70	3	10	1	3
15	Nas aulas de Estu	3	9	8	23	18	51	6	17	0	0	35	0	0	4	13	18	60	7	23	1	3
16	Nas aulas de Estu	19	54	4	11	2	6	10	29	0	0	35	15	50	2	7	9	30	2	7	2	7

t
fi
30
30
30
30
30

t
fi
30
30
30
30
29
30
30
30

30
30
30
30
30

t
fi
30
30
30
30
30
30
30

t
fi
30
30
30
30
30
30
30
30
30
30
30
30
30
30
30
30

3.10. Grelhas de correcção dos Testes

Ganhos relativos: (Pós-Pré/(100-Pré))*100
Perdas relativas: (pós-pré/pós)*100

9ºE

Aluno	Pré-teste	Pós-teste	Ganhos e Perdas Relativos
a	43,00	52,00	**15,79**
b	49,50	77,00	**54,46**
c	34,00	84,00	**75,76**
d	13,50	16,50	**3,47**
e	26,00	37,50	**15,54**
f	27,50	29,50	**2,76**
g	27,00	36,50	**13,01**
h	5,00	27,00	**23,16**
i	13,50	23,50	**11,56**
j	8,50	11,50	**3,28**
l	28,00	40,50	**17,36**
m	23,50	35,50	**15,69**
n	41,50	26,50	**-56,60**
o	28,00	32,50	**6,25**
p	42,00	36,50	**-15,07**
q	43,00	46,50	**6,14**

9ºG

Aluno	Pré-teste	Pós-teste	Ganhos e Perdas Relativos
A1	13,00	32,50	**22,41**
A2	13,00	42,00	**33,33**
A3	13,50	35,00	**24,86**
A4	27,00	42,50	**21,23**
A5	20,50	23,50	**3,77**
A6	7,50	39,00	**34,05**
A7	20,00	28,00	**10,00**
A8	41,00	65,00	**40,68**
A9	18,00	30,00	**14,63**
A10	24,00	38,50	**19,08**
A11	19,00	47,50	**35,19**
A12	89,00	98,00	**81,82**
A13	48,00	80,00	**61,54**
A14	15,00	11,50	**-30,43**
A15	12,00	22,50	**11,93**
A16	7,50	33,00	**27,57**
A17	2	10,5	**8,67**
A18	9,5	37	**30,39**
A19	20	45,5	**31,88**

9ºE

Aluno	Pós-teste	Teste	Ganhos e Perdas Relativos
a	52,00	46,00	**-13,04**
b	77,00	96,50	**84,78**
c	84,00	100,00	**100,00**
d	16,50	39,00	**26,95**
e	37,50	41,00	**5,60**
f	29,50	25,50	**-15,69**
g	36,50	24,00	**-52,08**
h	27,00	22,50	**-20,00**
i	23,50	71,00	**62,09**
j	11,50	23,00	**12,99**
l	40,50	69,00	**47,90**
m	35,50	29,00	**-22,41**
n	26,50	27,00	**0,68**
o	32,50	10,00	**-225,00**
p	36,50	39,50	**4,72**
q	46,50	76,50	**56,07**

9ºG

Aluno	Pós-teste	Teste	Ganhos e Perdas Relativos
A1	32,50	16,00	**-103,13**
A2	42,00	53,00	**18,97**
A3	35,00	18,00	**-94,44**
A4	42,50	27,00	**-57,41**
A5	23,50	19,00	**-23,68**
A6	39,00	24,50	**-59,18**
A7	28,00	22,00	**-27,27**
A8	65,00	85,00	**57,14**
A9	30,00	23,00	**-30,43**
A10	38,50	24,00	**-60,42**
A11	47,50	36,00	**-31,94**
A12	98,00	100,00	**100,00**
A13	80,00	75,50	**-5,96**
A14	11,50	32,50	**23,73**
A15	22,50	16,00	**-40,63**
A16	33,00	28,00	**-17,86**
A17	10,5	13	**2,79**
A18	37	34,5	**-7,25**
A19	45,5	26	**-75,00**

Teste Final 9ºE

Aluno	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	Total (%)
	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
EA01	9	10	10	10	5	2	0	2	2	2	1	3,5	2,5	3	0	0	**62**
EA02	13	10	10	24	6	2	0	2	2	3	3	3,5	4	4	5	5	**96,5**
EA03	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
EA04	12	5	5	16	3	2	2	0	2	0	0	1	1	0	0	0	**49**
EA05	14	2	0	24	5	0	0	2	0	0	0	1	1	0	0	0	**49**
EA06	12	2	2	14	1	1	2	2	2	1	0	0,5	1	0	1	0	**41,5**
EA07	10	10	6	10	0	2	2	2	2	0	0	1	1	0	0	0	**46**
EA08	10	9	10	1	0	2	2	2	0	0	0	0,5	1	1	0	0	**38,5**
EA09	8	10	7	24	6	2	2	2	2	3	3	0	2	2	0	2	**75**
EA10	6	10	10	15	0	2	2	2	2	0	0	0	0	0	0	0	**49**
EA11	9	5	8	24	6	2	2	2	2	0	0	4	2	2	0	1	**69**
EA12	8	10	10	6	0	1	0	2	2	2	2	4	3	3	2	1	**56**
EA13	10	2	4	10	5	2	0	2	2	1	1	4	3	2	1	1	**50**
EA14	5	2	10	10	0	2	2	2	2	2	2	4	4	4	4	2	**57**
EA15	8	3	4	18	5,5	2	1	2	2	2	2	1	1	1	0	0	**52,5**
EA16	7	8	4	24	5,5	2	2	2	2	3	0	3,5	2,5	2	4	5	**76,5**

Teste Final 9ºG

Aluno	1	2	3	4	5a	5b	5c	5d	5e	5f	5g	6a	6b	6c	7a	7b	Total (%)
	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
GA01	10	10	8	10	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	**53**
GA02	8	9	9	24	4	2	0	2	2	3	3	3	1,5	1,5	0	0	**72**
GA03	13	8	2	10	2	2	2	0	0	0	0	2	2	2	1	0	**46**
GA04	13	8	2	12	1	2	2	2	2	1	1	2,5	2,5	1	1	0	**53**
GA05	4	5	0	12	4	1	1	1	1	1	1	4	3	4	3	2	**47**
GA06	8	9	9	12	2	2	2	2	2	1	1	1	1,5	1	2	0	**55,5**
GA07	7	4	6	22	5	2	2	2	2	3	2	1	1	1	0	0	**60**
GA08	14	10	9	24	6	2	2	2	2	0	0	4	3	2	2,5	2,5	**85**
GA09	4	5	4	10	5	2	2	2	2	1	1	4	4	4	4	3	**57**
GA10	7	7	9	8	0	1	2	2	2	2	1	3	3	4	4	2	**57**
GA11	12,5	8	9	14	3	2	2	2	2	2	1	2	2	2	3	1	**67,5**
GA12	14	10	10	24	6	2	2	2	2	3	3	4	4	4	5	5	**100**
GA13	12	10	4	24	6	2	2	2	2	3	3	3	4	3	1	1	**82**
GA14	14	5	1	11	0	0	0	0	2	0	0	1	2	1	0	0	**37**
GA15	8	2	2	8	1	1	1	1	1	1	1	3	3	3	2,5	2	**40,5**
GA16	10	2	2	20	6	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	0	**54**
GA17	12	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	**25**
GA18	6	5	8	10	6	1	1	1	1	1	1	3	4	4	4	2	**58**
GA19	10	4	5	22	5	2	2	2	2	2,5	3	1	2	2	1	0	**65,5**

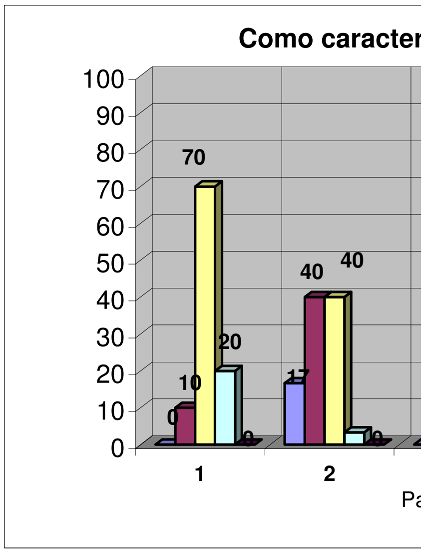
3.11. Grelha de registo de respostas do Questionário Final

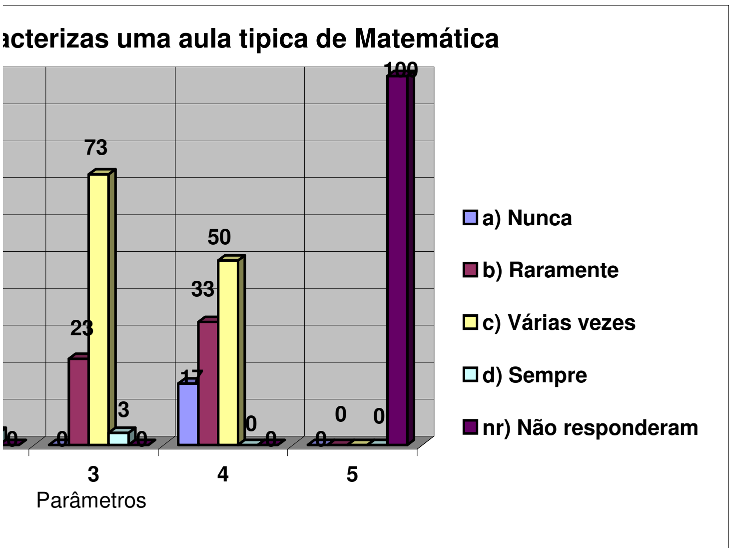
Alunos	Pré-Teste (%)	Pós-Teste (%)	Ganhos e Perdas Relativos
GA3	13,0	51,0	43,7
GA4	13,0	52,5	45,4
GA11	13,5	67,0	61,8
GA14	27,0	28,5	2,1
GA17	20,5	29,0	10,7
GA1	7,5	52,5	48,6
GA2	20,0	51,0	38,8
GA6	41,0	55,0	23,7
GA12	18,0	98,0	97,6
GA8	24,0	58,0	44,7
GA7	19,0	71,5	64,8
GA13	89,0	80,0	-10,1
GA16	48,0	51,0	5,8
GA19	15,0	64,5	58,2
GA18	12,0	40,5	32,4
GA9	7,5	53,5	49,7
GA5	2,0	56,5	55,6
GA15	9,5	45,0	39,2
GA14	20,0	55,5	44,4

Alunos	Pós-Teste (%)	Teste Avaliação (%)	Ganhos e Perdas Relativos (%)
GA3	51	46	-9,8
GA4	52,5	53	1,1
GA11	67	67,5	1,5
GA14	28,5	37	11,9
GA17	29	25	-13,8
GA1	52,5	53	1,1
GA2	51	72	42,9
GA6	55	55,5	1,1
GA12	98	100	100,0
GA8	58	60	4,8
GA7	71,5	85	47,4
GA13	80	82	10,0
GA16	51	54	6,1
GA19	64,5	65,5	2,8
GA18	40,5	47	10,9
GA9	53,5	57	7,5
GA5	56,5	57	1,1
GA15	45	40,5	-8,2
GA14	55,5	58	4,5

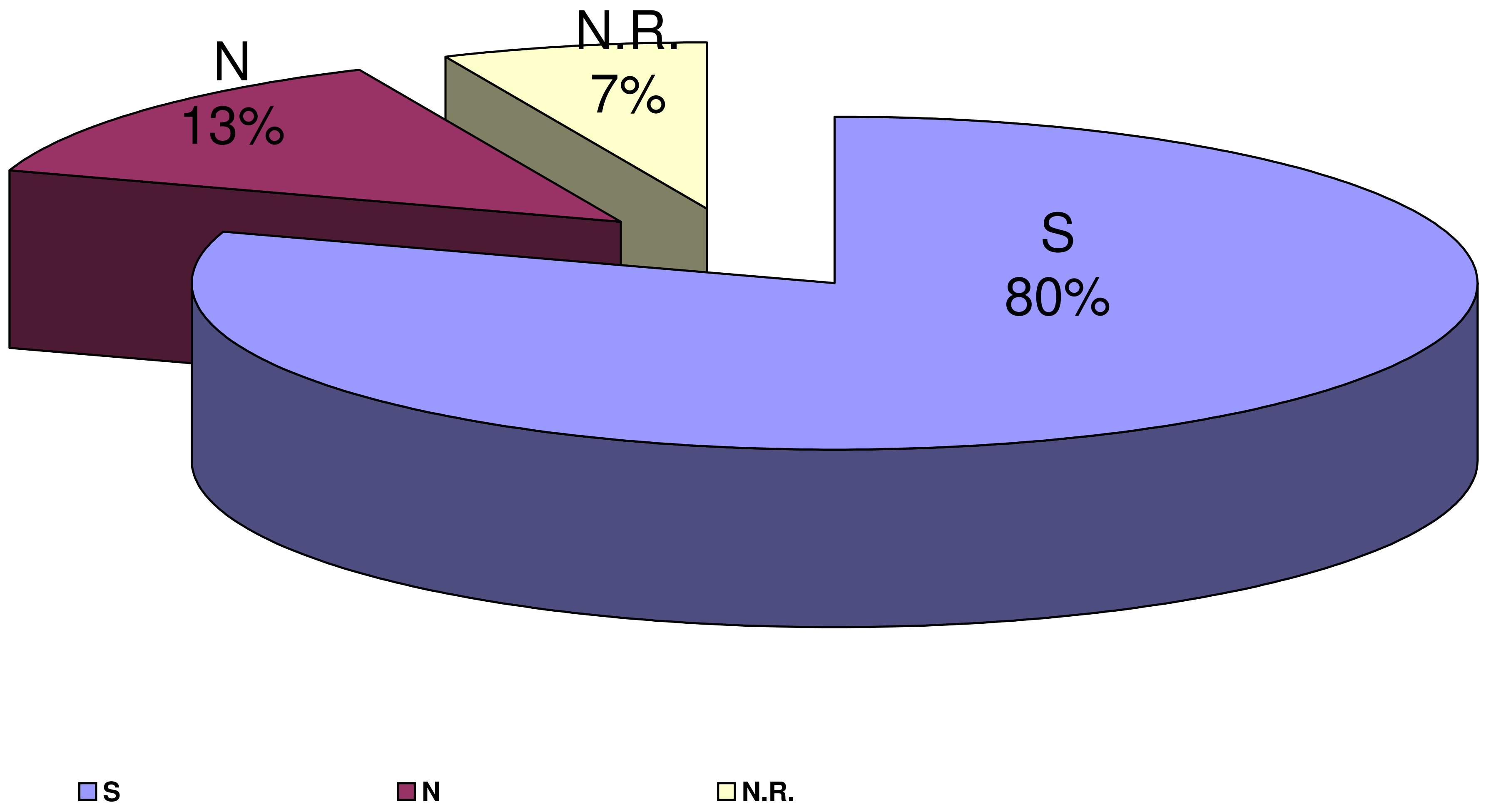
NºInq.	1				2				3				4				5			
	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d	a	b	c	d
1			1				1				1			1						
2			1			1					1				1					
3		1					1				1				1					
4			1			1					1		1							
5				1		1					1		1							
6		1				1					1			1						
7			1				1				1				1					
8		1			1					1			1							
9				1			1			1					1					
10			1				1				1				1					
11				1	1					1				1						
12			1			1					1				1					
13			1				1				1			1						
14			1			1				1				1						
15			1			1						1			1					
16			1				1				1		1							
17			1				1				1			1						
18			1			1					1			1						
19			1				1				1				1					
20			1			1					1			1						
21			1		1					1					1					
22			1			1					1				1					
23			1			1					1				1					
24			1				1				1			1						
25			1		1					1					1					
26				1				1			1				1					
27				1	1					1				1						
28				1		1					1		1							
29			1				1				1				1					
30			1				1				1				1					
fi	0	3	21	6	5	12	12	1	0	7	22	1	5	10	15	0	0	0	0	0
Fri %	0	10	70	20	17	40	40	3	0	23	73	3	17	33	50	0	0	0	0	0
total	30				30				30				30				0			
N.R.	0				0				0				0				30			

Parâmetros		a		b		c		d		nr		t	
		fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri
	1	0	0	3	10	21	70	6	20	0	0	30	100
	2	5	17	12	40	12	40	1	3	0	0	30	100
	3	0	0	7	23	22	73	1	3	0	0	30	100
	4	5	17	10	33	15	50	0	0	0	0	30	100
	5	0	0	0	0	0	0	0	0	30	100	30	100




acterizas uma aula tipica de Matemática
73
50
33
23
17
3
0
100
3
4
5
Parâmetros
a) Nunca
b) Raramente
c) Várias vezes
d) Sempre
nr) Não responderam

Estudo acompanhado - Tens gostado



GRADUAÇÃO DOS CANDIDATOS DETENTORES DE QUALIFICAÇÃO PROFISSIONAL PARA A

HABILITAÇÕES ACADÉMICAS		VALORES	DIAS DE SERVIÇO		CLASSIFIC. FINAL
			ANTES DA PROFISS. 0,5 val./ano	APÓS PROFISS. 1 val./ano	
LICENCIATURA / PROFISS.		12,00	365	2.038	18,084
365	365	0,500	CLASSIFICAÇÃO FINAL COM QUE CONCORRE		18,084
2.038	365	5,584			
Soma		18,084			

		a				b				c				d				nr				t	t
		QI		QF		QI		QF		QI		QF		QI		QF		QI		QF		QI	QF
	Parâmetro	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	Fri	fi	fi
1	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" realizam-se trabalhos de pesquisa.	1	2	0	0	0	0	0	0	17	49	24	80	17	49	5	17	0	0	1	3	35	30
2	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" realizam-se trabalhos de síntese.	2	6	0	0	3	9	3	10	21	59	24	80	9	26	2	7	0	0	1	3	35	30
3	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" sistematizam-se/consolidam-se conhecimentos das várias disciplinas.	1	3	0	0	1	3	3	10	13	37	23	77	20	57	3	10	0	0	1	3	35	30
4	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" aprende-se a organizar trabalho.	1	3	1	3	4	11	4	13	11	31	17	57	19	55	7	23	0	0	1	3	35	30
5	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" aprendem-se métodos/estratégias de estudo e de trabalho.	1	3	0	0	1	3	2	7	12	34	19	63	19	54	8	27	2	6	1	3	35	30
6	Nas aulas de "Estudo Acompanhado aprende-se a desenvolver hábitos favoráveis à aprendizagem.	1	3	0	0	0	0	3	10	16	46	20	67	18	51	6	20	0	0	1	3	35	30
7	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" treinam-se diferentes técnicas de estudo.	2	6	0	0	1	3	3	10	15	42	20	67	17	49	6	20	0	0	1	3	35	30
8	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" treina-se a capacidade de atenção/concentração e memorização.	2	6	0	0	11	31	9	30	15	43	14	47	6	17	6	20	1	3	1	3	35	30
9	Nas aulas de "Estudo Acompanhado " aprende-se a resolver problemas relacionados com diversas situações.	1	3	1	3	10	28	4	13	15	43	21	70	9	26	3	10	0	0	1	3	35	30
10	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" desenvolvem-se competências de leitura e de escrita.	2	6	0	0	11	31	7	23	15	43	19	63	7	20	3	10	0	0	1	3	35	30
11	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" desenvolvem-se competências de comunicação.	1	3	0	0	9	26	6	20	18	51	21	70	6	17	2	7	1	3	1	3	35	30
12	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" consultam-se diversas fontes de informação para realizar os trabalhos. Qual(ais)?	1	3	0	0	1	3	7	23	19	54	16	53	14	40	6	20	0	0	1	3	35	30
13	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" desenvolvem-se capacidades de aprender a aprender,	1	3	0	0	3	9	2	7	23	66	23	77	8	22	4	13	0	0	1	3	35	30
14	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" desenvolvem-se capacidades de auto-conhecimento e auto-avaliação.	3	9	1	3	7	20	4	13	18	51	21	70	7	20	3	10	0	0	1	3	35	30
15	Nas aulas de "Estudo Acompanhado" aprende-se a ser mais autónomo.	3	9	0	0	8	23	4	13	18	51	18	60	6	17	7	23	0	0	1	3	35	30
16	As aulas de "Estudo Acompanhado" são uma perda de tempo.	19	54	15	50	4	11	2	7	2	6	9	30	10	29	2	7	0	0	2	7	35	30